

**ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РЕАКТОРА НА ВОЛНЕ ЯДЕРНОГО ГОРЕНИЯ (РВЯГ).  
II. КОНКРЕТНЫЕ МОДЕЛИ**

**В. Н. Павлович<sup>1</sup>, В. Н. Хотяинцев<sup>2</sup>, Е. Н. Хотяинцева<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев*

<sup>2</sup>*Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев*

Рассмотрен реактор на волне ядерного горения при наличии невыгорающего поглотителя нейтронов. Показано, что изменяя концентрацию поглотителя, можно регулировать скорость волны, а значит, и мощность реактора. На основе полученных в предыдущей работе [1] условий равновесия волны развита теория возмущений, позволяющая при заданной концентрации поглотителя определять скорость волны (мощность реактора) и конечный флюэнс (или выгорание топлива). Параметром малости в данной теории возмущений является безразмерная скорость волны, которая является малой для любого реального реактора. Рассмотрено также влияние высших изотопов плутония и продуктов деления (для реактора на уран-плутониевом цикле) на распространение волны делений.

**Введение**

Данная статья является продолжением работы [1], где приведены постановка задачи, краткий обзор и список литературы по проблеме. Напомним, что реактор на автоволне делений, которая может распространяться по сырьевому материалу (<sup>238</sup>U, <sup>232</sup>Th), был впервые рассмотрен Феокистовым в работе [2]. Такая волна возникает при облучении сырьевого материала нейтронами вследствие хорошо известных цепочек превращений сырьевого материала в делящийся. Очевидны преимущества такого реактора, состоящие прежде всего в возможности использования в качестве топлива отвалов обедненного урана, природного урана, отработанного топлива легководных реакторов, огромных запасов тория. В то же время проведенные многими группами численные расчеты встречаются с определенными трудностями, которые показали, что до проведения численных расчетов имеет смысл исследовать конкретную систему на устойчивость волны, определить ее скорость, энерговыделение и т.п.

Основной результат, полученный в [1], следующий. Показано, что задачу распространения волны ядерного горения в сырьевом материале можно анализировать на основе диффузионного уравнения для флюэнса. Этот анализ приводит к двум условиям существования стационарной волны. Первое условие состоит в равенстве количества рожденных и поглощенных нейтронов, что, конечно, эквивалентно равенству единице эффективного коэффициента размножения. Второе условие – условие пространственно-временной сбалансированности в волне – заключается в совпадении центров приложения генерации и поглощения по координате флюэнса. Пользуясь механической аналогией, можно

сказать, что это условие эквивалентно второму условию равновесия рычага – равенству нулю моментов сил, приложенных к рычагу (первое условие – равенство нулю суммы сил, приложенных к рычагу, – эквивалентно равенству единице коэффициента размножения нейтронов).

В данной работе показано, как применить полученные условия равновесия, а также рассмотрены конкретные модели систем, в которых может распространяться волна ядерного горения с учетом различных нуклидов, влияющих на распространение волны. В частности, развита теория возмущений, позволяющая вычислять скорость волны делений в зависимости от параметров задачи.

**РВЯГ с поглотителем**

В дополнение к рассмотренным в [1] нуклидам, участвующим в формировании и распространении волны ядерного горения, введем в рассмотрение внешний поглотитель нейтронов, концентрация которого приближенно не зависит от процессов, происходящих в волне, т.е. поглотитель считается невыгорающим. Поглотитель вводится для возможности регулировать баланс нейтронов в системе. К поглотителю отнесем все ядра, которые не принадлежат топливной цепи превращений, в том числе химически связанные с сырьевым нуклидом (например, кислород), конструкционные материалы и др. Наличие поглотителя принципиально важно, так как позволяет в определенных пределах регулировать свойства системы.

Функция генерации нейтронов (1.1) (в дальнейшем ссылки на все формулы работы [1] приводим в указанном виде) в такой системе имеет вид суммы двух слагаемых:

$$g = g^f(\vec{N}) - \frac{1}{\tau_A}, \quad (1)$$

где  $g^f$  – топливная часть функции генерации (напомним, что в функцию генерации нейтронов объединены все члены в уравнении диффузии для плотности потока нейтронов, ответственные за рождение и поглощение нейтронов), которая линейно зависит от концентраций ядер топливной цепи превращений  $N_i$  (за ними мы сохраним обозначения  $\vec{N} = \{N_i\}$ ),  $\tau_A$  – время жизни нейтрона относительно поглощения ядрами поглотителя. Для простоты будем считать, что при прохождении волны поглотитель не насыщается,  $\tau_A = \text{const}$ .

При переходе к безразмерной функции генерации нейтронов  $g$  выражение (1) нужно умножить на время жизни нейтронов  $\tau$ :

$$g = g^f(\vec{N}) - p, \quad (2)$$

где  $g, g^f$  уже безразмерные (штрихи опущены), а  $p = \frac{\tau}{\tau_A}$  – безразмерная эффективная концентрация поглотителя.

