

**ПОТЕНЦІАЛ МОДИФІКОВАНОГО МЕТОДУ ТОМАСА - ФЕРМІ
ТА ЙОГО АНАЛІТИЧНЕ ПРЕДСТАВЛЕННЯ НА ПРИКЛАДІ ВЗАЄМОДІЇ
¹⁶O З ІЗОТОПАМИ ОЛОВА ^{112,114,116,118,120,122,124}Sn**

Густини розподілу нуклонів та потенціали ядерно-ядерної взаємодії для ядра ¹⁶O та ізотопів ^{112,114,116,118,120,122,124}Sn було розраховано в рамках модифікованого методу Томаса - Фермі, з урахуванням усіх доданків до членів другого порядку по \hbar у квазікласичному розкладі кінетичної енергії. В якості нуклон-нуклонної взаємодії використовувалися сили Скірма, залежні від густини нуклонів. Для одержаного потенціалу знайдено вдалу параметризацію, що дає змогу представити його в аналітичній формі.

Ключові слова: нуклонна густина, сили Скірма, ядерно-ядерний потенціал, відштовхувальний кор, аналітичне представлення.

1. Вступ

Протягом усього часу існування теоретичної ядерної фізики одним з основних її завдань було вивчення особливостей взаємодії атомних ядер. Для розрахунку таких фундаментальних характеристик ядерних реакцій, як перерізи різних процесів, спочатку необхідно знати потенціальну енергію ядерної взаємодії [1 - 4]. З цієї точки зору особливий інтерес представляє інформація про величину та радіальну залежність потенціалу взаємодії на малих відстанях між ядрами.

На жаль, потенціал нуклон-нуклонної взаємодії, особливо її ядерної частини, нині не досить гарно визначено. Загалом можна сказати, що якісно його можна розділити на ядерну, кулонівську та відцентрову частини, де властивості двох останніх уже досить добре вивчені. Але ситуація з ядерною частиною набагато складніша. У даний час для її апроксимації використовується велика кількість різних моделей [1 - 24], а висоти бар'єра в потенціалі ядерно-ядерної взаємодії, що впливають на механізм ядерних реакцій у межах цих моделей, можуть істотно відрізнитися. З цієї причини інформація про потенціал ядерно-ядерної взаємодії та висоти бар'єрів є принципово важливою для опису процесу реакції.

З усіх методів, що використовуються для побудови потенціалу ядерно-ядерної взаємодії, для нашої роботи ми обрали квазікласичний підхід. У цьому підході розподіл нуклонної та енергетичної густини розраховується за модифікованим методом Томаса - Фермі із залежними від густини силами Скірма [4, 7, 8, 10, 11, 13 - 24]. На даний момент існує велика кількість успішних параметризацій взаємодії Скірма. У своїй роботі ми використовуємо параметризацію SkP,

при цьому квазікласичний розклад кінетичної енергії за ступенями \hbar враховує всі можливі доданки до \hbar^2 . Попередні розрахунки для конкретних ядерних задач, проведені як нами, так і іншими авторами, свідчать, що це досить точне наближення, яке ми будемо використовувати в подальшій роботі. За таких умов модифікований підхід Томаса - Фермі із силами Скірма добре описує розподіл густини нуклонів, енергії зв'язку, середньоквадратичні радіуси та багато інших характеристик основного та збудженого станів атомних ядер [25 - 33].

У модифікованому наближенні Томаса - Фермі із силами Скірма ядерно-ядерний потенціал на малих відстанях між поверхнями ядер, що зіштовхуються, демонструє потенціальний бар'єр, який пов'язаний з кулонівським відштовхуванням ядер та ядерним притяганням. При подальшому зменшенні відстані між ядрами від радіуса бар'єра потенціальна енергія плавно збільшується. Однак, у модифікованому наближенні Томаса - Фермі із силами Скірма ядерно-ядерний потенціал на досить малих відстанях між ядрами, коли густини ядер суттєво перекриваються, має відштовхувальний кор [7, 10, 13, 14, 17 - 21]. Цей відштовхувальний кор пов'язаний зі значною величиною нестисканності ядерної матерії [13, 14, 18, 21]. Зазначимо, що відштовхування потенціалу на малих відстанях між ядрами існує в потенціалі Проксіміті [5] та у мікроскопічному підході [11, 16, 20]. Пружне розсіяння з урахуванням кора потенціалу розглядалося у роботах [13, 14, 18, 21 - 24, 34, 35]. Також вплив відштовхувального доданку потенціалу дав змогу описати глибоко-підбар'єрне пригнічення злиття важких ядер [36 - 38].

У розділах 2 та 3 наведено математичний апарат, необхідний для реалізації обраного підходу. Розділ 4 містить обговорення отриманих результатів та наших висновків відповідно.

2. Розрахунок потенціалу в рамках модифікованого методу Томаса - Фермі

Як зазначалося вище, потенціал ядерно-ядерної взаємодії $V(R)$ складається з ядерної $V_N(R)$, кулонівської $V_{coul}(R)$ і відцентрової $V_l(R)$ частин, які залежать від відстані R між центрами мас ядер:

$$V(R) = V_N(R) + V_{coul}(R) + V_l(R). \quad (1)$$

Для кулонівської та відцентрової частин нами було використано загальновідомі вирази, які можуть бути знайдені, зокрема, у роботах [19, 22, 23].

