

**О. Г. Магнер^{1,2}, А. І. Санжур¹, С. М. Федоткін¹,
О. І. Левон¹, У. В. Григор'єв^{1,3}, Ш. Шломо^{2,*}**

¹ Інститут ядерних досліджень НАН України, Київ, Україна

² Циклотронний інститут, Техаський університет, Коледж Стейшн, Техас, США

³ Факультет природничих та технічних наук, Університет Гронінгена, Гронінген, Нідерланди

*Відповідальний автор: s-shlomo@tamu.edu

ГУСТИНА РІВНІВ ЯДРА В СТАТИСТИЧНОМУ КВАЗІКЛАСИЧНОМУ МІКРОСКОПІЧНО-МАКРОСКОПІЧНОМУ ПІДХОДІ

Для скінченої системи сильно взаємодіючих Фермі-частинок з певними значеннями енергії E , чисел нейтронів N і протонів Z , проекції кутового моменту M та інших інтегралів руху в рамках квазікласичної теорії періодичних орбіт (ПОТ) розраховано густину рівнів ρ поза межами стандартного методу сідлової точки Фермі-газу. Для великої кількості частинок у статистичному мікроскопічно-макроскопічному підході (ММА) отримано аналітичні вирази густини рівнів, що поширюються на область низьких енергій збудження U . Усереднену за числом частинок взаємодію між частинками враховано в межах Томас-Фермі-компоненти ПОТ. Оболонкову структуру сферичних і деформованих ядер, а також ядер, що обертаються, враховано застосуванням методу оболонкових поправок Струтинського через підхід середнього поля поблизу поверхні Фермі. Вирази ММА для густини рівнів ρ досягають добре відомої макроскопічної асимптоти Фермі-газу для великих енергій збудження U та скінченої комбінаторної границі степеневого розкладу для низьких енергій U . Ми порівнюємо результати ММА усередненої густини рівнів з експериментальними, отриманими з відомих спектрів збудження методом пробних інтервалів. Підганяючи ММА густину ρ до цих експериментальних результатів з використанням лише одного фізичного параметра – оберненого параметра густини рівнів, K , – для кількох ядер та їх ізотопних ланцюжків при низьких енергіях збудження U , одержуємо значення K . Ці значення виявляються суттєво більшими за відповідні значення, отримані для нейтронних резонансів. Важливими при низьких енергіях збудження виявляються ефекти спарювання та ізотопічної асиметрії.

Ключові слова: густина рівнів, оболонкова структура, теорія періодичних орбіт.

**A. G. Magner^{1,2}, A. I. Sanzhur¹, S. N. Fedotkin¹,
A. I. Levon¹, U. V. Grygoriev^{1,3}, S. Shlomo^{2,*}**

¹ Institute for Nuclear Research, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

² Cyclotron Institute, Texas A&M University, College Station, Texas, USA

³ Faculty of Science and Engineering, University of Groningen, Groningen, Netherlands

*Corresponding author: s-shlomo@tamu.edu

NUCLEAR LEVEL DENSITY IN THE STATISTICAL SEMICLASSICAL MICRO-MACROSCOPIC APPROACH

Level density ρ is derived for a finite system with strongly interacting nucleons at a given energy E , neutron N and proton Z particle numbers, projection of the angular momentum M , and other integrals of motion, within the semiclassical periodic-orbit theory (POT) beyond the standard Fermi-gas saddle-point method. For large particle numbers, one obtains an analytical expression for the level density which is extended to low excitation energies U in the statistical micro-macroscopic approach (MMA). The interparticle interaction averaged over particle numbers is taken into account in terms of the extended Thomas - Fermi component of the POT. The shell structure of spherical and deformed nuclei is taken into account in the level density by the Strutinsky shell correction method through the mean-field approach used near the Fermi energy surface. The MMA expressions for the level density ρ reaches the well-known macroscopic Fermi-gas asymptote for large excitation energies U and the finite combinatoric power-expansion limit for low energies U . We compare our MMA results for the averaged level density with the experimental data obtained from the known excitation energy spectra by using the sample method under statistical and plateau conditions. Fitting the MMA ρ to these experimental data on the averaged level density by using only one free physical parameter – inverse level density parameter K – for several nuclei and their long isotope chain at low excitation energies U , one obtains the results for K . These values of K might be much larger than those deduced from neutron resonances. The shell, isotopic asymmetry, and pairing effects are significant for low excitation energies.

