

В. О. Бабенко*, М. М. Петров

Институт теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова НАН України, Київ, Україна

*Відповідальний автор: pet2@ukr.net

СТОСОВНО ВЛАСТИВОСТЕЙ РУХОМОЇ КОНСТАНТИ ЗВ'ЯЗКУ СИЛЬНОЇ ВЗАЄМОДІЇ В ОБЛАСТІ НИЗЬКИХ ЕНЕРГІЙ

Рухома константа зв'язку α_s квантової хромодинаміки (КХД) та її залежність від перенормувального енергетичного масштабного КХД-параметра μ досліджуються в області енергій $\mu \lesssim 25$ GeV на основі прямого чисельного інтегрування основного ренормгрупового рівняння КХД із врахуванням членів включно до п'ятипетельного порядку. Вперше в п'ятипетельному порядку розраховано значення полюса константи сильного зв'язку – полюса Ландау $\mu_0 \equiv \Lambda = 664,9$ MeV (масштабного КХД-параметра Λ). Також для опису залежності $\alpha_s(\mu)$ запропоновано просту однополюсну формулу, яка дає дуже добрий опис константи сильного зв'язку в даній області енергій.

Ключові слова: квантова хромодинаміка (КХД), константа зв'язку сильної взаємодії, теорія збурень КХД, ренормгрупове рівняння КХД.

В. А. Бабенко*, Н. М. Петров

Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова НАН Украины, Киев, Украина

*Ответственный автор: pet2@ukr.net

О СВОЙСТВАХ БЕГУЩЕЙ КОНСТАНТЫ СВЯЗИ СИЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ОБЛАСТИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЙ

Бегущая константа связи α_s квантовой хромодинамики (КХД) и ее зависимость от перенормировочного энергетического масштабного КХД-параметра μ исследуются в области энергий $\mu \lesssim 25$ GeV на основе прямого численного интегрирования основного ренормгрупового уравнения КХД с учетом членов вплоть до пятипетельного порядка. Впервые в пятипетельном порядке рассчитано значение полюса константы сильной связи – полюса Ландау $\mu_0 \equiv \Lambda = 664,9$ MeV (масштабного КХД-параметра Λ). Также для описания зависимости $\alpha_s(\mu)$ предложена простая однополюсная формула, которая дает очень хорошее описание константы сильной связи в рассматриваемой области энергий.

Ключевые слова: квантовая хромодинамика (КХД), константа связи сильного взаимодействия, теория возмущений КХД, ренормгруповое уравнение КХД.

V. A. Babenko*, N. M. Petrov

Bogolyubov Institute for Theoretical Physics, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

*Corresponding author: pet2@ukr.net

PROPERTIES OF THE RUNNING COUPLING CONSTANT OF STRONG INTERACTION AT LOW ENERGIES

Quantum chromodynamics (QCD) running coupling constant α_s and its dependence on the energy scale renormalization parameter μ are studied in the energy range of $\mu \lesssim 25$ GeV based on the five-loop calculations according to QCD renormalization group equation. Position of the Landau pole $\mu_0 \equiv \Lambda = 664.9$ MeV of the $\alpha_s(\mu)$ dependence (QCD scale parameter Λ) is calculated in the five-loop order for the first time. Energy dependence $\alpha_s(\mu)$ of the running coupling constant in the given energy range is very well described by the proposed simple one-pole formula.

Keywords: quantum chromodynamics (QCD), coupling constant of strong interaction, QCD perturbation theory, renormalization group equation of QCD.