Розрахуємо ядерну частину $V_N(R)$ потенціалу взаємодії в рамках розширеного методу Томаса - Фермі з урахуванням усіх членів другого порядку за \hbar у напівкласичному розкладанні кінетичної енергії [4, 7, 8, 10, 11, 13 - 24]. В якості нуклон-нуклонної взаємодії будемо використовувати залежні від густини сили Скірма, а саме параметризацію SkP [31]. У наших розрахунках маємо справу з наближенням «заморожених»

густин, яке цілком застосовне для енергій, що лежать в околі бар'єра.

Потенціал ядерно-ядерної взаємодії визначається як різниця між енергіями двох ядер, коли вони розташовані на кінцевій $E_{12}(R)$ і нескінченній $E_{1(2)}$ відстані один від одного [8, 10]:

$$V_N(R) = E_{12}(R) - (E_1 + E_2). \quad (2)$$

Зауважимо, що енергія системи на нескінченній відстані є сумою енергій зв'язку для окремих ядер:

$$E_{12}(R) = \int \varepsilon[\rho_{1p}(\bar{r}) + \rho_{2p}(\bar{r}, R), \rho_{1n}(\bar{r}) + \rho_{2n}(\bar{r}, R)] d\bar{r}, \quad (3)$$

$$E_{1(2)} = \int \varepsilon[\rho_{1(2)p}(\bar{r}), \rho_{1(2)n}(\bar{r})] d\bar{r}. \quad (4)$$

Тут через $\rho_{1(2)n}$ та $\rho_{1(2)p}$ ми позначили нейтронну або протонну густину ядра 1(2) відповідно, $\varepsilon[\rho_{1(2)p}(\bar{r}), \rho_{1(2)n}(\bar{r})]$ являє собою густину енергії, R є відстанню між центрами мас ядер.

Густину енергії ми можемо розглядати як суму кінетичної, потенціальної та кулонівської частин, за використання сил Скірма її вигляд добре відомий [23 - 27, 29, 31]:

$$\begin{aligned} \varepsilon = \varepsilon_{kin} + \varepsilon_{pot} + \varepsilon_{coul} = & \frac{\hbar^2}{2m} \tau + \frac{1}{2} t_0 \left[\left(1 + \frac{1}{2} x_0 \right) \rho^2 - \left(x_0 + \frac{1}{2} \right) \cdot (\rho_n^2 + \rho_p^2) \right] + \\ & + \frac{1}{12} t_3 \rho^\alpha \left[\left(1 + \frac{1}{2} x_3 \right) \rho^2 - \left(x_3 + \frac{1}{2} \right) \cdot (\rho_n^2 + \rho_p^2) \right] + \\ & + \frac{1}{4} \left[t_1 \left(1 + \frac{1}{2} x_1 \right) + t_2 \left(1 + \frac{1}{2} x_2 \right) \right] \tau \rho + \frac{1}{4} \left[t_2 \left(x_2 + \frac{1}{2} \right) - t_1 \left(x_1 + \frac{1}{2} \right) \right] \times \\ & \times (\tau_n \rho_n + \tau_p \rho_p) + \frac{1}{16} \left[3t_1 \left(1 + \frac{1}{2} x_1 \right) - t_2 \left(1 + \frac{1}{2} x_2 \right) \right] (\nabla \rho)^2 - \\ & - \frac{1}{16} \left[3t_1 \left(x_1 + \frac{1}{2} \right) + t_2 \left(x_2 + \frac{1}{2} \right) \right] \cdot \left((\nabla \rho_n)^2 + (\nabla \rho_p)^2 \right) + \\ & + \frac{1}{2} W_0 \left[J \nabla \rho + J_n \nabla \rho_n + J_p \nabla \rho_p \right] + \varepsilon_{coul}. \end{aligned} \quad (5)$$

Через ε_{kin} ми позначили густину кінетичної енергії, яка є першим доданком у виразі, ε_{pot} – потенційної, а ε_{coul} є густиною кулонівської енергії. Величини $t_0, t_1, t_2, t_3, x_0, x_1, x_2, x_3, \alpha, W_0$ є параметрами взаємодії Скірма. Доданки, пропорційні t_0 та t_3 , відповідають силам нульового радіуса дії. Доданок, пропорційний t_0 , пов'язаний з притяганням, на той час як доданок з t_3 задає відштов-

хування і зростає у міру збільшення густини ядерної речовини. Це запобігає колапсу ядерних систем. Доданки, пропорційні t_1 та t_2 , вносять поправку на скінченність радіуса дії ядерних сил. При збільшенні величини нуклонної густини внесок цих членів до загальної енергії зростає. Константи x_0, x_1, x_2 та x_3 описують обмінні ефекти і пов'язані зі спіновою та ізоспіновою асимет-

ріями, W_0 є константою спіно-орбітальної взаємодії.

Густина кінетичної енергії з точністю до членів другого порядку по \hbar має вигляд $\tau = \tau_{TF} + \tau_2$ [7, 8, 10, 11, 23, 26, 27], де в свою чергу, $\tau = \tau_p + \tau_n$ – сума густин кінетичних енергій протонів і нейтронів. Тут [26, 27]

$$\tau_{TF,n(p)} = k\rho_{n(p)}^{5/3} \quad (6)$$

є густиною кінетичної енергії нейтронів (протонів) у наближенні Томаса - Фермі, $k = \frac{5}{3}(3\pi^2)^{2/3}$, а τ_2 – повний вираз для градієнтної поправки другого порядку по \hbar [26, 27]:

$$\tau_{2q} = b_1 \frac{(\nabla\rho_q)^2}{\rho_q} + b_2 \nabla^2 \rho_q + b_3 \frac{(\nabla f_q \nabla \rho_q)}{f_q} +$$

$$f_q = 1 + \frac{2m}{\hbar^2} \left[\frac{1}{4} \left[t_1 \left(1 + \frac{1}{2} x_1 \right) + t_2 \left(1 + \frac{1}{2} x_2 \right) \right] \rho + \frac{1}{4} \left[t_2 \left(x_2 + \frac{1}{2} \right) - t_1 \left(x_1 + \frac{1}{2} \right) \right] \rho_q \right], \quad (9)$$