Keywords: level density, shell structure, periodic-orbit theory.

REFERENCES

1. H. Bethe. An attempt to calculate the number of energy levels of a heavy nucleus. *Phys. Rev.* 50 (1936) 332.
2. T. Ericson. The statistical model and nuclear level densities. *Adv. Phys.* 9 (1960) 425.
3. A. Gilbert, A.G.W. Cameron. A composite nuclear-level density formula with shell corrections. *Can. J. Phys.* 43 (1965) 1446.
4. A. Bohr, B.R. Mottelson. *Nuclear Structure. Vol. 1.* (Benjamin, New York, 1969).
5. V.S. Stavinsky. Nuclear level density. *Sov. J. Part. Nucl.* 3 (1972) 417.
6. A.V. Ignatyuk, G.N. Smirenkin, A.S. Tishin. Phenomenological description of energy dependence of the level density parameter. *Sov. J. Nucl. Phys.* 21 (1975) 255.
7. L.D. Landau, E.M. Lifshitz. *Statistical Physics. Part 1* (Oxford: Pergamon Press, 1980) 544 p.
8. S.K. Kataria, V.S. Ramamurthy, S.S. Kapoor. Semiempirical nuclear level density formula with shell effects. *Phys. Rev. C* 18 (1978) 549.
9. A.V. Ignatyuk. *Statistical Properties of Excited Atomic Nuclei* (Moskva: Energoatomizdat, 1983). (Rus)
10. M.K. Grossjean, H. Feldmeier. Level density of a Fermi gas with pairing interactions. *Nucl. Phys. A* 444 (1985) 113.
11. Yu.V. Sokolov. *Level Density of Atomic Nuclei* (Moskva: Energoatomizdat, 1990). (Rus)
12. S. Shlomo, J.B. Natowitz. Level density parameter in hot nuclei. *Phys. Lett. B* 252 (1990) 187.
13. S. Shlomo, J.B. Natowitz. Temperature and mass dependence of level density parameter. *Phys. Rev. C* 44 (1991) 2878.
14. S. Shlomo. Energy level density of nuclei. *Nucl. Phys. A* 539 (1992) 17.
15. S. Goriely. A new nuclear level density formula including shell and pairing correction in the light of a microscopic model calculation. *Nucl. Phys. A* 605 (1996) 28.
16. P. Demetriou, S. Goriely. Microscopic nuclear level densities for practical applications. *Nucl. Phys. A* 695 (2001) 95.
17. Y. Alhassid, G.F. Bertsch, L. Fang. Nuclear level statistics: Extending shell model theory to higher temperatures. *Phys. Rev. C* 68 (2003) 044322.
18. T. von Egidy, D. Bucurescu. Systematics of nuclear level density parameters. *Phys. Rev. C* 72 (2005) 044311.
19. T. von Egidy, D. Bucurescu. Spin distribution in low-energy nuclear level schemes. *Phys. Rev. C* 78 (2008) 051301(R).
20. N.U.H. Syed et al. Level density and γ -decay properties of closed shell Pb nuclei. *Phys. Rev. C* 79 (2009) 024316.
21. T. von Egidy, D. Bucurescu. Experimental energy-dependent nuclear spin distributions. *Phys. Rev. C* 80 (2009) 054310.