REFERENCES

1. F.J. Ynduráin. *The Theory of Quark and Gluon Interactions* (Berlin: Springer-Verlag, 2006) 476 p.
2. W. Greiner, S. Schramm, E. Stein. *Quantum Chromodynamics* (Berlin: Springer-Verlag, 2007) 554 p.
3. M. Tanabashi et al. (Particle Data Group). Review of particle physics. *Phys. Rev. D* 98 (2018) 030001.
4. S. Bethke. Determination of the QCD coupling α_s . *J. Phys. G* 26 (2000) R27.
5. G.M. Prosperini, M. Raciti, C. Simolo. On the running coupling constant in QCD. *Prog. Part. Nucl. Phys.* 58 (2007) 387.
6. A. Deur, S.J. Brodsky, G. de Téramond. The QCD running coupling. *Prog. Part. Nucl. Phys.* 90 (2016) 1.
7. P.A. Baikov, K.G. Chetyrkin, J.H. Kühn. Five-loop running of the QCD coupling constant. *Phys. Rev. Lett.* 118 (2017) 082002.
8. F. Herzog et al. The five-loop beta function of Yang-Mills theory with fermions. *J. High Energy Phys. JHEP* 02 (2017) 090.
9. E.C.G. Stueckelberg, A. Petermann. La normalisation des constantes dans la theorie des quanta. *Helv. Phys. Acta* 26 (1953) 499.
10. A. Petermann. Renormalization group and the deep structure of the proton. *Phys. Rep.* 53 (1979) 157.
11. N.N. Bogoliubov, D.V. Shirkov. *Introduction to the Theory of Quantized Fields* (New York: Wiley Interscience, 1980) 620 p.
12. D. O'Connor, C.R. Stephens. Renormalization group theory in the new millennium. II. *Phys. Rep.* 348 (2001) 1.
13. J. Zinn-Justin. *Quantum Field Theory and Critical Phenomena* (Oxford: Clarendon Press, 2002) 1054 p.
14. M. Gell-Mann, F.E. Low. Quantum electrodynamics at small distances. *Phys. Rev.* 95 (1954) 1300.
15. C.G. Callan. Broken scale invariance in scalar field theory. *Phys. Rev. D* 2 (1970) 1541.
16. K. Symanzik. Small distance behaviour in field theory and power counting. *Comm. Math. Phys.* 18 (1970) 227.
17. D.J. Gross, F. Wilczek. Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories. *Phys. Rev. Lett.* 30 (1973) 1343.
18. H.D. Politzer. Reliable perturbative results for strong interactions. *Phys. Rev. Lett.* 30 (1973) 1346.
19. W.E. Caswell. Asymptotic behavior of non-abelian gauge theories to two-loop order. *Phys. Rev. Lett.* 33 (1974) 244.
20. D.R.T. Jones. Two-loop diagrams in Yang-Mills theory. *Nucl. Phys. B* 75 (1974) 531.
21. O.V. Tarasov, A.A. Vladimirov, A.Yu. Zharkov. The Gell-Mann-Low function of QCD in the three-loop approximation. *Phys. Lett. B* 93 (1980) 429.
22. S.A. Larin, J.A.M. Vermaseren. The three-loop QCD β -function and anomalous dimensions. *Phys. Lett. B* 303 (1993) 334.
23. T. van Ritbergen, J.A.M. Vermaseren, S.A. Larin. The four-loop β -function in quantum chromodynamics. *Phys. Lett. B* 400 (1997) 379.
24. M. Czakon. The four-loop QCD β -function and anomalous dimensions. *Nucl. Phys. B* 710 (2005) 485.
25. J. Beringer et al. (Particle Data Group). Review of Particle Physics. *Phys. Rev. D* 86 (2012) 010001.
26. K.A. Olive et al. (Particle Data Group). Review of Particle Physics. *Chin. Phys. C* 38 (2014) 090001.
27. D. d'Enterria et al. High-precision α_s measurements from LHC to FCC-ee. [arXiv:1512.05194 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1512.05194).
28. S. Aoki et al. Review of lattice results concerning low-energy particle physics. *Eur. Phys. J. C* 77 (2017) 112.
29. L.D. Landau, A.A. Abrikosov, I.M. Khalatnikov. Asymptotic expression for the photon Green's function in quantum electrodynamics. *Dokl. Akad. Nauk SSSR* 95 (1954) 1177. (Rus)
30. L.D. Landau, A.A. Abrikosov, I.M. Khalatnikov. The electron mass in quantum electrodynamics. *Dokl. Akad. Nauk SSSR* 96 (1954) 261. (Rus)
31. L.D. Landau. On the quantum theory of fields. In: *Niels Bohr and the Development of Physics*. Ed. W. Pauli (London: Pergamon Press Ltd., 1955) p. 52.
32. K.G. Chetyrkin, J.H. Kühn, M. Steinhauser. RunDec: a Mathematica package for running and decoupling of the strong coupling and quark masses. *Comp. Phys. Comm.* 133 (2000) 43.
33. Y. Schröder, M. Steinhauser. Four-loop decoupling relations for the strong coupling. *J. High Energy Phys. JHEP* 01 (2006) 051.
34. K.G. Chetyrkin, J.H. Kühn, C. Sturm. QCD decoupling at four loops. *Nucl. Phys. B* 744 (2006) 121.
35. B. Schmidt, M. Steinhauser. CRunDec: A C++ package for running and decoupling of the strong coupling and quark masses. *Comp. Phys. Comm.* 183 (2012) 1845.
36. F. Herren, M. Steinhauser. Version 3 of RunDec and CRunDec. *Comp. Phys. Comm.* 224 (2018) 333.
37. N. Zenine. The analytic running coupling of QCD at the two loop level. *Proc. of the 3-rd Nucl. and Part. Phys. Conf. NUPAC-2001, Cairo, Egypt, Oct. 20 - 24, 2001 (Cairo, 2002)* p. 140.
38. L.B. Okun. *Elementary Particle Physics* (Moskva: Nauka, 1988) 272 p. (Rus)
39. T. Ericson, W. Weise. *Pions and Nuclei* (Oxford: Clarendon Press, 1988) 479 p.
40. V.A. Babenko, N.M. Petrov. Study of the charge dependence of the pion-nucleon coupling constant on the basis of data on low-energy nucleon-nucleon interactions. *Phys. At. Nucl.* 79 (2016) 67.
41. K.G. Chetyrkin, B.A. Kniehl, M. Steinhauser. Strong coupling constant with flavor thresholds at four loops in the modified minimal-subtraction scheme. *Phys. Rev. Lett.* 79 (1997) 2184.