де W_0 є константою спіно-орбітальної взаємодії і залежить від вибору параметризації сил Скірма. Внесок доданку Томаса - Фермі є домінуючим, особливо в об'ємі ядра, але на поверхні ядра градієнтні поправки починають відігравати суттєву роль.

$$+ b_4 \rho_q \frac{\nabla^2 f_q}{f_q} + b_5 \rho_q \left(\frac{\nabla f_q}{f_q} \right)^2 + b_6 \hbar^2 \rho_q \left(\frac{\vec{W}_q}{f_q} \right)^2, \quad (7)$$

у якій $b_1 = 1/36$, $b_2 = 1/3$, $b_3 = 1/6$, $b_4 = 1/6$, $b_5 = -1/12$ та $b_6 = 1/2$ – числові коефіцієнти, $\hbar_m = \hbar^2 / 2m$, останній доданок у формулі (7) пов'язаний з урахуванням спіно-орбітальної взаємодії. Також введені позначення:

$$\vec{W}_q = \frac{\delta \varepsilon(r)}{\delta \vec{J}_q(r)} = \frac{W_0}{2} \nabla(\rho + \rho_q), \quad (8)$$

а величина f_q виражається через параметри сил Скірма:

$$E_{coul} = \left\{ \begin{array}{l} I. \quad 0 \leq R \leq R_1 - R_2, \quad \frac{3 Q_1 Q_2}{2 R_1^3} \left(R_1^2 - \frac{1}{3} R^2 - \frac{1}{5} R_2^2 \right). \\ \text{-----} \\ II. \quad R_1 - R_2 \leq R \leq R_1 + R_2, \\ \frac{Q_1 Q_2}{R} \left[1 - \frac{y^4}{160 R_1^3 R_2^3} (y^2 - 6y(R_1 + R_2) + 30R_1 R_2) \right], \quad y = R_1 + R_2 - R. \\ \text{-----} \\ III. \quad R_1 + R_2 \leq R, \quad \frac{Q_1 Q_2}{R} \end{array} \right. \quad (10)$$

Енергію кулонівської взаємодії E_{coul} ми можемо побудувати у наближенні взаємодії двох рівномірно заряджених сфер, яке докладно розглядалося у роботі [39]. Нехай Q_1 та Q_2 – заряди сфер ($Q_{1(2)} = e \cdot Z_{1(2)}$), R_1 та R_2 – їхні радіуси, а R – відстань між центрами. Тоді для кулонівського доданку розглядаємо три випадки:

У даній роботі будемо розглядати взаємодію ядра ^{16}O та ізотопів $^{112,114,116,118,120,122,124}\text{Sn}$, розраховавши для цих систем потенціал ядерно-ядерної взаємодії в рамках модифікованого підходу Томаса - Фермі. Для цього перш за все необхідно знати густини розподілу нуклонів у взаємодіючих ядрах. Ми будемо використовувати нуклонні густини, одержані в рамках цього ж модифікованого підходу Томаса - Фермі з силами Скірма, для яких будемо застосовувати параметризацію SkP [31]. Густини розподілу нуклонів для ядер ^{16}O та ізотопів $^{112,114,116,118,120,122,124}\text{Sn}$, одержані у такий спосіб, показано на рис. 1.

Знаючи нуклонні густини, отримуємо вираз для густини енергії та розраховуємо потенціал ядерно-ядерної взаємодії в рамках модифікованого підходу Томаса - Фермі із силами Скірма (1) - (9). На рис. 2 наведено отримані нами повні потенціали взаємодії для ядра ^{16}O та ізотопів $^{112,114,116,118,120,122,124}\text{Sn}$, а на рис. 3 можна побачити їхню ядерну частину. Одержані потенціали мають цілком реалістичну форму, демонструючи на малих відстанях наявність кора суттєвого відштовхування, також можемо відзначити їхню закономірну ізотопічну поведінку. На рис. 4 наводиться порівняння нашого потенціалу з добре

відомим потенціалом Проксіміті [5], що часто використовується при розв'язку різноманітних задач ядерної фізики, і якому також притаманний

кор відштовхування. Як бачимо, в області притягання потенціали добре збігаються, але мають відмінності в області кора.