### Стационарная волна малой скорости

Уровень энерговыделения в области прохождения волны возрастает приблизительно пропорционально ее скорости. Поэтому приемлемый с технической точки зрения уровень энерговыделения ограничивает актуальную область скоростей диапазоном от месяцев до годов для времени прохождения волны  $T$ . Главный внутренний масштаб времени в РВЯГ задается временем  $\beta$ -распада промежуточного нуклида  $N_2$ ,  $\tau_\beta = \tau_2$ . Для уранового цикла – это  $^{239}\text{Np}$  с характерным временем  $\beta$ -распада  $\tau_2 = 3,47$  сут, а для ториевого –  $^{233}\text{Pa}$  с характерным временем  $\beta$ -распада  $\tau_2 = 36,6$  сут. Поэтому безразмерная скорость волны

$$W = \frac{\tau_2}{T} \quad (3)$$

в актуальной области всегда будет малой величиной для уранового цикла. Для ториевого цикла  $W$  меньше единицы, а при  $T \geq 1$  год также  $W \ll 1$ . Волну, безразмерная скорость которой является малой ( $W \ll 1$ ), будем называть волной малой скорости. Наличие в задаче малого параметра дает возможность практически воспользоваться условиями стационарности волны (31.1 и 32.1)

$$G(\vec{N}_f, \psi_f) \equiv \int_0^{\psi_f} g d\psi = 0,$$

$$M(\vec{N}_f, \psi_f) \equiv \int_0^{\psi_f} (\psi_f - \psi) g d\psi = 0,$$

где  $\vec{N}_f, \psi_f$  – предельные значения концентраций и флюэнса, и развить аналитически теорию возмущений или построить итерационную схему расчета, на чем мы коротко и остановимся.

Что касается остальных нуклидов, то они имеют большие времена распада  $\tau \gg T$ , поэтому сейчас будем считать их стабильными. Для уранового цикла может проявляться лишь влияние распада  $^{241}\text{Pu}$ , причем только в области сверхмалых скоростей волны при  $T \approx \tau_5 \approx 10$  лет. Этот эффект является поправочным и требует отдельного рассмотрения.

Будем считать для простоты, что система имеет один главный управляющий параметр – безразмерную эффективную концентрацию поглотителя  $p$ . Тогда условия стационарности волны дают два условия на три величины:  $p, W, \psi_f$ . Поэтому  $W = W(p)$  и  $\psi_f = \psi_f(p)$ . То есть, изменяя управляющий параметр, получаем реактор с другой скоростью волны. Однако при теоретическом анализе для волны малой скорости, наоборот, удобно считать заданной скорость волны. Тогда из условий стационарности волны для данной безразмерной скорости волны  $W$  находим  $\psi_f$  и управляющий параметр  $p$ , при котором волна данной скорости реализуется:

$$\psi_f = \psi_f(W), p = p(W). \quad (4)$$

Схема решения задачи методом последовательных приближений по  $W$  следующая. Если  $W \ll 1$ , все концентрации ядер  $N_i$  и величины  $G, M$ , которые являются линейными функциями этих концентраций, а также параметры  $\psi_f$  и  $p$  можно искать в виде разложений по степеням  $W$

$$Q(W) = Q^{(0)} + W \cdot Q^{(1)} + \dots, \quad (5)$$

где  $Q$  – какая-либо из указанных выше величин. Важно определить, какой из членов разложения (5) для данной величины является первым отличным от нуля, т. е. является главным по  $W$  членом при  $W \rightarrow 0$ , и какой именно следующий член будет малой поправкой к главному. Для этого конкретизируем первые три уравнения системы (18.1)

$$\dot{N}_1 = -\psi \cdot N_1, \quad (6)$$

$$\dot{N}_2 = \alpha_1 \cdot \psi \cdot N_1 - \frac{N_2}{W} - \gamma_2 \cdot \psi \cdot N_2, \quad (7)$$

$$\dot{N}_3 = \frac{N_2}{W} - \gamma_3 \cdot \dot{\psi} \cdot N_3. \quad (8)$$

Здесь  $\alpha_1 = \frac{\sigma_{e1}}{\sigma_{a1}}$ ,  $\gamma_2 = \frac{\sigma_{a2}}{\sigma_{a1}}$ ,  $\gamma_3 = \frac{\sigma_{a3}}{\sigma_{a1}}$ ;  $N_1$  – концентрация сырьевого нуклида ( $^{238}\text{U}$  или  $^{232}\text{Th}$ );  $N_3$  – концентрация основного делящегося нуклида ( $^{239}\text{Pu}$  или  $^{233}\text{U}$ ). Из уравнения (7) видно, что при  $W \rightarrow 0$  концентрация промежуточного нуклида  $N_2$  стремится к нулю (он распадается быстро по сравнению со временем прохождения волны). При этом членами нулевого порядка по  $W$  являются первый член в правой части уравнения (7) (он служит источником для  $N_2$ ) и члены  $N_2/W$  в уравнениях (7) и (8). Все другие члены, которые содержат  $N_2$  в этих и всех других уравнениях кинетики ядер, являются членами первого порядка по  $W$ , и в нулевом приближении по  $W$  их нужно положить равными нулю. Тогда из уравнения (7) получаем

$$N_2 / W = \alpha_1 \cdot \dot{\psi} \cdot N_1(\psi) \quad (9)$$

и, подставив уравнение (9) в уравнение (8), исключаем  $N_2$  из системы уравнений кинетики ядер.

