

А. В. Глущенко^{1*}, О. Л. Андрєєва¹, В. І. Ткаченко^{1,2}¹ Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України, Харків, Україна² Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, Харків, Україна

*Відповідальний автор: glushchenko.ant@gmail.com

**КОНТРОЛЬОВАНЕ НАГРІВАННЯ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ПЛАЗМИ
З ВИКОРИСТАННЯМ ОСОБЛИВОСТЕЙ ВИНЯТКОВОЇ ТОЧКИ¹**

Запропоновано метод контрольованого нагрівання циліндричної плазми з використанням особливостей виняткової точки. Показано, що зв'язана система плазмового та діелектричного хвильоводів здатна породжувати виняткові точки, де перетинаються їхні дисперсійні криві. Контролюючи зв'язок (відстань) між хвильоводами, можна керувати розподілом електромагнітного поля, як у плазмовому, так і в діелектричному хвильоводах навколо виняткової точки. Також показано, що за наявності дисипативних втрат у плазмі можна керувати ступенем нагрівання плазмового хвильоводу, за рахунок контролю розподілу та інтенсивності збудженого електромагнітного поля в системі зв'язаних хвильоводів, що дає потенційну перевагу серед інших методів плазмового нагрівання. Отримані в роботі результати можуть розглядатись як приклад нового методу керованого нагрівання плазми, який може бути використаний для подолання існуючих проблем керованого термоядерного синтезу.

Ключові слова: виняткова точка, власні моди, плазмовий хвильовід, дисипативні втрати.

1. Вступ

Питання використання керованого термоядерного синтезу (КТС) історично виникло в середині ХХ ст. Відомо, що Ігор Курчатов у 1956 р. був першим, хто під час відвідування Британського ядерного центру «Харуелл» надав пропозицію про колективне вирішення цього питання [1]. Спочатку задачу КТС сформулювали та запропонували схему для її конструктивного вирішення фізики Олег Лаврентьєв, Андрій Сахаров та Ігор Тамм [2], а також Лев Арцимович, який очолював радянську програму з КТС з 1951 р. [3]. З того часу інтерес до проблеми КТС не слабшає. Дослідники продовжують пошук найбільш ефективного методу утримання та нагрівання плазми [4, 5]. Впровадження КТС, як альтернативного джерела енергії, має ряд проблем від вибору матеріалу, з якого можуть бути виготовлені працюючі установки КТС [6, 7], до технічних проблем майбутніх електростанцій [8, 9].

Однією з основних вимог здійснення термоядерного синтезу є нагрівання частинок плазми до дуже високих температур ($\geq 10^7 - 10^8$ К). У термоядерному реакторі одночасно можуть бути задіяні кілька методів нагрівання, щоб довести температуру плазми до потрібної для термоядерної реакції. Такими методами є омичне (джоулеве) нагрівання; нагрівання за допомогою високочастотного електромагнітного поля; нагрівання пучками атомів. В імпульсних установках із магнітним

утриманням плазми застосовують також нагрівання за допомогою магнітного поля, що швидко зростає, інжекції в плазму електронних та іонних пучків та лазерного випромінювання [10].

У даній роботі розглянуто дисипативний метод нагрівання, що оснований на використанні дисипативних втрат у самому матеріалі. Якщо раніше вважалося, що дисипативні втрати є чисто паразитичним процесом, то на сьогодні з'являються все більше електромагнітних систем, що використовують втрати на поглинання енергії матеріалом, для їхнього нагрівання. Зазвичай в електротехніці як нагрівальні елементи використовують матеріали, в яких можуть збуджуватися поверхневі плазмони. Особливості нагрівання таких систем використовують у фотоелектричних пристроях [11, 12], для стимулювання фазових переходів матеріалу [13], локальне нагрівання у плазмонних наноструктурах робить їх кандидатами для нанорозмірних джерел тепла [14, 15], для використання в терапії раку [16] та для генерації сонячної пари [17, 18]. Крім того, використання виняткових точок (ВТ) дає змогу динамічно контролювати продуктивність квантових теплових машин, що виникають у відкритих неермітових системах [19]. ВТ прийнято називати такі стани систем, де зливаються власні значення неермітового оператора [19], що для електромагнітних систем є перетином дисперсійних кривих [20].

© А. В. Глущенко, О. Л. Андрєєва, В. І. Ткаченко, 2023

¹ Доповідь на XXIX Щорічній науковій конференції Інституту ядерних досліджень НАН України, Київ, 26 - 30 вересня 2022 р.

Дані ВТ є аналогами критичних точок Морса, що існують у дисперсійних характеристиках хвильоводних структур [21]. Аналіз зв'язку власних мод із використанням даної концепції критичних точок Морса було введено для систем відкритих резонаторів і відкритих хвильоводів. Було помічено, що два розв'язки утворюють діаграму зв'язку поблизу даних точок, що знаходиться в області зв'язку мод.

У даній роботі ми використовуємо явище ВТ для керованого дистанційного нагрівання циліндричної плазми за рахунок дисипативних втрат самої плазми. Нами побудовані багатомодовий аналітичний та повнохвильовий чисельний підходи для розрахунку зв'язаної системи плазмового та діелектричного циліндричних хвильоводів. Знайдено параметри, де моди такої системи перетинаються і утворюють ВТ. Збуджуючи моду в діелектричному хвильоводі, частина її енергії передається в плазмовий хвильовід за рахунок їхнього зв'язку. Також показано, що розподіл електромагнітного поля зв'язаної системи можна контролювати за рахунок ВТ. Збільшення концентрації поля в плазмовому хвильоводі буде приводити його до більш інтенсивного нагрівання, за рахунок дисипативних втрат у самій плазмі.

У роботі в рамках висунутої вище моделі, розглянуто плазму із зіткненнями, а формула діелектричної проникності вибрана аналогічно формулі Друде, яку зазвичай використовують для опису руху електронного газу в металах [22].

Метою роботи є дослідження контрольованого нагрівання циліндричної плазми, яку описано в наближенні Друде, з використанням особливостей ВТ.