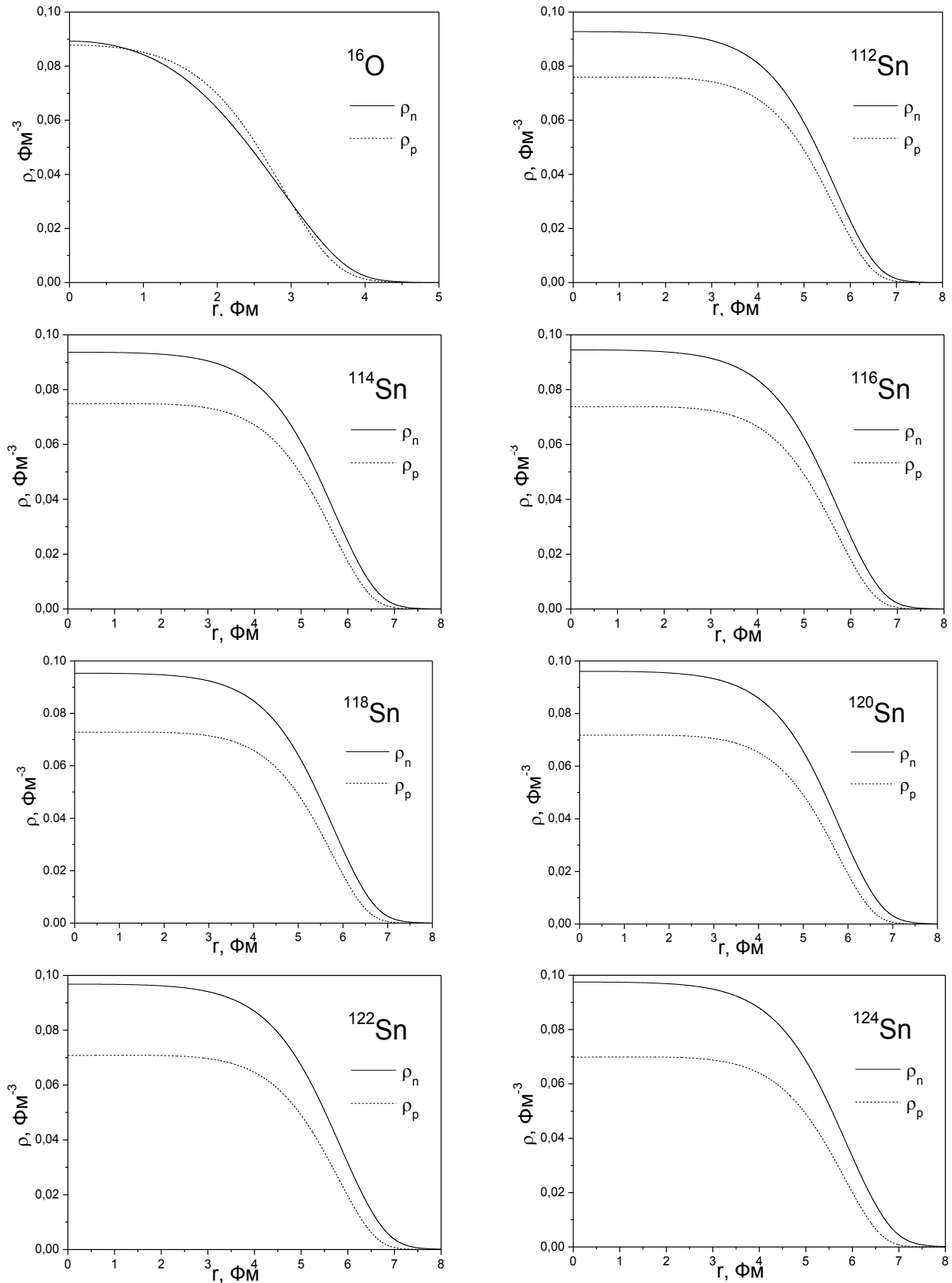


Рис. 1. Густина розподілу нуклонів для ядер ^{16}O та ізоотопів $^{112,114,116,118,120,122,124}\text{Sn}$, одержані в рамках модифікованого методу Томаса - Фермі.

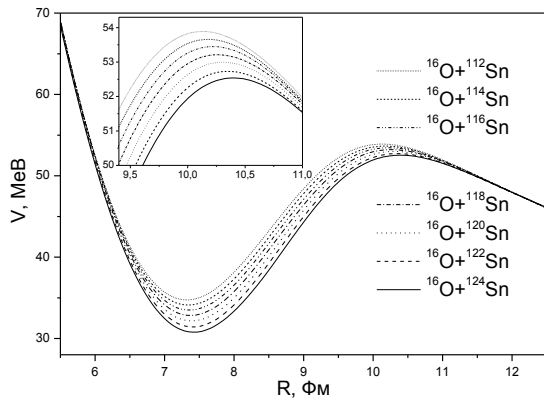


Рис. 2. Повні потенціали ядерно-ядерної взаємодії для ядра ^{16}O та ізоотопів $^{112,114,116,118,120,122,124}\text{Sn}$, одержані в рамках модифікованого методу Томаса - Фермі, з урахуванням кулонівської енергії у формі (10).

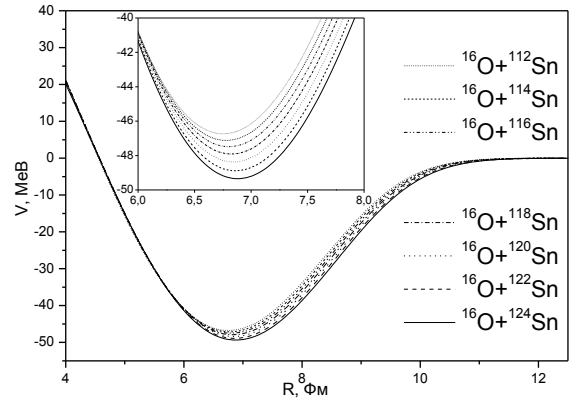


Рис. 3. Ядерна частина потенціалів ядерно-ядерної взаємодії для ^{16}O та ізоотопів $^{112,114,116,118,120,122,124}\text{Sn}$, одержаних в рамках модифікованого методу Томаса - Фермі.