Если обозначить весь набор ядер без нуклида  $N_2$  как  $\bar{N}'$  и считать их стабильными, то в системе уравнений для концентраций ядер можно от  $z$  перейти к независимой переменной  $\psi$ ,  $d\psi = \dot{\psi} \cdot dz$ . В результате система (6) - (8) приобретает вид системы с постоянными коэффициентами

$$\frac{d\bar{N}'}{d\psi} = \hat{\sigma} \cdot \bar{N}'. \quad (10)$$

Таким образом, в нулевом приближении по  $W$  концентрации нуклидов определяются лишь текущим значением флюэнса

$$N_i^{(0)} = N_i^{(0)}(\psi), i \neq 2. \quad (11)$$

Заметим, что уравнение для  $N_1$  (6) интегрируется точно независимо от  $W$

$$N_1 = e^{-\psi}. \quad (12)$$

Итак, величины  $G$  и  $M$ , которые являются линейными функциями концентраций ядер, в нулевом приближении по  $W$  также являются функциями флюэнса, а условия стационарности волны (31.1), (32.1) приобретают вид системы уравнений на  $p$  и  $\psi_f$ :

$$G = G^{(0)}(p, \psi_f) = 0, \quad (13)$$

$$M = M^{(0)}(p, \psi_f) = 0, \quad (14)$$

Решения этой системы обозначим как  $p_0$  и  $\psi_{f0}$ , тогда  $p^{(0)} = p_0$ ,  $\psi_f^{(0)} = \psi_{f0}$ .

Далее, подставив в (33.1) выражение для момента генерации нейтронов  $M$  в нулевом приближении при  $p = p_0$ , получим уравнение фазовой траектории системы в нулевом приближении. Возвращаясь к механической аналогии, о которой говорилось в [1], можно сказать, что в нулевом приближении силовое поле  $G$ , в котором происходит движение частицы, является потенциальным, а уравнение (33.1) имеет вид закона сохранения энергии при нулевой полной энергии. Из уравнения (33.1) при  $p = p_0$  с учетом условия (32.1) находим  $\dot{\psi}$ , т. е. безразмерный поток нейтронов  $\Phi$  как функцию флюэнса

$$\dot{\psi} = \Phi(\psi), \quad (15)$$

где обозначено

$$\Phi(\psi) = \sqrt{-2 \cdot M(p_0, \psi)}. \quad (16)$$

Размерный поток нейтронов, как следует из уравнений (3.1), (13.1), (3), равен

$$\phi = \sigma_{a1}^{-1} \cdot \tau_2^{-1} \cdot W \cdot \dot{\psi}, \quad (17)$$

т. е. в этом приближении он прямо пропорционален скорости волны, а значит, мощность реактора также прямо пропорциональна скорости волны.

Наконец, интегрируя уравнение первого порядка (15) с произвольным начальным условием или вычисляя соответствующий интеграл

$$z - z_1 = \int_{\psi_1}^{\psi} \frac{d\psi}{\Phi(\psi)}, \quad (18)$$

находим связь между флюэнсом и волновой координатой с точностью до произвольной постоянной  $z_1$ .

Итак, все величины, которые характеризуют волну малой скорости, найдены, кроме самой скорости, которая в нулевом приближении не определяется и должна считаться заданной. Для определения скорости при заданном  $p$  необходимо рассмотреть приближения более высокого порядка.

В следующем приближении необходимо учесть в формуле (7) и других уравнениях кинетики ядер те линейные по  $N_2$  члены,

которые в нулевом приближении не учитывались, и найти соответствующие поправки к концентрациям, которые будут зависеть от скорости волны. Используя для  $N_2$  результаты нулевого приближения (9), (15), (16), а также линейность уравнений кинетики ядер, получаем, что поправки к концентрациям  $N_i$ ,  $i \geq 3$ , также являются функциями  $\psi$  и имеют первый порядок по  $W$ .

Эти поправки имеют две составляющие разной природы, которые обусловлены влиянием на баланс нуклида  $N_2$  (см. уравнение (7)) двух различных факторов: члена  $\dot{N}_2$  и последнего слагаемого в правой части этого уравнения. Первый из них отвечает за изменение количества накопленного от начала процесса нуклида  $N_2$ , что ведет к задержке изменений концентраций топливных нуклидов относительно изменения концентрации сырьевого нуклида  $N_1$ . Второй отвечает за выгорание нуклида  $N_2$  и приводит к перераспределению каналов образования топливных нуклидов  $N_i$ ,  $i \geq 3$ . Действительно, в результате выгорания промежуточного нуклида  $N_2$  нуклид  $N_4$  (это  $^{240}\text{Pu}$  для уран-плутониевого цикла или  $^{234}\text{U}$  для торий-уранового) образуется непосредственно из  $N_2$ , а не из нуклида  $N_3$ .

Поскольку величины  $G$  и  $M$  зависят от концентраций ядер линейно, поправки к  $G$  и  $M$  также имеют первый порядок по  $W$ , а условия стационарности волны приобретают вид

$$G^{(0)}(p, \psi) + W \cdot G^{(1)} = 0, \quad (19)$$

$$M^{(0)}(p, \psi) + W \cdot M^{(1)} = 0. \quad (20)$$

В уравнении (19) необходимо разложить все величины по степеням  $W$  до первого порядка включительно и учесть, что при  $p = p_0$  и  $\psi_f = \psi_{f0}$  условия стационарности волны в нулевом приближении (13) и (14) выполняются. Учитывая также соотношение

$$\frac{\partial M}{\partial \psi} = G, \quad (21)$$

которое следует из определения (30.1), получаем, что поправки первого порядка к  $p$  и  $\psi_f$  отличны от нуля и удовлетворяют линейной системе уравнений, коэффициенты которой и неоднородные члены находятся через величины в нулевом приближении. Тогда с точностью до линейных по  $W$  членов имеем