2. Багатомодовий підхід для розрахунку системи зв'язаних циліндричних хвильоводів

Розв'язок задачі для зв'язаних паралельно розташованих хвильоводів проводимо в два етапи. На першому етапі розвиваємо багатомодовий підхід [23, 24] для оптимізації параметрів системи, при яких є можливим зв'язок робочих мод діелектричного хвильоводу з модами хвильоводу з плазмою. На другому етапі проводимо розрахунки, використовуючи повнохвильовий підхід з використанням чисельних методів, де, по-перше, проводиться апробація побудованого багатомодового підходу, а по-друге, виконується розрахунок величини нагрівання плазми.

На даному етапі використовуємо багатомодовий аналітичний підхід [23], який раніше успішно застосовувався до зв'язаних систем із втратою та посиленням [24]. Розглянемо пару паралельних діелектричних циліндрів радіусів R_1 та R_2 і з діелектричними проникностями ϵ_{di} і $\epsilon_{pl}(\omega)$ (рис. 1).

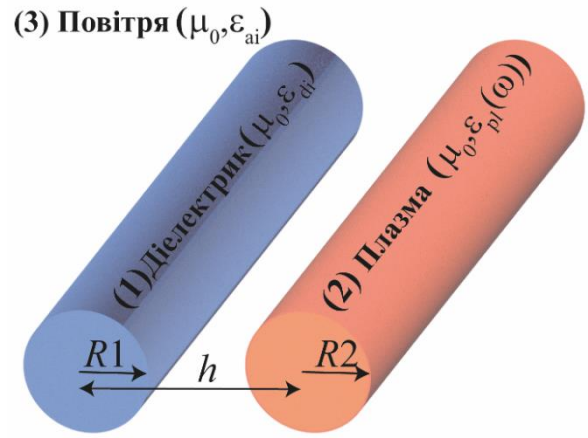


Рис. 1. Геометрія системи. Циліндричні діелектричний та плазмовий хвильоводи.

Діелектрична проникність плазмового хвильоводу може залежати від частоти, що є основною відмінністю від моделей у [24]. Головний інтерес полягає у знаходженні власних частот і власних полів зв'язаних циліндрів, розміщених у нескінченному середовищі. Щоб вирішити проблему власних значень, що нас цікавить, розглядаємо три області, кожна з яких має постійну проникність μ_0 . Область 1 – це круглий діелектричний хвильовід, а область 2 – круглий хвильовід із плазмою. Обидва циліндри занурено в нескінченне середовище (область 3) з діелектричною проникністю ϵ_{ai} . Відстань між осями паралельних циліндрів дорівнює h . Уведемо дві полярні системи координат (r_1, φ_1) та (r_2, φ_2) , що зв'язані з обома циліндрами та випишемо такі розв'язки задачі на власні значення для області 1 у термінах локальних координат (r_1, φ_1) :

$$E_z^1 = \sum_{n=-N}^N A_n^1 J_n(k_{p,1} r_1) e^{in\varphi_1},$$

$$H_z^1 = \sum_{n=-N}^N B_n^1 J_n(k_{p,1} r_1) e^{in\varphi_1}, \quad (1)$$

тоді як у другому хвильоводі з локальними координатами (r_2, φ_2) маємо такі поля:

$$E_z^2 = \sum_{n=-N}^N A_n^2 J_n(k_{p,2} r_2) e^{in\varphi_2},$$

$$H_z^2 = \sum_{n=-N}^N B_n^2 J_n(k_{p,2} r_2) e^{in\varphi_2}, \quad (2)$$

і, нарешті, в області 3 ми маємо внески від обох локальних систем координат

$$E_z^3 = \sum_{n=-N}^N C_n^1 H_n^{(i)}(k_{p,3} r_1) e^{in\varphi_1} + \sum_{n=-N}^N C_n^2 H_n^{(i)}(k_{p,3} r_2) e^{in\varphi_2},$$

$$H_z^3 = \sum_{n=-N}^N D_n^1 H_n^{(i)}(k_{p,3} r_1) e^{in\varphi_1} + \sum_{n=-N}^N D_n^2 H_n^{(i)}(k_{p,3} r_2) e^{in\varphi_2}, \quad (3)$$

$$H_z^3, E_z^3 \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0,$$

де $\{A_n^1, A_n^2, B_n^1, B_n^2, C_n^1, C_n^2, D_n^1, D_n^2\}$ – невідомі амплітуди азимутальних гармонік. Тут $n \in \mathbb{Z}$, $k_{p,i}^2 = k_i^2 - k_z^2$, $k_i = k_0 \varepsilon_r(\omega)$ ($i = ai, di, pl$), $k_0^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0$, $J_n(*)$ – функція Бесселя, $H_n^{(1)}(*)$ та $H_n^{(2)}(*)$ – функція Ханкеля першого та другого роду. Також робимо припущення щодо фактора поля, як $\exp[i(\omega t - k_z z)]$. Порядок функцій Ханкеля вибирається з умови загасання електромагнітних полів на нескінченності $E_z^3 \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0$ та $H_z^3 \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0$.

Повний набір компонент електромагнітних полів у всіх областях можна виразити через поздовжні компоненти полів у рівняннях (1) - (3) та рівнянь Максвелла. Нас у першу чергу будуть цікавити компоненти (E_φ, H_φ) , де φ -компоненти полів у першому циліндрі можна отримати як:

$$E_\varphi^1 = \frac{1}{k_{p,1}^2} \sum_n \left[\frac{k_z n}{r_1} A_n^1 J_n(k_{p,1} r_1) + i\omega \mu_0 k_{p,1} B_n^1 J_n'(k_{p,1} r_1) \right],$$