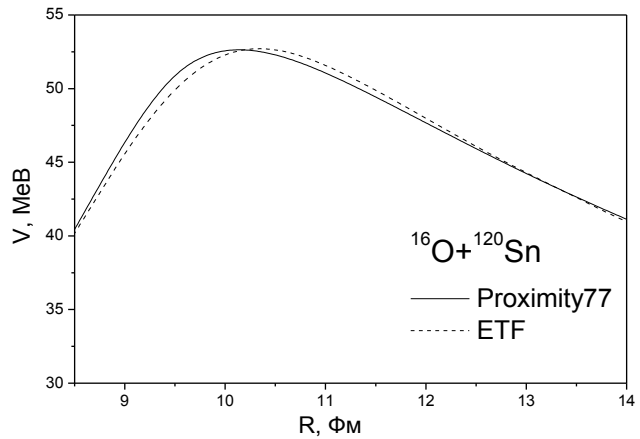
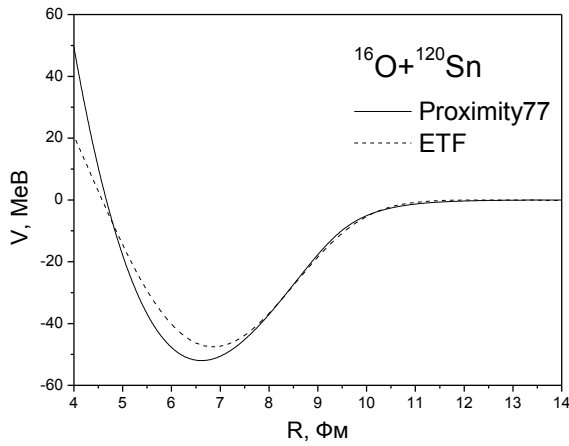


Рис. 4. Порівняння ядерної частини та повних потенціалів ядерно-ядерної взаємодії в околі бар'єра, отриманих в рамках модифікованого методу Томаса - Фермі (ETF) та потенціалу Проксіміті [5] (Proximity77) на прикладі системи $^{16}\text{O} + ^{120}\text{Sn}$.

3. Аналітичне представлення потенціалу взаємодії

Заради зручності проведення розрахунків було б дуже корисним представити отриманий нами потенціал таким чином, аби мати змогу працювати з ним в аналітичній формі. При цьому для адекватного опису параметрів ядерних реакцій дуже важливим є врахування кора відштовхування, що накладає певні вимоги на форму параметризації потенціалу. З огляду на це, традиційна форма параметризації Вудса - Саксона нас не може влаштувати.

Для того, щоб надати нашому аналітичному потенціалу більш реалістичного вигляду, врахуємо у ньому ще один доданок, за формою аналогічний виразу для кінетичної енергії у методі Томаса - Фермі, який повинен забезпечити необхідне відштовхування на малих відстанях. Це ми робимо за певною аналогією з тим, що робили в [19], де працювали з потенціалами подвійної згортки, значним чином покращивши в такий спосіб отримані результати. Тобто, загальний вираз для потенціалу набуває вигляду

$$V_{FIT}(R) = V_{WS}(R) + V_{kin}(R). \quad (11)$$

Тут $V_{WS}(R)$ є загальновідомою формою потен-

ціалу Вудса - Саксона

$$V_{WS}(R) = \frac{-V_0}{1 + e^{(R-R_0)/d_0}}, \quad (12)$$

а $V_{kin}(R)$ є кінетичним доданком у формі методу Томаса - Фермі.

У методі Томаса - Фермі кінетична енергія пропорційна $\rho^{5/3}$ (6), тому кінетичний доданок у потенціал апроксимуємо

$$V_{kin}(R) = \left(\frac{V_c}{1 + e^{(R-C)/a}} \right)^{5/3}. \quad (13)$$

У результаті наш аналітичний потенціал набуває остаточного вигляду:

$$V_{FIT}(R) = \frac{-V_0}{1 + e^{(R-R_0)/d_0}} + \left(\frac{\rho_0}{1 + e^{(R-C)/a}} \right)^{5/3}. \quad (14)$$

У формулі (14) містяться шість параметрів підгонки $V_0, R_0, d_0, \rho_0, C, a$. Значення цих параметрів знаходимо через мінімізацію для максимально точного опису реалістичного потенціалу, знайденого в рамках модифікованого підходу Томаса - Фермі із силами Скірма. Отримані параметри потенціалу для розглядуваних у роботі реакцій наведено у таблиці.

Параметри аналітичного представлення потенціалу для розглянутих реакцій

Реакція	V_0 , MeB	R_0 , фм	d_0 , фм	ρ_0 , MeB ^{3/5}	C , фм	α , фм
$^{16}\text{O} + ^{112}\text{Sn}$	56,9276	8,3276	0,6925	19,5691	4,8733	1,0464
$^{16}\text{O} + ^{114}\text{Sn}$	57,2611	8,3592	0,6943	19,4159	4,9109	1,0418
$^{16}\text{O} + ^{116}\text{Sn}$	57,8346	8,3863	0,6963	19,3746	4,9401	1,0469
$^{16}\text{O} + ^{118}\text{Sn}$	58,2066	8,4176	0,6991	19,1976	4,9761	1,0401
$^{16}\text{O} + ^{120}\text{Sn}$	57,8419	8,4757	0,7010	19,0403	4,9865	1,0353
$^{16}\text{O} + ^{122}\text{Sn}$	58,3944	8,5028	0,7022	18,8679	5,0203	1,0299
$^{16}\text{O} + ^{124}\text{Sn}$	58,7612	8,5337	0,7037	18,7619	5,0416	1,0304