22. Y. Alhassid et al. Direct microscopic calculation of nuclear level densities in the shell model Monte Carlo approach. *Phys. Rev. C* 92 (2015) 024307.
23. Y. Alhassid et al. Benchmarking mean-field approximations to level densities. *Phys. Rev. C* 93 (2016) 044320.
24. R. Sen'kov, V. Zelevinsky. Nuclear level density: Shell-model approach. *Phys. Rev. C* 93 (2016) 064304.
25. S. Karampagia, V. Zelevinsky. Nuclear shape transitions, level density, and underlying interactions. *Phys. Rev. C* 94 (2016) 014321.
26. A. Heusler et al. Complete identification of states in ^{208}Pb below $E_x = 6.2$ MeV. *Phys. Rev. C* 93 (2016) 054321.
27. V. Zelevinsky, S. Karampagia. Nuclear level density and related physics. *EPJ Web Conf.* 194 (2018) 01001.
28. V. Zelevinsky, M. Horoi. Nuclear level density, thermalization, chaos, and collectivity. *Prog. Part. Nucl. Phys.* 105 (2019) 180.
29. S. Karampagia, V. Zelevinsky. Nuclear shell model and level density. *Int. J. Mod. Phys. E* 29 (2020) 2030005.
30. P. Fanto, Y. Alhassid. State densities of heavy nuclei in the static-path plus random-phase approximation. *Phys. Rev. C* 103 (2021) 064310.
31. V.M. Kolomietz, A.G. Magner, V.M. Strutinsky. Shell effects in rotating nuclei. *Sov. J. Nucl. Phys.* 29 (1979) 758.
32. V.A. Plujko, O.M. Gorbachenko. Effect of vibrational states on nuclear level density. *Phys. Atom. Nucl.* 70 (2007) 1643.
33. B.K. Jennings, R.K. Bhaduri, M. Brack. Semiclassical approximation in a realistic one-body potential. *Nucl. Phys. A* 253 (1975) 29.
34. M. Brack, B.K. Jennings, Y.H. Chu. On the extended Thomas-Fermi approximation to the kinetic energy density. *Phys. Lett. B* 65 (1976) 1.
35. W.E. Ormand. Estimating the nuclear level density with the Monte Carlo shell model. *Phys. Rev. C* 56 (1997) R1678(R).
36. M. Gutzwiller. Periodic orbits and classical quantization conditions. *J. Math. Phys.* 12 (1971) 343.
37. M. Gutzwiller. *Chaos in Classical and Quantum Mechanics* (New York: Springer-Verlag, 1990).
38. R. Balian, C. Bloch. Distribution of eigenfrequencies for the wave equation in a finite domain: III. Eigenfrequency density oscillations. *Ann. Phys.* 69 (1972) 76.
39. V.M. Strutinsky, A.G. Magner. Quasiclassical theory of nuclear shell structure. *Sov. J. Part. Nucl.* 7 (1976) 138.
40. A.G. Magner, V.M. Kolomietz, V.M. Strutinsky. Gross-shell effects in the single-particle level distribution with fixed angular momentum projection. *Sov. J. Nucl. Phys.* 28 (1978) 764.