$$E_\varphi^3(r_1, \varphi_1) = \frac{1}{k_{p,3}^2} \sum_n \left\{ \frac{k_z n}{r_1} \left[C_n^1 H_n^{(1,2)}(k_{p,3} r_1) e^{in\varphi_1} + \sum_k C_n^2 H_{n+k}^{(1,2)}(k_{p,3} h) J_k(k_{p,3} r_1) e^{-ik\varphi_1} e^{in\pi} \right] + i\omega \mu_0 k_{p,3} \left[D_n^1 H_n^{(1,2)}(k_{p,3} r_1) e^{in\varphi_1} + \sum_k D_n^2 H_{n+k}^{(1,2)}(k_{p,3} h) J_k(k_{p,3} r_1) e^{-ik\varphi_1} e^{in\pi} \right] \right\},$$

$$H_\varphi^3(r_1, \varphi_1) = \frac{1}{k_{p,3}^2} \sum_n \left\{ -i\omega \varepsilon_3 k_{p,3} \left[C_n^1 H_n^{(1,2)}(k_{p,3} r_1) e^{in\varphi_1} + \sum_k C_n^2 H_{n+k}^{(1,2)}(k_{p,3} h) J_k'(k_{p,3} r_1) e^{-ik\varphi_1} e^{in\pi} \right] + \frac{k_z n}{r_1} \left[D_n^1 H_n^{(1,2)}(k_{p,3} r_1) e^{in\varphi_1} + \sum_k D_n^2 H_{n+k}^{(1,2)}(k_{p,3} h) J_k(k_{p,3} r_1) e^{-ik\varphi_1} e^{in\pi} \right] \right\}, \quad (7)$$

$$E_\varphi^3(r_2, \varphi_2) = \frac{1}{k_{p,3}^2} \sum_n \left\{ \frac{k_z n}{r_2} \left[\sum_k C_n^1 H_{n+k}^{(1,2)}(k_{p,3} h) J_k(k_{p,3} r_2) e^{ik(\pi-\varphi_2)} + C_n^2 H_n^{(1,2)}(k_{p,3} r_2) e^{in\varphi_2} \right] + i\omega \mu_0 k_{p,3} \left[\sum_k D_n^1 H_{n+k}^{(1,2)}(k_{p,3} h) J_k'(k_{p,3} r_2) e^{ik(\pi-\varphi_2)} + D_n^2 H_n^{(1,2)}(k_{p,3} r_2) e^{in\varphi_2} \right] \right\},$$

$$H_\varphi^3(r_2, \varphi_2) = \frac{1}{k_{p,3}^2} \sum_n \left\{ -i\omega \varepsilon_3 k_{p,3} \left[\sum_k C_n^1 H_{n+k}^{(1,2)}(k_{p,3} h) J_k'(k_{p,3} r_2) e^{ik(\pi-\varphi_2)} + C_n^2 H_n^{(1,2)}(k_{p,3} r_2) e^{in\varphi_2} \right] + \frac{k_z n}{r_2} \left[\sum_k D_n^1 H_{n+k}^{(1,2)}(k_{p,3} h) J_k(k_{p,3} r_2) e^{ik(\pi-\varphi_2)} + D_n^2 H_n^{(1,2)}(k_{p,3} r_2) e^{in\varphi_2} \right] \right\}. \quad (8)$$

$$H_\varphi^1 = \frac{1}{k_{p,1}^2} \sum_n \left[-i\omega \varepsilon_1 k_{p,1} A_n^1 J_n'(k_{p,1} r_1) + \frac{k_z n}{r_1} B_n^1 J_n(k_{p,1} r_1) \right], \quad (4)$$

φ -компоненти полів усередині другого циліндра:

$$E_\varphi^2 = \frac{1}{k_{p,2}^2} \sum_n \left[\frac{k_z n}{r_2} A_n^2 J_n(k_{p,2} r_2) + i\omega \mu_0 k_{p,2} B_n^2 J_n'(k_{p,2} r_2) \right],$$

$$H_\varphi^2 = \frac{1}{k_{p,2}^2} \sum_n \left[-i\omega \varepsilon_2 k_{p,2} A_n^2 J_n'(k_{p,2} r_2) + \frac{k_z n}{r_2} B_n^2 J_n(k_{p,2} r_2) \right]. \quad (5)$$

Для виведення полів в області 3 зв'яжемо координати (r_1, φ_1) та (r_2, φ_2) за допомогою теореми Графа, де у нашому випадку:

$$B_n(r_1) e^{\pm in\varphi_1} = \sum_{k=-N}^N B_{n+k}(h) J_k(r_2) e^{\mp ik\varphi_2} e^{\pm ik\pi},$$

$$B_n(r_2) e^{\pm in\varphi_2} = \sum_{k=-N}^N B_{n+k}(h) J_k(r_1) e^{\mp ik\varphi_1} e^{\pm ik\pi}, \quad (6)$$

$B_n(*)$ – циліндрична функція n -го порядку, h – відстань між центрами двох циліндрів (див. рис. 1). φ -компоненти полів поза циліндрами в координатах (r_1, φ_1) та (r_2, φ_2) є:

Далі невідомі коефіцієнти $\{A_n^1, A_n^2, B_n^1, B_n^2, C_n^1, C_n^2, D_n^1, D_n^2\}$ і поздовжню компоненту хвильового вектора k_z можна розрахувати з дисперсійних рівнянь, що можуть бути отримані з використанням умов неперервності електромагнітних полів на граничних поверхнях $r_1 = R_1$ та $r_2 = R_2$.

$$\begin{aligned} E_z^1(r_1, \varphi_1) &= E_z^3(r_1, \varphi_1), & E_z^2(r_2, \varphi_2) &= E_z^3(r_2, \varphi_2), \\ H_z^1(r_1, \varphi_1) &= H_z^3(r_1, \varphi_1), & H_z^2(r_2, \varphi_2) &= H_z^3(r_2, \varphi_2), \\ E_\varphi^1(r_1, \varphi_1) &= E_\varphi^3(r_1, \varphi_1), & E_\varphi^2(r_2, \varphi_2) &= E_\varphi^3(r_2, \varphi_2), \\ H_\varphi^1(r_1, \varphi_1) &= H_\varphi^3(r_1, \varphi_1), & H_\varphi^2(r_2, \varphi_2) &= H_\varphi^3(r_2, \varphi_2). \end{aligned} \quad (9)$$

Нас цікавлять власні частоти та власні поля зв'язаних хвильоводів з різними типами середовища. Для визначеності випишемо діелектричні проникності діелектриків $\epsilon_3 = \epsilon_{ai} \in \mathbb{R}$, $\text{Re}(\epsilon_2 = \epsilon_{ai}) > \epsilon_{ai}$, а для плазмового хвильоводу скористаємося формулою Друде:

$$\epsilon_2 = \epsilon_{pl}(\omega) = 1 - \frac{\Omega^2}{\omega(\omega + i\nu)}, \quad (10)$$

де Ω – Ленгмюрівська плазмова частота, ν – ефективна частота зіткнень.