$$p = p_0 - b \cdot W, \quad (22)$$

$$b = \frac{M^{(1)}}{\frac{\partial M^{(0)}}{\partial p}}. \quad (23)$$

Последнее равенство можно переписать в виде зависимости скорости волны от изменения управляющего параметра

$$u = \frac{L}{\tau_2 \cdot b} \cdot (p_0 - p). \quad (24)$$

Применимость формулы (24) для скорости волны ограничена сверху условием

$$W = \frac{u \cdot \tau_2}{L} \ll 1. \quad (25)$$

Так как  $p$  является безразмерной концентрацией поглотителя, увеличение  $p$  должно приводить к замедлению волны, т. е.  $b > 0$ . Так как  $W > 0$ , волна существует только при  $p < p_0$ . Таким образом,  $p_0$  имеет смысл верхней границы области концентраций поглотителя, при которых волна может существовать. При этом мы пренебрегаем отклонением от линейной зависимости (24) в области сверхмалых скоростей, обусловленным конечным временем  $\beta$ -распада топливных нуклидов, о возможном влиянии которого упоминалось выше.

Заметим, что в нулевом приближении, без учета линейных по  $W$  поправок, формально имеем  $p = p_0$ . Это может создать неверное впечатление, что волна существует лишь при  $p = p_0$ , а скорость ее произвольна. На самом деле это не так, просто в пределах точности нулевого приближения  $p \approx p_0$  независимо от  $W$  для всей области малых скоростей волны.

Полученные результаты имеют общий характер. Более детальные результаты можно получить для конкретных моделей кинетики ядер и процессов, которые влияют на баланс числа нейтронов.

### Конкретные модели РВЯГ

Минимальная (базовая) модель РВЯГ включает такие и только такие элементы, без которых стационарная волна в принципе невозможна. Построение и анализ минимальной модели является обязательным исходным пунктом создания последовательной теории явления, так как обеспечивает базовый уровень его качественного понимания. Всякая другая адекватная модель должна содержать ее как частый случай, а потому объективно является

развитием минимальной модели. Ближайшей к минимальной модели РВЯГ, известной в литературе, является модель Феокистова. В нашей работе исключены непринципиальные для существования РВЯГ элементы этой модели, а также введен реальный управляющий параметр – концентрация поглотителя – вместо критической концентрации плутония, которая в действительности оказывается существенно переменной величиной. Параллельно с минимальной моделью мы рассмотрим также варианты расширенной модели, которая учитывает дополнительные факторы и позволяет выяснять их влияние на картину явления.

Минимальная модель учитывает концентрации лишь трех нуклидов: сырьевого, промежуточного и одного топливного. Они обозначены соответственно  $N_1$ ,  $N_2$  и  $N_3$ . Для уранового цикла – это соответственно  $^{238}\text{U}$ , эффективный нуклид  $^{239}\text{Pu}$  и  $^{239}\text{Pu}$ , а для ториевого –  $^{232}\text{Th}$ , эффективный нуклид  $^{233}\text{Pa}$  и  $^{233}\text{U}$ . Эффективный нуклид – это нуклид, который учитывает через небольшое изменение сечений наличие второго промежуточного нуклида с малым временем жизни ( $^{239}\text{U}$  или  $^{233}\text{Th}$ ). Топливный нуклид в минимальной модели также может пониматься как некий эффективный, так как он должен заменить вклады всех топливных изотопов. Уравнения кинетики ядер для стационарной волны в случае базовой модели – это уравнения (6) - (8) при  $\gamma_2 = 0$  (без учета „выгорания” эффективного промежуточного нуклида).

Расширенная модель для уранового цикла учитывает кинетику концентраций четырех топливных нуклидов вместо одного изотопа плутония –  $^{239}\text{Pu}$ ,  $^{240}\text{Pu}$ ,  $^{241}\text{Pu}$ ,  $^{242}\text{Pu}$  (последние три обозначены как  $N_4$ ,  $N_5$ ,  $N_6$ ) и продуктов деления ( $N_7$ ), а также соответствующие вклады в функцию генерации нейтронов. Кинетические уравнения (18.1) для расширенной модели, кроме уравнений (6), (7), (8), содержат еще такие уравнения:

$$\dot{N}_i = \alpha_{i-1} \cdot \dot{\psi} \cdot N_{i-1} - \gamma_i \cdot \dot{\psi} \cdot N_i, \quad (26)$$

$$\dot{N}_7 = \sum_{i=1}^6 (\gamma_i - \alpha_i) \cdot \dot{\psi} \cdot N_i - \alpha_7 \cdot \dot{\psi} \cdot N_7, \quad (27)$$

где  $i = 4, 5, 6$ ,  $\alpha_i = \frac{\sigma_{ci}}{\sigma_{a1}}$ ,  $\gamma_i = \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a1}}$ ,  $\alpha_7 = \frac{\sigma_{c7}}{\sigma_{a1}}$ .