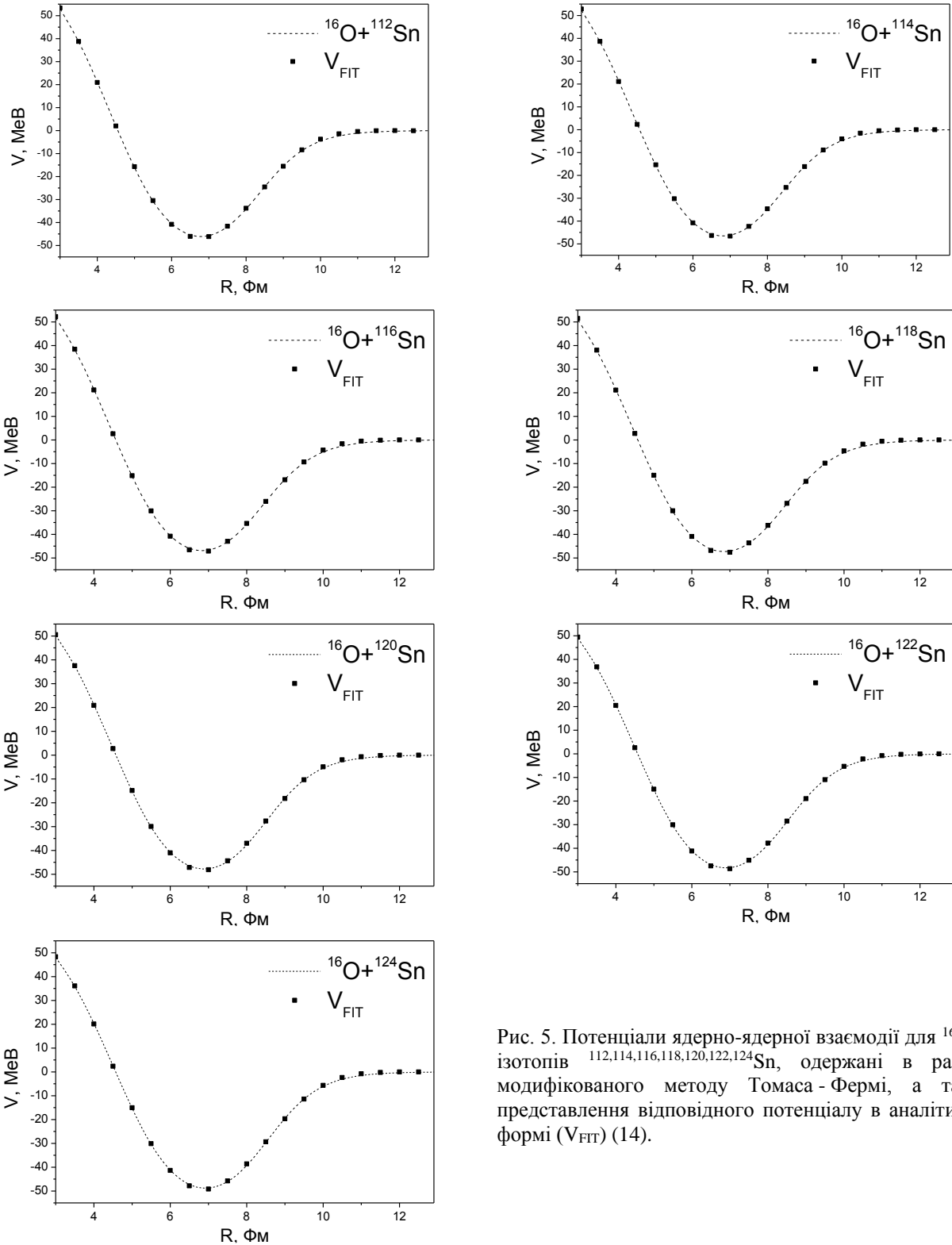


Рис. 5. Потенціали ядерно-ядерної взаємодії для ^{16}O та ізоотопів $^{112,114,116,118,120,122,124}\text{Sn}$, одержані в рамках модифікованого методу Томаса - Фермі, а також представлення відповідного потенціалу в аналітичній формі (V_{FIT}) (14).

На рис. 5 можна побачити апроксимацію виразом (14) ядерної частини потенціалів взаємодії, яку розраховано в рамках модифікованого підходу Томаса - Фермі із силами Скірма, для взаємодії ядра ^{16}O та ізотопів $^{112,114,116,118,120,122,124}\text{Sn}$. Апроксимацію вдалося провести настільки точно, що в масштабах графіка відхилення практично непомітні. Таким чином, запропонована форма потенціалу підгонки дуже добре описує реалістичний потенціал ядерно-ядерної взаємодії, отриманий у числових розрахунках. З практичним застосуванням даного аналітичного виразу можна ознайомитися у роботі [35], де його було застосовано для обчислення перерізів пружного розсіяння реакцій $^{16}\text{O} + ^{40}\text{Ca}$, $^{16}\text{O} + ^{90}\text{Zr}$ та $^{16}\text{O} + ^{56}\text{Fe}$.

Крім того, можна використовувати лише першу частину виразу (перші три параметри), отримуючи в результаті потенціал на зразок потенціалу Вудса - Саксона, що добре збігається з розрахунковим потенціалом до дна потенційної ями. Потенціали такого вигляду успішно вико-

ристовувалися нами, зокрема, у роботах [22 - 24, 34] для розрахунку перерізів реакцій.