Система рівнянь (9) має нетривіальні розв'язки, якщо її визначник дорівнює нулю. Ця умова дає бажане співвідношення для пари зв'язаних циліндрів, занурених у нескінченне середовище. Таким чином, у загальному випадку розв'язок крайової задачі для пари циліндрів має вигляд зв'язаних азимутальних гармонік. Моді діелектричного циліндра можна класифікувати як TM_{0m} і TE_{0m} з ненульовими амплітудами $A_0^1(A_0^2)$ і $B_0^1(B_0^2)$, а гібридні HE_{nm} і EH_{nm} моді з амплітудами A_n^1 і B_n^1 . З іншого боку для хвильоводу з плазмою ми також маємо набір мод, але з індексами TM_0 та HE_n і A_n^2 і B_n^2 [25]. Коли відстань h між циліндрами наближається до нескінченності, зв'язок між гармоніками зникає і моді незв'язаних хвильоводів перетворюються на чисті TE , TM або гібридні моді для діелектричного або плазмового хвильоводу.

Даний багатомодовий підхід (на відміну від повнохвильового підходу, що буде розглядатися далі) дає можливість класифікувати та локалізувати окремо моді, як діелектричного хвильоводу, так і хвильоводу з плазмою. Для початку ми розглянемо випадок при $h \rightarrow \infty$, тобто наші циліндри є незалежними. На рис. 2 зображено «чисті»

HE_{11} мода діелектричного (di) хвильоводу та TM_0 і HE_1 моди хвильоводу з плазмою (pl) з такими параметрами: $\epsilon_{di} = 12 - 0,01i$ (кремній Si), $\epsilon_{ai} = 1$, $\nu = 0$, $\Omega = 4,08 \cdot 10^{11}$ рад/с, $R_1 = R_2 = 1$ мм. Видно, що моді різних хвильоводів можуть мати точки перетину, що дають сподівання на існування ВТ у зв'язаній системі.

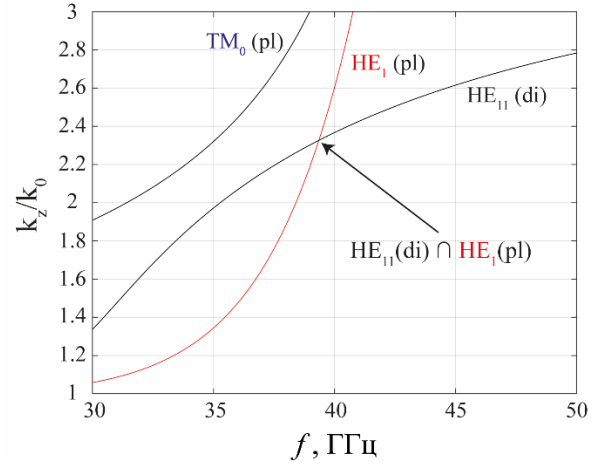


Рис. 2. HE_{11} мода діелектричного хвильоводу та TM_0 і HE_1 моди хвильоводу з плазмою в площині $(k_z/k_0, f)$. (Див. кольоровий рисунок на сайті журналу.)

Далі можемо вже використати ці параметри для дослідження зв'язаної системи з пари діелектричного та плазмового хвильоводів. Не порушуючи загальності результату, ми фіксуємо $k_z/k_0 = 2,32$, $\nu = 10^9$ рад/с та $h = 4,17$ мм, а величину Ω будемо змінювати в інтервалі $[4; 4,6] \cdot 10^{11}$ рад/с. На рис. 3 наведено результати розрахунку зв'язку двох циліндричних хвильоводів у нескінченному середовищі. Як видно з рис. 3, змінюючи плазмову частоту Ω , можемо досягти такого стану системи (див. рис. 3, б і в), коли електромагнітне поле розподілене у двох циліндрах одночасно, але має різну топологію поля. Таким чином, збуджуючи моду в діелектричному хвильоводі, можна також порушити моду в хвильоводі з плазмою. Гібридизація мод у системі «плазма - діелектрик» призводить до розподілу електромагнітного поля відразу у двох циліндрах. Також можна не обмежуватися даними модами, а обирати будь-який набір мод обох хвильоводів, достатньо тільки правильно підібрати геометричні параметри системи. Такий підхід дає змогу розширити експериментальні можливості при збудженні мод системи зовнішнім електромагнітним полем з різним типом поляризації. Ми розглядаємо моді найнижчого порядку, щоб позбутися впливу міжмодового зв'язку. При роботі на більш високих частотах, при збереженні інших параметрів системи, моді розміщуються дуже щільно

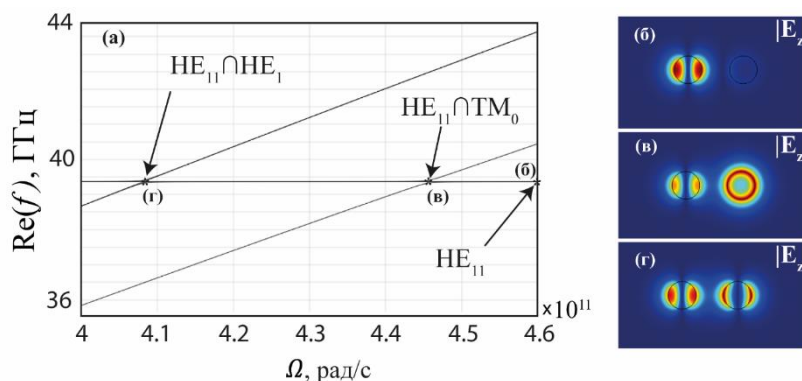


Рис. 3. *a* – Дійсна частина власних значень частоти коливань $f = \omega/2\pi$ зв'язаної системи діелектричного і плазмового хвильоводів залежно від плазмової частоти Ω . *б, в, г* – модулі поздовжньої компоненти електричного поля $|E_z|$, що відповідають точкам «*» на дисперсійних кривих (*a*). (Див. кольоровий рисунок на сайті журналу.)

