

**А. А. Альзубаді\*, Р. Т. Махді**

*Фізичний факультет, Науковий коледж, Багдадський університет, Багдад, Ірак*

\*Відповідальний автор: [ali.abdullatif@sc.uobaghdad.edu.iq](mailto:ali.abdullatif@sc.uobaghdad.edu.iq)

**ДОСЛІДЖЕННЯ ЯДЕРНОЇ ДЕФОРМАЦІЇ ТА ПОЗДОВЖНІХ ФОРМ-ФАКТОРІВ  
У ДЕЯКИХ ЯДРАХ  $fp$ -ОБОЛОНКИ ЗА ДОПОМОГОЮ ОБОЛОНКОВОЇ МОДЕЛІ  
ТА НАБЛИЖЕННЯ ХАРТРІ - ФОКА**

У даному дослідженні вивчалась ядерна деформація певних ізотопів титану та хрому з використанням оболонкової моделі та наближення Хартрі - Фока в модельному просторі  $fp$ -оболонки. Розраховано магнітні дипольні та електричні квадрупольні моменти, непружні поздовжні кулонівські форм-фактори та енергії низькоенергетичних рівнів. Одночастинкові елементи матриці густини переходу було обчислено для кожного переходу в модельному просторі  $fp$ -оболонки за допомогою ефективної взаємодії двох тіл FPD6. Досліджено вплив варіювання одночастинкових ядерних потенціалів, таких як гармонічний осцилятор, потенціал Вудса - Саксона та Скірма - Хартрі - Фока, порівняно з експериментальними даними. Розбіжності з експериментальними даними призводили до коригування ефективної взаємодії двох тіл або моделі розрахунку ефективного заряду ядра для конкретних переходів. Крім того, проаналізовано поверхневу потенційну енергію та розподіл ядерної густини залежно від параметра квадрупольної деформації  $\beta_2$  за допомогою методу Хартрі - Фока + Бардіна - Купера - Шріффера.

**Ключові слова:** оболонкова модель, модельний простір  $fp$ -оболонки, метод Скірма - Хартрі - Фока, параметри квадрупольної деформації, наближення Хартрі - Фока + Бардіна - Купера - Шріффера.

**A. A. Alzubadi\*, R. T. Mahdi**

*Department of Physics, College of Science, University of Baghdad, Baghdad, Iraq*

\*Corresponding author: [ali.abdullatif@sc.uobaghdad.edu.iq](mailto:ali.abdullatif@sc.uobaghdad.edu.iq)

**INVESTIGATING NUCLEAR DEFORMATION AND LONGITUDINAL FORM FACTORS  
IN SOME  $fp$ -SHELL NUCLEI USING THE SHELL MODEL  
AND HARTREE - FOCK APPROXIMATION**

The current study examined the nuclear deformation of certain Titanium and Chromium isotopes using the shell model and Hartree - Fock approximation within the  $fp$ -shell model space. The research calculated magnetic dipole and electric quadrupole moments, inelastic longitudinal Coulomb electroexcitation form factors, and low-lying excitation energies. The one-body transition density matrix elements for each transition in the  $fp$ -shell model space were computed using the FPD6 two-body effective interaction. The impact of varying the single-particle nuclear potentials, such as a harmonic oscillator, Woods - Saxon, and Skyrme - Hartree - Fock, was investigated in comparison with experimental data. Discrepancies with the experimental data led to adjustments in the two-body effective interactions or the model for calculating the effective charge of the nucleus for specific transitions. Furthermore, the study analyzed the potential energy surface and nuclear density distribution as a function of the quadrupole deformation parameter  $\beta_2$  using the Hartree - Fock + Bardeen - Cooper - Schrieffer method.

**Keywords:** shell model,  $fp$ -shell model space, Skyrme - Hartree - Fock, quadrupole deformation parameters, Hartree - Fock + Bardeen - Cooper - Schrieffer.