4. Висновки

У роботі було розраховано потенціали ядерно-ядерної взаємодії в рамках модифікованого підходу Томаса - Фермі із залежними від густини силами Скірма для ядра ^{16}O та ізотопів $^{112,114,116,118,120,122,124}\text{Sn}$, при цьому густини нуклонів було отримано в тому ж самому підході. Для сил Скірма було використано параметризацію SkP [31]. У знайдених потенціалах наявний кор відштовхування, що є важливим, зокрема, при розрахунках поперечного перерізу пружного розсіяння.

Знайдено вдалу параметризацію потенціалу ядерно-ядерної взаємодії, яка добре описує величину потенціалу модифікованого методу Томаса - Фермі із залежними від густини силами Скірма, що може бути використана для обчислення конкретних параметрів ядерних реакцій [22 - 24, 34, 35].

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ / REFERENCES

1. R. Bass. *Nuclear Reactions with Heavy Ions* (Berlin, Heidelberg: Springer, 1980) 410 p.
2. G.R. Satchler. *Direct Nuclear Reactions* (Clarendon Press, 1983) 833 p.
3. P. Fröbrich, R. Lipperheide. *Theory of Nuclear Reactions* (Clarendon Press, 1996) 476 p.
4. В.Ю. Денисов, В.А. Плюйко. *Проблеми фізики атомного ядра и ядерных реакцій* (К.: Издательско-полиграф. центр «Киевский университет», 2013) 430 с. / V.Yu. Denisov, V.A. Plujko. *Problems of the Physics of the Atomic Nucleus and Nuclear Reactions* (Kyiv: Kyiv University, 2013) 430 p. (Rus)
5. J. Blocki et al. Proximity forces. *Ann. Phys.* 105 (1977) 427.
6. W.D. Myers, W.J. Swiatecki. Nucleus-nucleus proximity potential and superheavy nuclei. *Phys. Rev. C* 62 (2000) 044610.
7. V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Potential of interaction between nuclei and nucleon-density distribution in nuclei. *Phys. Atom. Nucl.* 69 (2006) 1472.
8. V.Yu. Denisov. Interaction potential between heavy ions. *Phys. Lett. B* 526 (2002) 315.
9. H.J. Krappe, J.R. Nix, A.J. Sierk. Unified nuclear potential for heavy-ion elastic scattering, fusion, fission, and ground state masses and deformations. *Phys. Rev. C* 20 (1979) 992.
10. V.Yu. Denisov, W. Norenberg. Entrance channel potentials in the synthesis of the heaviest nuclei. *Eur. Phys. J. A* 15 (2002) 375.
11. V.Yu. Denisov. Nucleus-nucleus potential with shell-correction contribution. *Phys. Rev. C* 91 (2015) 024603.
12. A. Winther. Dissipation, polarization and fluctuation in grazing heavy-ion collisions and the boundary to the chaotic regime. *Nucl. Phys. A* 594 (1995) 203.
13. V.Yu. Denisov, O.I. Davidovskaya. Elastic scattering of heavy nuclei and nucleus-nucleus potential with repulsive core. *Phys. Atom. Nucl.* 73 (2010) 404.
14. V.Yu. Denisov, O.I. Davidovskaya. Repulsive core potential and elastic heavy-ion collisions. *Ukr. J. Phys.* 54 (2009) 669.
15. K.A. Brueckner, J.R. Buchler, M.M. Kelly. New theoretical approach to nuclear heavy-ion scattering. *Phys. Rev.* 173 (1968) 944.
16. J. Fleckner, U. Mosel. Antisymmetrization effects in heavy ion potentials. *Nucl. Phys. A* 277 (1977) 170.
17. О.І. Давидовська, В.Ю. Денисов, В.О. Нестеров. Ядерно-ядерний потенціал із відштовхувальним кором і пружне розсіяння. Частина 1. Потенціал ядерно-ядерної взаємодії. *Ядерна фізика та енергетика* 11(1) (2010) 25 / O.I. Davidovskaya, V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Nucleus-nucleus potential with repulsive core and elastic scattering. Part 1. Nucleus-nucleus interaction potential. *Nucl. Phys. At. Energy* 11(1) (2010) 25 (Ukr); О.І. Давидовська, В.Ю. Денисов, В.О. Нестеров. Ядерно-ядерний потенціал із відштовхувальним кором і пружне розсіяння. Частина 2. Перерізи пружного розсіяння з урахуванням і без урахування кора. *Ядерна фізика та енергетика* 11(1) (2010) 33 / O.I. Davidovskaya, V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Nucleus-nucleus potential with repulsive core and elastic scattering. Part 2. The elastic scattering cross sections with and without core. *Nucl. Phys. At. Energy* 11(1) (2010) 33. (Ukr)
18. В.Ю. Денисов, О.І. Давидовская. Упругое рассеяние тяжелых ионов и ядерно-ядерный потен-