на дисперсійній площині, тому вплив конверсії мод на добротність системи значно збільшується. У нашому випадку при розгляді мод найнижчого порядку, конверсія мод не впливає на основні результати роботи. З іншого боку, при зменшенні

відстані між хвильоводами відбувається гібридизація мод при порушенні їхньої кругової симетрії, тому для кращої збіжності результатів необхідно брати більше членів ряду в рівняннях (1) - (3).

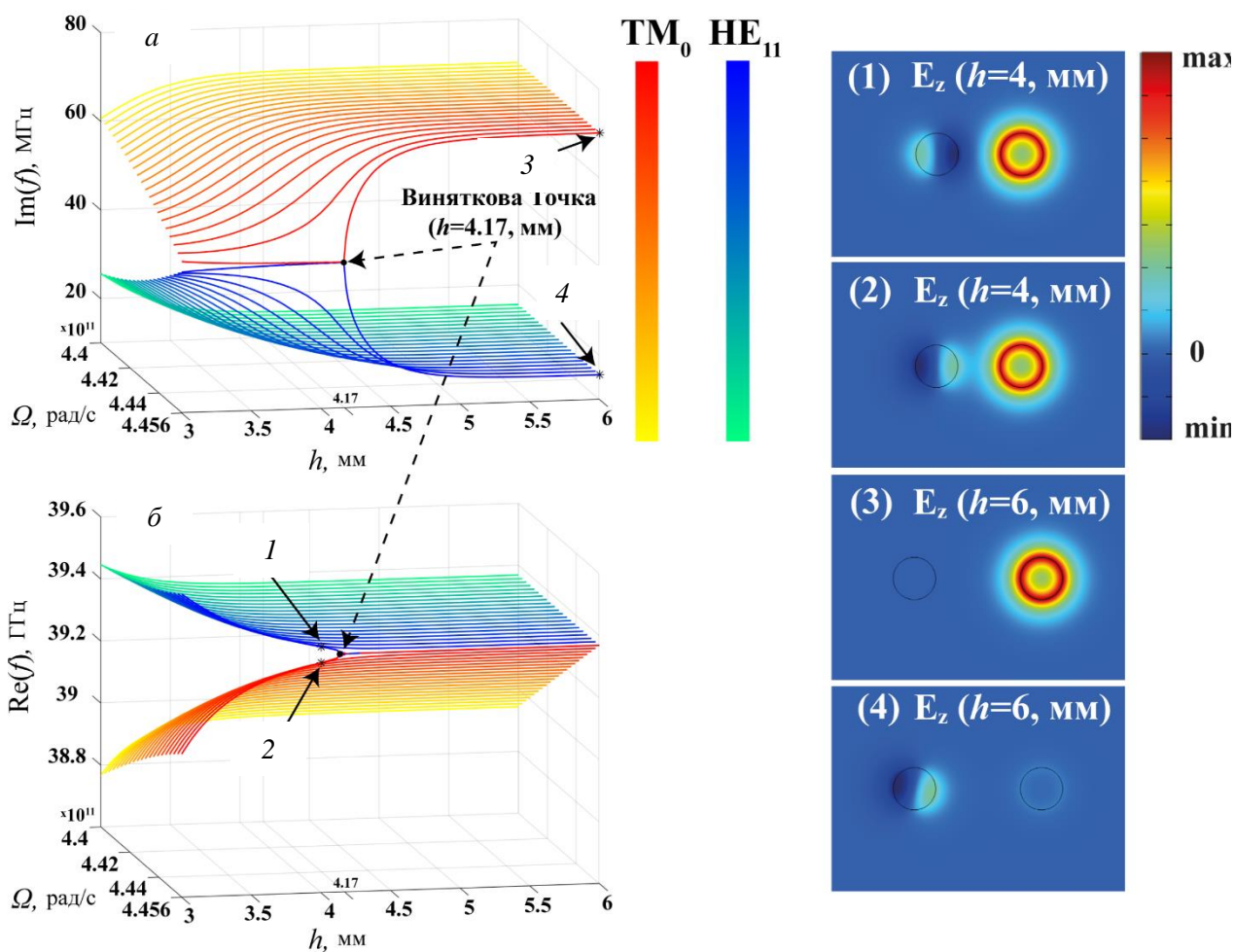


Рис. 4. Уявна (*a*) та дійсна (*б*) частини власних значень частоти коливань $f = \omega/2\pi$ зв'язаної системи діелектричного і плазмового хвильоводів при взаємодії HE_{11} та TM_0 мод. 1 - 4 – розподіл поздовжньої компоненти електричного поля E_z , що відповідають даним точкам на *a* і *б*. (Див. кольоровий рисунок на сайті журналу.)

Далі більш детально розглянемо поведінку моди HE_{11} в діелектрику та TM_0 моди в плазмі навколо точки їхнього перетину. На рис. 4, *a* та *б* зображено уявну та дійсну частини дисперсійних поверхонь, які свідчать про наявність ВТ ($h = 4,17$ мм; $\Omega = 4,456 \cdot 10^{11}$ рад/с) для нашої системи зв'язаних хвильоводів. Зв'язок між хвильоводами контролюємо за рахунок відстані між ними. Для точок 1 і 2, що знаходяться зліва від ВТ ($h < 4,17$ мм) маємо зв'язану систему, для якої електричне поле гібридизоване та розподілене в обох хвильоводах, а для точок 3 і 4 справа від ВТ ($h > 4,17$ мм) – моди окремих хвильоводів є незалежними. Наявність отриманої ВТ дає змогу за рахунок контролю зв'язку між хвильоводами (наприклад, відстані між ними) контролювати розподіл електромагнітного поля в системі, про що свідчать представлені поздовжні компоненти електричного поля, що зображені на рис. 4.