41. M. Brack, R.K. Bhaduri. *Semiclassical Physics*. Frontiers in Physics. Vol. 96 (Boulder: Westview Press, 2003) 484 p.
42. A.G. Magner et al. Shell structure and orbit bifurcations in finite fermion systems. *Phys. Atom. Nucl.* 74 (2011) 1445.
43. M. Brack, C. Guet, H.-B. Håkansson. Selfconsistent semiclassical description of average nuclear properties – a link between microscopic and macroscopic models. *Phys. Rep.* 123 (1985) 275.
44. V.M. Kolomietz, A.I. Sanzhur, S. Shlomo. Self-consistent mean-field approach to the statistical level density in spherical nuclei. *Phys. Rev. C* 97 (2018) 064302.
45. V.M. Kolomietz, S. Shlomo. *Mean Field Theory* (Singapore: World Scientific, 2020) 588 p.
46. V.M. Strutinsky. Shell effects in nuclear masses and deformation energies. *Nucl. Phys. A* 95 (1967) 420; V.M. Strutinsky. “Shells” in deformed nuclei. *Nucl. Phys. A* 122 (1968) 1.
47. M. Brack et al. Funny hills: The shell-correction approach to nuclear shell effects and its applications to the fission process. *Rev. Mod. Phys.* 44 (1972) 320.
48. A.G. Magner et al. Semiclassical shell-structure micro-macroscopic approach for the level density. *Phys. Rev. C* 104 (2021) 044319.
49. A.G. Magner et al. Shell-structure and asymmetry effects in level densities. *Int. J. Mod. Phys. E* 30 (2021) 2150092.
50. A.G. Magner et al. Level density within a micro-macroscopic approach. *Nucl. Phys. A* 1021 (2022) 122423.
51. A.G. Magner et al. Microscopic-macroscopic level densities for low excitation energies. *Low Temp. Phys.* 48 (2022) 920.
52. A.I. Levon et al. High-resolution study of excited states in ^{158}Gd with the (p, t) reaction. *Phys. Rev. C* 102 (2020) 014308.
53. N. Bohr, J.A. Wheeler. The mechanism of nuclear fission. *Phys. Rev.* 56 (1939) 426.
54. V.M. Strutinsky. On the nuclear level density in case of an energy gap. In: Proceedings of the International Conference on Nuclear Physics (Paris, 1958) p. 617.
55. A. Bohr, B.R. Mottelson, D. Pines. Possible analogy between the excitation spectra of nuclei and those of the superconducting metallic state. *Phys. Rev.* 110 (1958) 936.
56. S.T. Belyaev. Effect of pairing correlations on nuclear properties. *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* 31 (1959) 3.
57. J. Bardeen, L.N. Cooper, J.R. Schrieffer. Theory of superconductivity. *Phys. Rev.* 108 (1957) 1175.
58. P. Ring, P. Schuck. *The Nuclear Many-Body Problem* (New York: Springer-Verlag, 1980) 716 p.
59. N.N. Bogoliubov. A new method in the theory of superconductivity. I. *Sov. Phys. JETP.* 7 (1958) 41.
60. A. Sedrakian, J.W. Clark. Superfluidity in nuclear systems and neutron stars. *Eur. Phys. J. A* 55 (2019) 167.
61. P. Möller et al. Nuclear ground-state masses and deformations: FRDM (2012). *At. Data Nucl. Data Tables* 109-110 (2016) 1.
62. U. Mutz, P. Ring. On the pairing collapse in nuclei at high angular momenta. *J. Phys. G* 10 (1984) L39.
63. J.L. Edigo et al. On the validity of the mean field approach for the description of pairing collapse in finite nuclei. *Phys. Lett. B* 154 (1985) 1.
64. V.M. Strutinsky et al. Semiclassical interpretation of the gross-shell structure in deformed nuclei. *Z. Phys. A* 283 (1977) 269.
65. A.V. Ignatyuk, Yu.V. Sokolov. Density of “particle-hole” excited states in shell model. *Yad. Fiz.* 16 (1972) 277. (Rus)
66. W. Dilg et al. Level density parameters for the back-shifted fermi gas model in the mass range $40 < A < 250$. *Nucl. Phys. A* 217 (1973) 269.
67. B.K. Agrawal, S. Shlomo, V.K. Au. Determination of the parameters of a Skyrme type effective interaction using the simulated annealing approach. *Phys. Rev. C* 72 (2005) 014310.
68. D.V. Gorpichenko, A.G. Magner, J. Bartel. Semiclassical and quantum shell-structure calculations of the moment of inertia. *Int. J. Mod. Phys. E* 30 (2021) 2150008.
69. Evaluated Nuclear Structure Data File. National Nuclear Data Center On-Line Data Service for the ENSDF database.

Надійшла/Received 27.12.2022