**REFERENCES**

1. A. Bohr, B.R. Mottelson. *Nuclear Structure*. Vol. 1. Single-Particle Motion (New York, Benjamin, 1969).
2. K.L.G. Heyde. *The Nuclear Shell Model* (Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag, 1994).
3. W. Greiner, J.A. Maruhn. *Nuclear Models* (Berlin, Springer, 1996).
4. P. Ring, P. Schuck. *The Nuclear Many-Body Problem* (Berlin, Heidelberg, New York, Springer-Verlag, 2004) 716 p.
5. R.A. Radhi, A.A. Alzubadi, A.H. Ali. Calculations of the quadrupole moments for some nitrogen isotopes in p and psd shell model spaces using different effective charges. *Iraqi J. Sci.* 58 (2017) 878.
6. R.A. Radhi, A.A. Alzubadi, N.S. Manie. Electromagnetic multipoles of positive parity states in  $^{27}\text{Al}$  by elastic and inelastic electron scattering. *Nucl. Phys. A* 1015 (2021) 122302.
7. G.W. Harby, A.A. Alzubadi. Calculation of the magnetic dipole and electric quadrupole moments of some sodium isotopes using shell model with Skyrme interaction. *Iraqi J. Phys.* 20 (2022) 40.
8. T. Otsuka et al. Evolution of shell structure in exotic nuclei. *Rev. Mod. Phys.* 92 (2020) 015002.
9. H. Sagawa, B.A. Brown. E2 core polarization for sd-shell single-particle states calculated with a Skyrme-type interaction. *Nucl. Phys. A* 430 (1984) 84.