Даний багатомодовий підхід дає змогу розглянути багатопараметричну систему зв'язаних хвильоводів. Залежно від можливостей експериментальних установ можна підлаштовувати нашу теоретичну модель під реальні параметри експерименту. Наприклад зміна радіусів циліндрів або вибір матеріалу, з якого виготовлений діелектрик, дає змогу зміщувати робочу частоту системи в області більших або менших значень, при збереженні основних результатів дослідження.

3. Повнохвильовий підхід для розрахунку системи зв'язаних циліндричних хвильоводів. Нагрівання плазми

Далі розвиваємо повнохвильовий підхід з урахуванням теплових втрат у наших дослідженнях. Як вихідні рівняння використовуємо систему рівнянь, що зв'язують рівняння для поширення електромагнітних хвиль і рівняння теплопередачі в твердих тілах. Втрата енергії електромагнітних хвиль перетворюється на тепло. При цьому враховується, що електромагнітні властивості системи залежать від температури. Підхід до моделювання ґрунтується на припущенні, що час електромагнітного циклу є коротким порівняно з тепловим масштабом часу:

$$\nabla \cdot \mu_r^{-1} (\nabla \cdot \mathbf{E}) - k_0^2 (\epsilon_r - i\sigma / \omega \epsilon_0) \mathbf{E} = 0,$$

$$Q = \frac{1}{2} \text{Re}(\mathbf{J} \cdot \mathbf{E}^*) + \frac{1}{2} \text{Re}(i\omega \mathbf{B} \cdot \mathbf{H}^*). \quad (11)$$

Для розрахунку даних рівнянь (11) ми будемо використовувати чисельні методи, що базуються на методах скінченних елементів, де сітка розбиття має бути достатньо дрібною, щоб розділити хвилю. Тобто, як мінімум, повинен бути виконаний критерій стійкості Найквіста (розмір домену приблизно 10×10 довжин хвилі). Розв'язки даної системи рівнянь також будемо порівнювати з розв'язками, що отримані раніше аналітичним багатомодовим підходом.

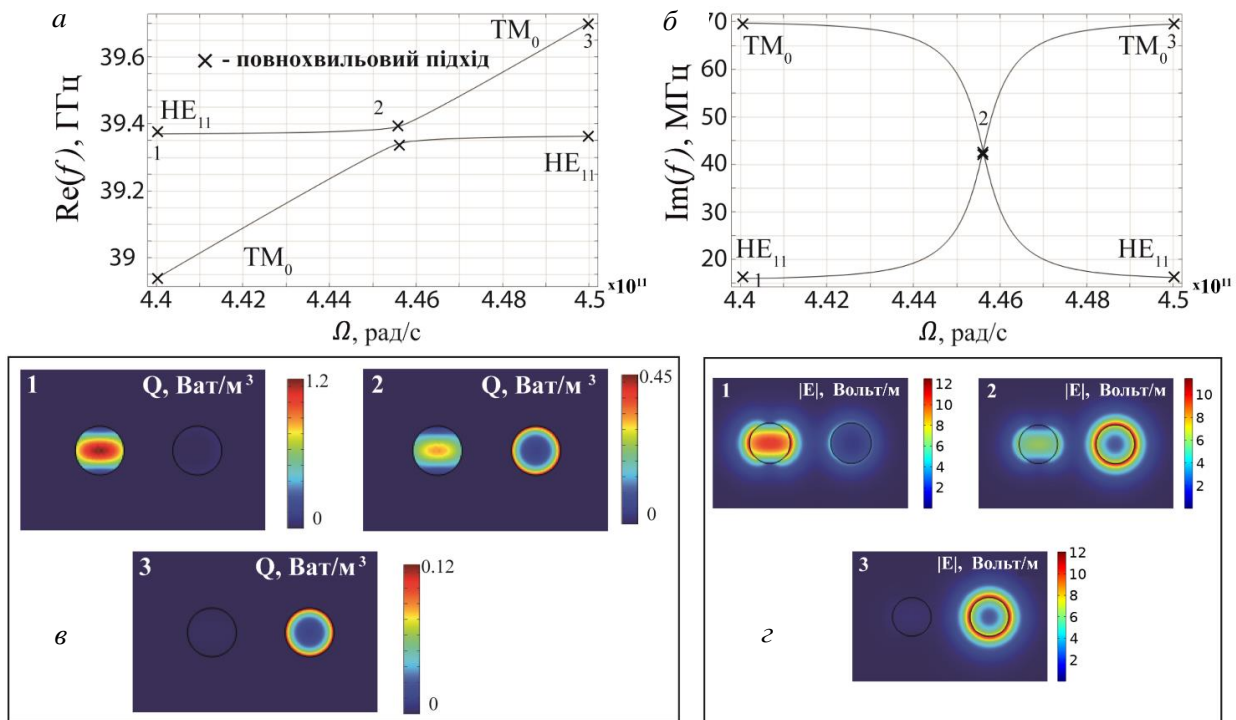


Рис. 5. Дійсна (*a*) та уявна (*б*) частини дисперсійних кривих, отриманих багатомодовим підходом. \times – відмічені точки, що прораховані в повнохвильовому підході. *в* – розподіл величини Q для точок 1, 2, 3 на позиціях *a* та *б*. *г* – модуль електричного поля $|E|$ для точок 1, 2, 3 на позиціях *a* та *б*. (Див. кольоровий рисунок на сайті журналу.)