В уравнении диффузии нейтронов (1.1) функция генерации нейтронов  $g$  принимает вид

$$g = -p - N_1 + \beta_3 \cdot N_3 + \beta_4 \cdot N_4 + \beta_5 \cdot N_5 + \beta_6 \cdot N_6 + \beta_7 \cdot N_7,$$

$$\beta_i = \frac{\nu_i \cdot \sigma_{fi} - \sigma_{ai}}{\sigma_{a1} - \nu_1 \cdot \sigma_{f1}}, \quad i = 3 \div 6, \quad \beta_7 = -\frac{\sigma_{a7}}{\sigma_{a1} - \nu_1 \cdot \sigma_{f1}}. \quad (28)$$

Концентрация поглотителя  $p$  считается постоянной. Для базовой модели  $\beta_i = 0$ ,  $i = 4 \div 7$ , а для расширенной все  $\beta_i$  положительны, кроме  $\beta_7$ . Уравнения (6) - (8) и (26), (27) составляют систему уравнений кинетики ядер (18.1) для стационарной волны в расширенной модели. По виду этих уравнений легко могут быть восстановлены и соответствующие уравнения для нестационарного случая (10.1), которые мы здесь не выписываем. Используя явный вид уравнений (10.1) и выражение (28), из определения (6.1) находим  $G$  как функцию концентраций  $N_i$  и флюэнса  $\psi$

$$G = -p \cdot \psi - c_1 \cdot (1 - N_1) + \sum_{i=2}^7 c_i \cdot N_i, \quad (29)$$

где  $c_i$  – коэффициенты, которые выражаются через  $\alpha_i$ ,  $\gamma_i$ ,  $\beta_i$ . Ввиду громоздкости приведем их явный вид только для базовой модели:

$$c_1 = -\frac{\alpha_1 \cdot \beta_3}{\gamma_3} + 1, \quad c_2 = -\frac{\beta_3}{\gamma_3}, \quad (30)$$

$$c_3 = -\frac{\beta_3}{\gamma_3}, \quad c_4 = c_5 = c_6 = c_7 = 0.$$

При этом учтено, что в начальном состоянии присутствовал только сырьевой нуклид

$$\psi = 0, \quad N_k = 0, \quad k = 2 \div 7, \quad N_1 = 1. \quad (31)$$

Ограничимся анализом нулевого приближения по скорости волны. Тогда в уравнении (29) следует положить  $N_2 = 0$ . В приближении (9) кинетические уравнения (6) - (8), (26), (27) с начальными условиями (31) последовательно решаются аналитически:

$$N_1 = e^{-\psi}, \quad (32)$$

$$N_3 = \frac{\alpha_1}{\gamma_3 - 1} \cdot (e^{-\psi} - e^{-\gamma_3 \cdot \psi}), \quad (33)$$

$$N_i = a_{i1} \cdot e^{-\psi} + a_{3i} \cdot e^{-\gamma_3 \cdot \psi} + \dots + a_{ii} \cdot e^{-\gamma_i \cdot \psi}, \quad i = 4 \div 7, \quad (34)$$

где  $a_{ji}$  – коэффициенты, которые выражаются через  $\alpha_k$ ,  $\gamma_k$ . Имея эти решения, находим функцию генерации флюэнса и момент генерации флюэнса как функции флюэнса  $\psi$

$$G = -p \cdot \psi + b_1 \cdot e^{-\psi} + b_3 \cdot e^{-\gamma_3 \cdot \psi} + \dots + b_7 \cdot e^{-\gamma_7 \cdot \psi} + c, \quad (35)$$

$$M = -\frac{p \cdot \psi^2}{2} + b_1 \cdot (1 - e^{-\psi}) + b_3 \cdot \frac{1 - e^{-\gamma_3 \cdot \psi}}{\gamma_3} + \dots + b_7 \cdot \frac{1 - e^{-\gamma_7 \cdot \psi}}{\gamma_7} + c \cdot \psi, \quad (36)$$

где  $b_i, c$  выражаются через  $\alpha_k, \gamma_k, \beta_k$ . Составляем теперь балансные условия  $G = 0$  (31.1) и  $M = 0$  (32.1), которые имеют вид алгебраической системы для  $p$  и  $\psi$ . Переменная  $p$  легко исключается, а полученное уравнение для  $\psi$  решается численно. Найденные значения  $p = p_0, \psi = \psi_0$  соответствуют стационарной волне

ядерного горения в нулевом приближении по скорости. Заметим, что конечные значения концентраций ядер находятся по формулам (32) - (34) при  $\psi = \psi_0$ , а конечное значение  $N_2$  всегда равно нулю. После этого поток нейтронов и связь между флюэнсом и волновой координатой находим по формулам (15) - (18).

Рассчитанные в нулевом приближении по скорости параметры стационарной волны  $p_0, \psi_0$ , конечные значения концентраций ядер для базовой модели и нескольких вариантов расширенной модели приведены в таблице. Их анализ дает возможность выявить влияние различных элементов модели на характеристики волны в реакторе Феоктистова.

Описание модели		$p_0$	$\psi_m$	Конечные значения безразмерных концентраций					
Изотопы плутония	Поглощение продуктами деления			$N_1$	$N_3$	$N_4$	$N_5$	$N_6$	$N_{Fp}$
$^{239}\text{Pu}, \sigma_{c3} \neq 0$	нет	0,335	1,770	0,171	0,021	-	-	-	-
$^{239}\text{Pu}, ^{240}\text{Pu}, ^{241}\text{Pu}, ^{242}\text{Pu}$	нет	0,448	1,935	0,144	0,018	0,019	0,004	0,003	-
$^{239}\text{Pu}, ^{240}\text{Pu}, ^{241}\text{Pu}, ^{242}\text{Pu}$	есть	0,083	1,123	0,325	0,040	0,035	0,006	0,003	0,284
$^{239}\text{Pu}, ^{240}\text{Pu}, ^{241}\text{Pu}$	есть	0,082	1,121	0,326	0,040	0,034	0,006	-	0,283

Первая строка таблицы относится к базовой модели. Сечения поглощения и деления нуклида  $N_3$  соответствуют изотопу  $^{239}\text{Pu}$ , остальные изотопы плутония не учитываются.