- циал с отталкивающим кором. Изв. РАН Сер. Физ. 74(4) (2010) 611. / V.Yu. Denisov, O.I. Davidovskaya. Elastic scattering of heavy ions and nucleus-nucleus potential with repulsive core. Izvestiya Rossiyskoy Akademii Nauk. Seriya Fizicheskaya 74(4) (2010) 611. (Rus)
19. O.I. Davidovskaya, V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Effective nucleus-nucleus potential with the contribution of the kinetic energy of nucleons, and the cross-sections of elastic scattering and subbarrier fusion. *Ukr. J. Phys.* **62** (2017) 473.
 20. V.A. Nesterov. Effect of the Pauli Exclusion Principle and the Polarization of Nuclei on the Potential of Their Interaction for the Example of the $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ System. *Phys. Atom. Nucl.* **76** (2013) 577.
 21. O.I. Davidovskaya, V.Yu. Denisov. Elastic $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ scattering and nucleus-nucleus potential with a repulsive core. *Ukr. J. Phys.* **55** (2010) 861.
 22. O.I. Давидовська, В.Ю. Денисов, В.О. Нестеров. Ядерно-ядерний потенціал, перерізи пружного розсіяння та підбар'єрного злиття для системи $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$. *Ядерна фізика та енергетика* **19** (2018) 203. / O.I. Davydovska, V.Yu. Denisov, V.O. Nesterov. Nucleus-nucleus potential, the elastic scattering and subbarrier fusion cross sections for the system $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$. *Nucl. Phys. At. Energy* **19** (2018) 203. (Ukr)
 23. O.I. Davydovska, V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Comparison of the nucleus-nucleus potential evaluated in the double-folding and energy density approximations and the cross-sections of elastic scattering and fusion of heavy ions. *Nucl. Phys. A* **989** (2019) 214.
 24. В.О. Нестеров, О.І. Давидовська, В.Ю. Денисов. Розрахунки перерізів підбар'єрного злиття та пружного розсіяння важких іонів за допомогою модифікованого підходу Томаса - Фермі із силами Скірма. *Ядерна фізика та енергетика* **20(4)** (2019) 349. / V.O. Nesterov, O.I. Davydovska, V.Yu. Denisov. Calculation of the cross-sections of sub-barrier fusion and elastic scattering of heavy ions using the modified Thomas - Fermi approach with the Skyrme force. *Nucl. Phys. At. Energy* **20(4)** (2019) 349. (Ukr)
 25. P. Ring, P. Schuck. *The Nuclear Many-Body Problem* (New York: Springer-Verlag, 1980) 718 p.
 26. M. Brack, C. Guet, H.B. Hakanson. Self-consistent semiclassical description of average nuclear properties – a link between microscopic and macroscopic models. *Phys. Rep.* **123** (1985) 275.
 27. M. Brack, R.K. Bhaduri. *Semiclassical Physics* (Massachusetts: Addison-Wesley Publ. Co, Reading, 1997) 462 p.
 28. V.M. Strutinsky, A.G. Magner, V.Yu. Denisov. Density distributions in nuclei. *Z. Phys. A* **322** (1985) 149.
 29. J. Dobaczewski, W. Nazarewicz, P.G. Reinhard. Pairing interaction and self-consistent densities in neutron-rich nuclei. *Nucl. Phys. A* **693** (2001) 361.
 30. D. Vautherin, D.M. Brink. Hartree-Fock Calculations with Skyrme's Interaction. I. Spherical Nuclei. *Phys. Rev. C* **5** (1972) 626.
 31. J. Bartel et al. Towards a better parametrisation of Skyrme-like effective forces: A critical study of the SkM force. *Nucl. Phys. A* **386** (1982) 79.
 32. S.A. Fayans et al. Nuclear isotope shifts within the local energy density functional approach. *Nucl. Phys. A* **676** (2000) 49.
 33. J.W. Negele. The mean-field theory of nuclear structure and dynamics. *Rev. Mod. Phys.* **54** (1982) 913.
 34. O.I. Davydovska, V.A. Nesterov, V.Yu. Denisov. The nucleus-nucleus potential within the extended Thomas-Fermi method and the cross-sections of subbarrier fusion and elastic scattering for the systems $^{16}\text{O} + ^{58,60,62,64}\text{Ni}$. *Nucl. Phys. A* **1002** (2020) 121994.
 35. V.A. Nesterov, O.I. Davydovska, V.Yu. Denisov. Elastic scattering cross-sections obtained on the basis of the potential of the modified Thomas-Fermi method and taking the core into account. *Ukr. J. Phys.* **67(9)** (2022) 645.
 36. A. Mukherjee et al. Failure of the Woods-Saxon nuclear potential to simultaneously reproduce precise fusion and elastic scattering measurements. *Phys. Rev. C* **75** (2007) 044608.
 37. C.R. Morton et al. Coupled-channels analysis of the $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ fusion barrier distribution. *Phys. Rev. C* **60** (1999) 044608.
 38. M. Dasgupta et al. Beyond the Coherent Coupled Channels Description of Nuclear Fusion. *Phys. Rev. Lett.* **99** (2007) 192701.
 39. S.Ya. Goroshenko, A.V. Nesterov, V.A. Nesterov. The interaction energy of two uniformly charged spheroids. Example of deformed nuclei. *Nucl. Phys. At. Energy* **21** (2020) 13.

V. O. Nesterov*

Institute for Nuclear Research, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

*Corresponding author: nesterov@kinr.kiev.ua

**THE POTENTIAL OF THE MODIFIED THOMAS - FERMI METHOD
AND ITS ANALYTICAL REPRESENTATION ON THE EXAMPLE OF THE INTERACTION
OF ^{16}O WITH TIN ISOTOPES $^{112,114,116,118,120,122,124}\text{Sn}$**

Nucleon distribution densities and nucleus-nucleus interaction potentials for the ^{16}O nucleus and $^{112,114,116,118,120,122,124}\text{Sn}$ isotopes were calculated within the framework of the modified Thomas - Fermi method, taking into account all terms to the second-order of \hbar in the quasiclassical expansion of kinetic energy. Skyrme forces dependent on the nucleon density were used as nucleon-nucleon interaction. A successful parameterization was found for the obtained potential, which allows to present it in an analytical form.

Keywords: nucleon density, Skyrme forces, nucleus-nucleus potential, repulsive core, analytical representation.

Надійшла/Received 02.05.2023