На рис. 5, *a* і *б* позначками «x» відмічено точки з чисельних розрахунків повнохвильового підходу. Бачимо, що обидва наші методи мають високий збіг результатів. Виділено три критичні точки при $h = 4$ мм та $\nu = 10^9$ рад/с ($1 - \Omega = 4,4 \cdot 10^{11}$ рад/с, $2 - \Omega = 4,456 \cdot 10^{11}$ рад/с, $3 - \Omega = 4,5 \cdot 10^{11}$ рад/с) на дисперсійній кривій, для яких прораховано розподіл кількості тепла Q (див. рис. 5, *в*), що відповідає дисипативним втратам у матеріалі системи. У другому рівнянні в (11) для діелектрика можна записати $\mathbf{J} \cdot \mathbf{E}^* = \sigma \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* = \omega \epsilon'' \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*$, тому для всіх точок назовні хвилеводів маємо $Q = 0$, оскільки для повітря $\epsilon'' = 0$. Крім того, для порівняння наведено вирази для модуля електричного поля $|\mathbf{E}|$ на рис. 5, *г*. Аналізуючи дані результати, можемо зробити висновок, що з наближенням до ВТ суттєво змінюється розподіл електромагнітних полів, що викликає різну величину нагрівання, як плазмового, так і діелектричного хвилеводів. Також, виходячи з отриманих результатів, що показані на рис. 4, контролюючи зв'язок (відстань) між хвилеводами, також можна контролювати ступінь нагрівання елементів системи.

4. Висновок

У роботі проведено дослідження з використанням особливостей ВТ контрольованого нагрівання

циліндричної плазми, яку описано в наближенні Друде. Проведені розрахунки дають можливість класифікувати та локалізувати ВТ для різних типів мод у системі зв'язаних діелектричного та плазмового хвилеводів. Розрахунки показують, що для даних ВТ, де відбувається гібридизація мод хвилеводів, можливо дистанційно збуджувати моди в плазмі, де за наявності втрат у плазмовому хвилеводі відбувається її нагрівання. Показано, що з використанням особливостей ВТ можливо керувати інтенсивністю електричного поля в хвилеводах і відповідно ступенем нагрівання плазми. Таким чином, у цій роботі запропоновано дистанційний спосіб керованого нагрівання плазми, що ґрунтується на використанні феномену ВТ зв'язаної системи діелектричного та плазмового хвилеводів, що є потенційною перевагою запропонованого методу серед інших. Цей спосіб нагрівання плазми може бути використаний при вирішенні однойменної проблеми КТС, і може бути трансформований на системи хвилеводів інших геометрій, що знаходяться у зовнішньому магнітному полі.

Робота виконана за підтримки Гранту НАН України дослідницьким лабораторіям/групам молодих вчених НАН України для проведення досліджень за пріоритетними напрямками розвитку науки і техніки (Грант № 0122U002145).

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. *Научное сообщество физиков СССР. 1950 - 1960-е годы. Документы, воспоминания, исследования.* В. П. Визгин, А. В. Кессених (ред.) (СПб.: РХГА, 2005) 720 с.
2. Б.Д. Бондаренко. Роль О. А. Лаврентьева в постановке вопроса и иницировании исследований по управляемому термоядерному синтезу в СССР. *УФН* 171 (2001) 886.
3. Л.А. Арцимович. *Управляемые термоядерные реакции* (Москва: Физматлит, 1961) 467 с.
4. A.V. Melnikov. Applied and fundamental aspects of fusion science. *Nature Phys.* 12 (2016) 386.
5. S.C. Cowley. The quest for fusion power. *Nature Phys.* 12 (2016) 384.
6. J. Knaster, A. Moeslang, T. Muroga. Materials research for fusion. *Nature Phys.* 12 (2016) 424.
7. D. Stork et al. Materials R&D for a timely DEMO: Key findings and recommendations of the EU Roadmap Materials Assessment Group. *Fusion Eng. Des.* 89 (2014) 1586.
8. O. Crofts, J. Harman. Maintenance duration estimate for a DEMO fusion power plant, based on the EFDA WP12 pre-conceptual studies. *Fusion Eng. Des.* 89 (2014) 2383.
9. A. Loving et al. Pre-conceptual design assessment of DEMO remote maintenance. *Fusion Eng. Des.* 89 (2014) 2246.
10. Физическая энциклопедия. Т. 3. А. М. Прохоров (гл. ред.). Магнитоплазменный – Пойнтинга теорема (Москва: Большая Российская Энциклопедия, 1992) 669 с.
11. W. Li, J.G. Valentine. Harvesting the loss: surface plasmon-based hot electron photodetection. *Nanophotonics* 6 (2017) 177.
12. C. Clavero. Plasmon-induced hot-electron generation at nanoparticle/metal-oxide interfaces for photo-voltaic and photocatalytic devices. *Nature Photonics* 8 (2014) 95.
13. K. Appavoo et al. Ultrafast phase transition via catastrophic phonon collapse driven by plasmonic hot-electron injection. *Nano Lett.* 14 (2014) 1127.
14. G. Baffou, R. Quidant. Thermo-plasmonics: using metallic nanostructures as nano-sources of heat. *Laser & Photonics Rev.* 7 (2013) 171.
15. Z.J. Coppens et al. Probing and controlling photo-thermal heat generation in plasmonic nanostructures. *Nano Lett.* 13 (2013) 1023.
16. C. Loo et al. Immunotargeted nanoshells for integrated cancer imaging and therapy. *Nano Lett.* 5 (2005) 709.
17. O. Neumann et al. Compact solar autoclave based on steam generation using broadband light-harvesting nanoparticles. *Proc. Natl. Acad. Sci.* 110 (2013) 11677.

18. S.V. Boriskina, H. Ghasemi, G. Chen. Plasmonic materials for energy: From physics to applications. *Mater. Today* 16 (2013) 375.
19. W.D. Heiss. The physics of exceptional points. *J. Phys. A: Math. Theor.* 45 (2012) 444016.
20. M.-A.Miri, A. Alù. Exceptional points in optics and photonics. *Science* 363 (2019) eaar7709.
21. В.П. Шестопапов. *Морсовские критические точки дисперсионных уравнений* (К.: Наук. думка, 1992) 240 с.
22. Н. Ашкрофт, Н. Мермин. *Физика твердого тела*. В двух томах (Москва: Мир, 1979).
23. T.P. White et al. Multipole method for microstructured optical fibers. I. Formulation. *J. of the Optical Society of America B* 19 (2002) 2322.
24. A.V. Hlushchenko. Multimode parity-time symmetry and loss compensation in coupled waveguides with loss and gain. *Phys. Rev. A* 104 (2021) 013507.
25. V. Granatstein, S. Schlessinger, A. Vigants. The open plasmaguide in extremes of magnetic field. *IEEE Trans. Antennas Propag.* 11 (1963) 489.