Вторая строка отличается от предыдущей тем, что вместо одного нуклида  $N_3$  явно учитываются все четыре изотопа плутония, но поглощение нейтронов продуктами деления не учитывается, как и в базовой модели.

Третья строка отличается от второй тем, что учитываются также продукты деления, их накопление, выгорание и поглощение ими нейтронов. Прежде всего видно, что по сравнению со второй строкой радикальным образом количественно изменяются все параметры волны. Так, появление дополнительного канала поглощения нейтронов приводит к резкому уменьшению  $p_0$ : в общем балансе нейтронов происходит замена поглощения нейтронов поглотителем на поглощение продуктами деления.

Однако видно, что такая замена одного механизма поглощения на другой не является эквивалентной: конечный флюэнс уменьшается почти вдвое. Соответственно, существенно уменьшается и глубина выгорания, изменяются конечные концентрации нуклидов. Это связано с изменением баланса момента генерации

(условие (32.1)). Имеет значение то, что независимо от абсолютного вклада в общий баланс нейтронов вклады в функцию генерации нейтронов от поглотителя и от продуктов деления по-разному распределены по координате флюэнса. Первый является константой, а второй с увеличением флюэнса растет вместе с накоплением продуктов деления (см. рис. 1). Четвертая строка показывает, что неучет изотопа  $^{242}\text{Pu}$  почти не отражается на параметрах волны.

На рис. 1 и 2 представлены зависимости (32) - (34) концентраций ядер от флюэнса, а его конечное значение соответствует третьей строке таблицы. Реальный профиль волны образуется некоторым неоднородным растяжением этих графиков в направлении горизонтальной оси, задаваемым соотношением (18), в результате чего конечный интервал по  $\psi$  ( $0, \psi_0$ ) превращается в бесконечный интервал  $(-\infty, \infty)$  по волновой координате либо по  $x$  или  $t$ .

Подчеркнем, что зависимости (32) - (34) определяются лишь уравнениями кинетики ядер, а потому являются, по сути, одинаковыми для всех вариантов расчета, представленных в таблице. Отличие состоит лишь в том, что процесс ядерного горения прекращается при разных конечных значениях флюэнса  $\psi = \psi_0$ .

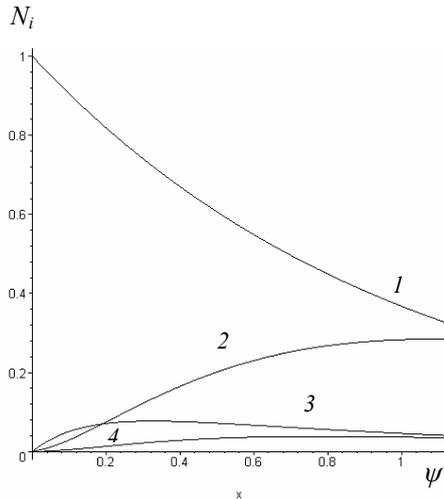


Рис. 1. Зависимость безразмерных концентраций  $N_i$  от безразмерного флюэнса  $\psi$ : 1, 2, 3, 4 - концентрации  $N_1, N_7, N_3$  и  $N_4$  соответственно.

Соответственно разными будут и конечные концентрации ядер, и результирующий профиль волны по координатам  $x$  и  $t$ . Причина же изменения  $\psi_{f0}$  состоит в том, что изменяется вид функции генерации нейтронов. С расширением модели дополнительно учитываются в явном виде вклады в генерацию и поглощение нейтронов от новых групп ядер, которые по-другому зависят от  $\psi$ .

Мы ограничимся здесь лишь качественным обсуждением результатов, касающихся формирования определенной скорости волны. Они лежат вне нулевого приближения по скорости. В следующем, линейном, приближении по скорости волны возникают линейные по  $W$  поправки к концентрациям ядер и нейтронов, к функции генерации нейтронов, к  $G$  и  $M$ , а также к  $p$  и  $\psi_f$ . Именно благодаря им при заданной концентрации поглотителя  $p < p_0$  скорость волны будет иметь вполне определенное значение (см. уравнение (24)). Физика формирования определенной скорости волны заключается в том, что при изменении  $p$  срабатывает некоторый компенсаторный механизм, который за счет изменения скорости волны и  $\psi_f$  устраняет возникающий дисбаланс, как по генерации и поглощению нейтронов, так и по моменту генерации. Причем необходимое изменение скорости, как видно из уравнений (22), (23) и (24), определяется именно изменением момента генерации при изменении  $p$ .