42. K.G. Chetyrkin, B.A. Kniehl, M. Steinhauser. Decoupling relations to $O(\alpha_s^3)$ and their connection to low-energy theorems. *Nucl. Phys. B* 510 (1998) 61.
43. E. Gardi, M. Karliner, G. Grunberg. Can the QCD running coupling have a causal analyticity structure? *J. High Energy Phys. JHEP* 07 (1998) 007.
44. M. Cini, S. Fubini, A. Stanghellini. Fixed angle dispersion relations for nucleon-nucleon scattering. *Phys. Rev.* 114 (1959) 1633.
45. W.T.H. van Oers, J.D. Seagrave. The neutron-deuteron scattering lengths. *Phys. Lett. B* 24 (1967) 562.
46. V.A. Babenko, N.M. Petrov. Description of the low-energy doublet neutron-deuteron scattering in terms of parameters characterizing bound and virtual triton states. *Phys. At. Nucl.* 63 (2000) 1709.
47. V.A. Babenko, N.M. Petrov. Description of scattering and of a bound state in the two-nucleon system on the basis of the Bargmann representation of the S matrix. *Phys. At. Nucl.* 68 (2005) 219.
48. J. Ellis, M. Karliner. Determination of α_s and the nucleon spin decomposition using recent polarized structure function data. *Phys. Lett. B* 341 (1995) 397.
49. A.A. Penin, A.A. Pivovarov. Next-to-next-to-leading order vacuum polarization function of heavy quark near threshold and sum rules for $b\bar{b}$ system. *Phys. Lett. B* 435 (1998) 413.
50. S. Bethke. α_s at Zinnowitz 2004. *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* 135 (2004) 345.
51. C.T.H. Davies et al. Update: accurate determinations of α_s from realistic lattice QCD. *Phys. Rev. D* 78 (2008) 114507.
52. S. Bethke. The 2009 world average of α_s . *Eur. Phys. J. C* 64 (2009) 689.
53. N. Brambilla et al. Extraction of α_s from radiative $\Upsilon(1S)$ decays. *Phys. Rev. D* 75 (2007) 074014.
54. P.A. Movilla Fernandez. Determinations of α_s at $\sqrt{s}=14$ to 44 GeV using resummed calculations. [arXiv:0205014 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/0205014).
55. S. Bethke. α_s 2016. *Nucl. Part. Phys. Proc.* 282-284 (2017) 149.
56. A. Pich. Precision physics with QCD. *EPJ Web of Conferences* 137 (2017) 01016.
57. K.G. Chetyrkin, J.H. Kühn, A. Kwiatkowski. QCD corrections to the e^+e^- cross-section and the Z boson decay rate: concepts and results. *Phys. Rep.* 277 (1996) 189.
58. P.A. Baikov et al. Adler function, sum rules and Crewther relation of order $O(\alpha_s^4)$: The singlet case. *Phys. Lett. B* 714 (2012) 62.
59. P.A. Baikov, K.G. Chetyrkin, J.H. Kühn. Order α_s^4 QCD corrections to Z and τ decays. *Phys. Rev. Lett.* 101 (2008) 012002.
60. P.A. Baikov, K.G. Chetyrkin, J.H. Kühn. Scalar correlator at $O(\alpha_s^4)$, Higgs boson decay into bottom quarks, and bounds on the light-quark masses. *Phys. Rev. Lett.* 96 (2006) 012003.
61. F. Rellich. *Perturbation Theory of Eigenvalue Problems* (New York: Gordon and Breach, 1969) 127 p.
62. K.O. Friedrichs. *Perturbation of Spectra in Hilbert Space* (Providence: Am. Math. Soc., 1965) 178 p.
63. T. Kato. *Perturbation Theory for Linear Operators* (Berlin: Springer-Verlag, 1995) 619 p.
64. M. Reed, B. Simon. *Methods of Modern Mathematical Physics*. Vol. 4 (New York: Academic Press, 1978) 325 p.
65. B. Simon. Large orders and summability of eigenvalue perturbation theory: a mathematical overview. *Int. J. Quant. Chem.* 21 (1982) 3.
66. B. Simon. Fifty years of eigenvalue perturbation theory. *Bull. Am. Math. Soc.* 24 (1991) 303.
67. E.J. Weniger. A convergent renormalized strong coupling perturbation expansion for the ground state energy of the quartic, sextic, and octic anharmonic oscillator. *Ann. Phys.* 246 (1996) 133.

Надійшла 10.10.2018
Received 10.10.2018