A. V. Hlushchenko^{1,*}, O. L. Andriieva¹, V. I. Tkachenko^{1,2}

¹ National Science Center “Kharkiv Institute of Physics and Technology”,
National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkiv, Ukraine

² V. N. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine

*Corresponding author: glushchenko.ant@gmail.com

CONTROLLED HEATING OF A CYLINDRICAL PLASMA USING THE FEATURES OF AN EXCEPTIONAL POINT

The paper proposes a method of controlled heating of a cylindrical plasma using the features of the Exceptional point. It is shown that the coupled system of plasma and dielectric waveguides is capable of generating exceptional points where their dispersion curves cross. By controlling the connection (distance) between the waveguides, it is possible to control the distribution of the electromagnetic field, both in the plasma and in the dielectric waveguides around the exceptional point. It is also shown that in the presence of dissipative losses in the plasma, the degree of heating of the plasma waveguide can be controlled by tuning the distribution and intensity of the exciting electromagnetic field in the coupled waveguide system, which gives a potential advantage among other methods of plasma heating. The results obtained in the work can be considered as an example of a new method of controlled plasma heating, which can be used to overcome the existing problems of controlled thermonuclear fusion.

Keywords: exceptional point, eigenmodes, plasma waveguide, dissipative losses.

REFERENCES

1. *Scientific Community of Physicists of the USSR. 1950 - 1960s. Documents, Memoirs, Research.* V. P. Vizgin, A. V. Kessenikh (eds.) (St. Petersburg: Russian Christian Humanitarian Academy, 2005) 720 p. (Rus)
2. B.D. Bondarenko. The role of O. A. Lavrentiev in Posing the Question and Initiating Research on Controlled Thermonuclear Fusion in the USSR. *Uspekhi Fizicheskikh Nauk* 171 (2001) 886. (Rus)
3. L.A. Artsimovich. *Controlled Thermonuclear Reactions* (Moskva: Fizmatlit, 1961) 467 p. (Rus)
4. A.V. Melnikov. Applied and fundamental aspects of fusion science. *Nature Phys.* 12 (2016) 386.
5. S.C. Cowley. The quest for fusion power. *Nature Phys.* 12 (2016) 384.
6. J. Knaster, A. Moeslang, T. Muroga. Materials research for fusion. *Nature Phys.* 12 (2016) 424.
7. D. Stork et al. Materials R&D for a timely DEMO: Key findings and recommendations of the EU Roadmap Materials Assessment Group. *Fusion Eng. Des.* 89 (2014) 1586.
8. O. Crofts, J. Harman. Maintenance duration estimate for a DEMO fusion power plant, based on the EFDA WP12 pre-conceptual studies. *Fusion Eng. Des.* 89 (2014) 2383.
9. A. Loving et al. Pre-conceptual design assessment of DEMO remote maintenance. *Fusion Eng. Des.* 89 (2014) 2246.
10. *Physical Encyclopedia.* Vol. 3. A. M. Prokhorov (editor-in-chief). Magnetoplasma – Poynting Theorem (Moskva: Bolshaya Rossiyskaya Entsiklopediya, 1992) 669 p. (Rus)
11. W. Li, J.G. Valentine. Harvesting the loss: surface plasmon-based hot electron photodetection. *Nanophotonics* 6 (2017) 177.
12. C. Clavero. Plasmon-induced hot-electron generation at nanoparticle/metal-oxide interfaces for photovoltaic and photocatalytic devices. *Nature Photonics* 8 (2014) 95.
13. K. Appavoo et al. Ultrafast phase transition via catastrophic phonon collapse driven by plasmonic hot-electron injection. *Nano Lett.* 14 (2014) 1127.
14. G. Baffou, R. Quidant. Thermo-plasmonics: using metallic nanostructures as nano-sources of heat. *Laser & Photonics Rev.* 7 (2013) 171.
15. Z.J. Coppens et al. Probing and controlling photo-thermal heat generation in plasmonic nanostructures. *Nano Lett.* 13 (2013) 1023.
16. C. Loo et al. Immunotargeted nanoshells for integrated cancer imaging and therapy. *Nano Lett.* 5 (2005) 709.

17. O. Neumann et al. Compact solar autoclave based on steam generation using broadband light-harvesting nanoparticles. [Proc. Natl. Acad. Sci. 110 \(2013\) 11677](#).
18. S.V. Boriskina, H. Ghasemi, G. Chen. Plasmonic materials for energy: From physics to applications. [Mater. Today 16 \(2013\) 375](#).
19. W.D. Heiss. The physics of exceptional points. [J. Phys. A: Math. Theor. 45 \(2012\) 444016](#).
20. M.-A. Miri, A. Alù. Exceptional points in optics and photonics. [Science 363 \(2019\) eaar7709](#).
21. V.P. Shestopalov. *Morse Critical Points of Dispersion Equations* (Kyiv: Naukova Dumka, 1992) 240 p. (Rus)
22. N. Ashcroft, N. Mermin. *Solid State Physics*. In 2 vol. (Moskva: Mir, 1979). (Rus)
23. T.P. White et al. Multipole method for microstructured optical fibers. I. Formulation. [J. of the Optical Society of America B 19 \(2002\) 2322](#).
24. A.V. Hlushchenko. Multimode parity-time symmetry and loss compensation in coupled waveguides with loss and gain. [Phys. Rev. A 104 \(2021\) 013507](#).
25. V. Granatstein, S. Schlessinger, A. Vigants. The open plasmaguide in extremes of magnetic field. [IEEE Trans. Antennas Propag. 11 \(1963\) 489](#).

Надійшла/Received 30.11.2022