Ответственны за этот механизм компенсации два члена первого порядка по  $W$  в уравнении (7) для концентрации промежуточного нуклида  $N_2$ : это член  $\dot{N}_2$  в левой части и последний член в правой части. То есть, фактически, работают два

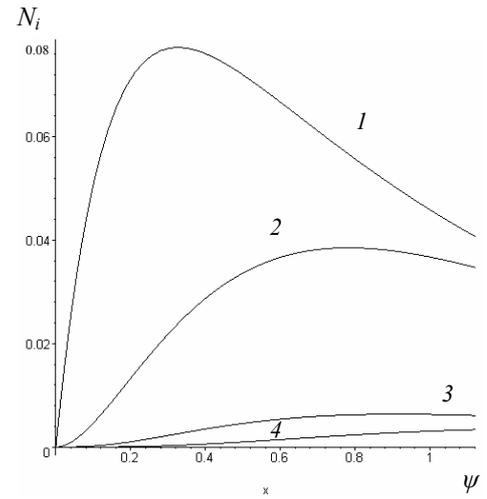


Рис. 2. Зависимость безразмерных концентраций  $N_i$  от безразмерного флюэнса: 1, 2, 3, 4 -  $^{239}\text{Pu}$ ,  $^{240}\text{Pu}$ ,  $^{241}\text{Pu}$ ,  $^{242}\text{Pu}$  соответственно.

различных параллельных компенсаторных механизма, зависящие от скорости волны. Первый связан с накоплением и последующим расходом нуклида  $N_2$ , что приводит к задержке образования топливного нуклида  $N_3$  по отношению к вызывающему его уменьшению концентрации нуклида  $N_1$ . В нулевом приближении по скорости такая задержка отсутствует. Второй механизм связан с выгоранием нуклида  $N_2$  и, соответственно, с прямым образованием из  $N_2$  нуклида  $N_4$  ( $^{240}\text{Pu}$ ) взамен образования нуклида  $N_3$  ( $^{239}\text{Pu}$ ). Каждый из эффектов дает свою поправку к функции генерации.

Следует подчеркнуть, что вклады обоих механизмов, вообще говоря, сравнимы, они имеют один порядок по скорости волны. Однако, несмотря на малость по сравнению с членами нулевого порядка, эти вклады являются главными при определении скорости волны. Поэтому скорость волны ядерного горения, вообще говоря, не может быть адекватно рассчитана ни в какой, пусть сколь угодно сложной, модели, если она не учитывает “малые” эффекты, связанные с выгоранием промежуточного нуклида.

Как известно, связь между плотностью энерговыделения и нейтронным потоком в однопроводном приближении может быть представлена в виде

$$h = \Delta E \cdot \phi \cdot \sum_i \sigma_{fi} \cdot N_i, \quad (37)$$

где  $h$  – плотность энерговыделения, Вт/см<sup>3</sup>;  $\Delta E$  – энергия, выделяемая в одном акте деления, Дж;  $\phi$  – поток нейтронов, см<sup>-2</sup>·с<sup>-1</sup>,  $\sigma_{fi}$  – микроскопическое сечение деления  $i$ -го нуклида, см<sup>2</sup>;  $N_i$  –

концентрация ядер  $i$ -го нуклида,  $\text{см}^{-3}$ . Интегрируя выражение (37) по объему активной зоны с учетом зависимости потока нейтронов  $\phi$  от скорости волны (17), а также с учетом кинетических уравнений (6) - (8) и (26), получим связь между скоростью волны и тепловой мощностью РВЯГ:

$$u = \frac{P}{\Delta E \cdot S \cdot N_0 \cdot \eta}. \quad (38)$$

Здесь  $P$  – тепловая мощность реактора;  $S$  – площадь поперечного сечения или фронта волны;  $N_0$  – начальная концентрация тяжелых ядер;  $\eta$  – доля разделившихся при прохождении волны ядер. Начальная концентрация ядер может быть найдена из соотношения

$$N_0 = \frac{F_0 \cdot \rho_0 \cdot N_A}{M_0},$$

где  $F_0$  – объемная доля топлива;  $\rho_0$  – плотность топлива,  $\text{г}/\text{см}^3$ ;  $M_0$  – молекулярная масса (если молекула содержит одно тяжелое ядро);  $N_A$  – число Авогадро.

Возьмем для оценок параметры реактора Феоктистова такими же, как у реактора БН-350: тепловая мощность 1000 МВт, объемная доля топлива 0,46, диаметр фронта волны 158 см. При  $\eta = 0,59$ , что соответствует третьей строке таблицы, скорость волны составит 9,2 см/год. Если, к примеру, взять параметры реактора «Супер-Феникс» (тепловая мощность 3000 МВт, объемная доля топлива 0,366, а диаметр фронта волны 370 см), то скорость волны ядерного горения составит 6,3 см/год. При этом безразмерная скорость волны  $W$  при  $L = 30$  см составляет соответственно 0,003 и 0,002.

### Выводы

Несмотря на очевидную тождественность по составу и ядерным процессам, которые протекают на микроскопическом уровне, реактор Феоктистова (РФ) и обычный реактор на быстрых нейтронах на уровне системы оказываются принципиально различными во многих отношениях.

Реактор на волне ядерного горения является автономной системой, а реактор на быстрых нейтронах – нет (кроме промежутков времени, когда регулировочные стержни остаются неподвижными). Благодаря автономности флюэнс  $\psi$  в РФ может играть роль внутренней переменной системы, определяющей ее текущее состояние, а пространственно-временная эволюция системы

при прохождении стационарной волны ядерного горения малой скорости представляет собой однонаправленное движение по координате флюэнса от начального до максимального конечного значения. При этом текущие значения концентраций ядер и потока нейтронов практически определяются только текущим значением флюэнса  $\psi$ .