10. G. Neyens. Nuclear magnetic and quadrupole moments for nuclear structure research on exotic nuclei. *Rep. Prog. Phys.* **66** (2003) 633.
11. S. Raman, C.W. Nestor, Jr., P. Tikkanen. Transition probability from the ground to the first-excited  $2^+$  state of even-even nuclides. *Atomic Data Nucl. Data Tables* **78** (2001) 1.
12. K. Yamada. Ph.D. Thesis. Department of Physics, Rikkyo University, Toshima (Tokyo, Japan, 2004).
13. G. Mukherjee, S.K. Sharma. Inelastic electron scattering form factors for the excitation of  $2^+$  states in some  $2p-1f$  shell nuclei. *Phys. Rev. C* **29** (1984) 2101.
14. R.B.M. Mooy, P.W.M. Glaudemans. Electron scattering form factors for fp-shell nuclei. *Nucl. Phys. A* **438** (1985) 461.
15. R.A. Radhi, A.A. Alzubadi. Study the nuclear form factors of low-lying excited states in  ${}^7\text{Li}$  nucleus using the shell model with Skyrme effective interaction. *Few-Body Systems* **60** (2019) 57.
16. A.A. Alzubadi, N.F. Latooffi, R.A. Radhi. Shell model and Hartree-Fock calculations for some exotic nuclei. *Int. J. Mod. Phys. E* **24** (2015) 1550099.
17. R.A. Radhi, A.A. Alzubadi, E.M. Rashed. Shell model calculations of inelastic electron scattering for positive and negative parity states in  ${}^{19}\text{F}$ . *Nucl. Phys. A* **947** (2016) 12.
18. A.H. Ali, A.A. Alzubadi. Calculation magnetic dipole moments, electric quadrupole moments and form factors for some Ti isotopes. *Phys. Scr.* **95** (2020) 105306.
19. R.A. Radhi, A.A. Alzubadi, A.H. Ali. Magnetic dipole moments, electric quadrupole moments, and electron scattering form factors of neutron-rich  $sd$ - $pf$  cross-shell nuclei. *Phys. Rev. C* **97** (2018) 064312.
20. A.A. Alzubadi. Investigation of nuclear structure of  ${}^{30-44}\text{S}$  isotopes using spherical and deformed Skyrme-Hartree-Fock method. *Indian J. Phys.* **89** (2015) 619.
21. T. de Forest, Jr., J.D. Walecka. Electron scattering and nuclear structure. *Adv. Phys.* **15** (1966) 1.
22. B.A. Brown et al. Shell-model analysis of high-resolution data for elastic and inelastic electron scattering on  ${}^{19}\text{F}$ . *Phys. Rev. C* **32** (1985) 1127.
23. A.A. Alzubadi, R.A. Allawi. Investigation of the magicity in some even-even Ca isotopes by using shell model and Hartree-Fock-Bogoliubov method. *Indian J. Phys.* **96** (2022) 1205.
24. A.A. Alzubadi, R.S. Obaid. Study of the nuclear deformation of some even-even isotopes using Hartree-Fock-Bogoliubov method (effect of the collective motion). *Indian J. Phys.* **93** (2019) 75.
25. H. Horie, K. Ogawa. Effective proton-neutron interaction and spectroscopy of the nuclei with  $N = 29$ . *Prog. Theor. Phys.* **46** (1971) 439.
26. R.A. Broglia, V. Zelevinsky (Eds.). *Fifty Years of Nuclear BCS. Pairing in Finite Systems* (World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2013) 693 p.
27. B.A. Brown, W.D.M. Rae. The shell-model code NuShellX@MSU. *Nucl. Data Sheets* **120** (2014) 115.
28. W.A. Richter et al. New effective interactions for the  $0f_{1/2}$  shell. *Nucl. Phys. A* **523** (1991) 325.
29. T. Iwamoto, H. Horie, A. Yokoyama. Inelastic electron scattering form factors for the excitation of the  $2^+$  states in the  $1f_{7/2}$  nuclei. *Phys. Rev. C* **25** (1982) 658.
30. N.J. Stone. Table of Nuclear Magnetic Dipole and Electric Quadrupole Moments. IAEA, International Nuclear Data Committee INDC(NDS)-0658 (Vienna, Austria, Vienna International Centre, 2014) 171 p.
31. G.N. Flaiyh. Inelastic electron scattering form factors involving the second excited  $2^+$  level in the isotopes  ${}^{50,54,52}\text{Cr}$ . *Iraqi J. Phys.* **13** (2015) 19.
32. G.N. Flaiyh. Core polarization effects on the inelastic longitudinal electron scattering form factors of  ${}^{48,50}\text{Ti}$  and  ${}^{52,54}\text{Cr}$  nuclei. *Iraqi J. Sci.* **57** (2016) 639.
33. J. Heisenberg, J.S. McCarthy, I. Sick. Inelastic electron scattering from several Ca, Ti and Fe isotopes. *Nucl. Phys. A* **164** (1971) 353.
34. L.J. Tassie. A model of nuclear shape oscillations for  $\gamma$ -transitions and Electron Excitation. *Aust. J. Phys.* **9** (1956) 407.
35. J.W. Lightbody, Jr. et al. Elastic and inelastic electron scattering from  ${}^{50,52,54}\text{Cr}$ . *Phys. Rev. C* **27** (1983) 113.
36. P.K. Raina, S.K. Sharma. Form factors and transition charge densities for the quadrupole and hexadecupole electroexcitation of some  $2p-1f$  shell nuclei. *Phys. Rev. C* **37** (1988) 1427.
37. A.M. Selig et al. Effective electro-magnetic operators of  ${}^{50}\text{Ti}$  investigated with the  $(e, e')$  reaction. *Nucl. Phys. A* **476** (1988) 413.
38. A. Poves et al. Shell model study of the isobaric chains  $A = 50$ ,  $A = 51$  and  $A = 52$ . *Nucl. Phys. A* **694** (2001) 157.
39. [Live Chart of Nuclides](#).
40. J. Erler, P. Klüpfel, P.-G. Reinhard. Self-consistent nuclear mean-field models: example Skyrme-Hartree-Fock. *J. Phys. G* **38** (2011) 33101.
41. A.A. Alzubadi, R.S. Obaid. An analysis of the tensor force and pairing correlation on the disappearance of nuclear magicity at  $N = 28$  region. *Braz. J. Phys.* **53** (2023) 99.
42. P. Möller et al. Nuclear ground-state masses and deformations: FRDM (2012). *At. Data Nucl. Data Tables* **109-110** (2016) 1.