Для РФ уровень критичности, как локальная характеристика, сам по себе не является достаточно информативной величиной для анализа режима стационарной волны. В действительности внутреннее равновесие в стационарной волне ядерного горения определяется видом зависимости функции генерации нейтронов от флюэнса.

В обычном реакторе в приближении точечной кинетики пространственные распределения концентраций фиксированы, изменяется лишь их амплитуда, а динамика реактора является динамикой временной. Напротив, в РФ стационарная волна формируется пространственной квазистационарной диффузией нейтронов и временной кинетикой концентраций ядер. Эти процессы должны быть согласованными между собой. В результате, в отличие от одного условия критичности для обычного реактора, режим стационарной волны в РФ требует выполнения двух балансных условий равновесия, которые аналогичны по виду условиям равновесия рычага в поле внешних сил: нулевой и первый моменты функции генерации нейтронов (при интегрировании по флюэнсу) должны равняться нулю. Физически это означает, что должны быть сбалансированы не только полное число генерируемых нейтронов и полное число поглощаемых в системе нейтронов при прохождении волны, но также должны быть сбалансированы определенным образом их распределения внутри волны, а именно должны совпадать центры тяжести этих распределений по координате флюэнса.

Как видно из приведенных расчетов, в РФ безразмерный флюэнс достигает значений в диапазоне  $\psi \approx 1 \div 2$ , а уровень выгорания топлива составляет  $> 30\%$ , что существенно больше, чем в обычных реакторах. Процессы, которые обычно не имеют большого значения в реакторе на быстрых нейтронах, в РФ, при больших уровнях выгорания, могут играть более важную роль. Соответственно традиционные для обычных реакторов приближения могут не подходить для РФ и подлежат пересмотру. Это особенно касается надлежащего учета процессов с участием продуктов деления. Результаты для разных вариантов моделей РФ показывают,

что поглощение нейтронов продуктами деления имеет самое существенное количественное влияние на параметры волны.

Добавление к составу топлива постороннего поглотителя дает возможность управлять скоростью волны ядерного горения и уменьшить ее до значений, которые обеспечивают приемлемый с практической точки зрения уровень плотности энерговыделения в единицу времени. При этом безразмерная скорость волны в РВЯГ мала, как было показано выше. Это значит, что время прохождения волны велико по сравнению с временем  $\beta$ -распада промежуточного нуклида, являющегося внутренним масштабом времени для

системы тяжелых ядер. В результате работает идеология теории возмущений по скорости волны. Если пренебречь малыми поправками по скорости, физическая картина упрощается. В области малых скоростей волны скорость уменьшается с ростом концентрации поглотителя линейно, причем за счет малого изменения концентрации поглотителя скорость можно менять в десятки раз. Стационарная волна деления не существует, если концентрация поглотителя (с учетом конструкционных материалов и др.) превышает значение, которое формально соответствует нулевой скорости волны.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Павлович В.Н., Хотяинцев В.Н., Хотяинцева Е.Н. Физические основы реактора на волне ядерного горения. I. // Ядерная физика та енергетика. - 2008. - № 2 (24). - С. 39 - 49.
2. Феоктистов Л.П. Нейтронно-делительная волна // Докл. Акад. наук СССР. - 1989. - Т. 309. - С. 864 - 867.

#### ФІЗИЧНІ ОСНОВИ РЕАКТОРА НА ХВИЛІ ЯДЕРНОГО ГОРІННЯ. II. КОНКРЕТНІ МОДЕЛІ

**В. М. Павлович, В. М. Хотяїнцев, О. М. Хотяїнцева**

Розглянуто реактор на хвилі ядерного горіння за наявності поглинача нейтронів, що не вигорає. Показано, що, змінюючи концентрацію поглинача, можна регулювати швидкість хвилі, а значить, і потужність реактора. На основі отриманих у попередній роботі [1] умов рівноваги хвилі розвинуто теорію збурень, що дає змогу при заданій концентрації поглинача визначати швидкість хвилі (потужність реактора) та кінцевий флюенс (або вигорання палива). Параметром малості в цій теорії збурень є безрозмірна швидкість хвилі, яка є малою для будь-якого реального реактора. Розглянуто також вплив вищих ізотопів плутонію та продуктів поділу (для реактора на уран-плутонієвому циклі) на розповсюдження хвилі поділів.

#### PHYSICAL PRINCIPLES OF NUCLEAR BURNING WAVE REACTOR. II. THE MODELS

**V. M. Pavlovych, V. M. Khotyaintsev, O. M. Khotyaintseva**

In this paper the reactor based on a nuclear burning wave propagation under the presence of the absorber which does not burn out is studied. The possibility to regulate the wave velocity and thus the power of the reactor by means of a small deviation of the absorber concentration is demonstrated. Starting from the general equilibrium conditions of the wave obtained in the previous paper [1] the perturbation approach is developed providing possibility to determine the wave velocity (reactor power) and the final fluence (fuel burn out) at a given absorber concentration. Dimensionless velocity of the wave which turns out to be small for any real reactor is proved to be the expansion parameter in this perturbation theory. The effect of higher isotopes of plutonium and of fission products (for the U-Pu cycle) on the wave properties is also considered.

Поступила в редакцію 04.11.08,  
после доработки – 17.12.08.