

В. А. Бабенко\*, Н. М. Петров

*Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова НАН Украины, Киев, Украина*

\*Ответственный автор: pet@bitp.kiev.ua; pet2@ukr.net

## ОБ ОЦЕНКЕ МАСС ДВУХ ЛЕГЧАЙШИХ КВАРКОВ

На основе простой физически обоснованной модели, согласованной с современной теорией структуры сильновзаимодействующих частиц – квантовой хромодинамикой, получены соотношения между массами легчайших  $u$ - и  $d$ -кварков, а также соотношения, связывающие массы этих кварков с массами нуклонов и  $\pi$ -мезонов. Рассчитанные в используемом подходе массы  $u$ - и  $d$ -кварков  $m_u = 1,903 \text{ МэВ}$ ,  $m_d = 4,594 \text{ МэВ}$  очень хорошо согласуются с современными оценками и расчетами данных величин. Полученное значение  $\bar{m}_{ud} = 3,248 \text{ МэВ}$  средней массы  $u$ - и  $d$ -кварков также отлично согласуется с целым рядом расчетов этой величины.

*Ключевые слова:* квантовая хромодинамика, Стандартная модель частиц, кварк, массы кварков, адрон, нуклон,  $\pi$ -мезон.

1. Согласно современной Стандартной модели физики частиц кварки являются элементарными фундаментальными составляющими сильновзаимодействующих частиц – адронов [1 - 7]. Учитывая основополагающий характер кварков как строительных «кирпичиков» материи, массы кварков являются фундаментальными физическими параметрами Стандартной модели и соответственно их определению и расчетам в различных моделях постоянно уделяется исключительно большое внимание – см., например, последний весьма подробный и обширный обзор [7] по физике частиц от международной группы Particle Data Group (PDG) и ссылки в нем.

Поскольку кварки удерживаются внутри адронов вследствие конфайнмента и не наблюдаются в свободном состоянии в качестве реально существующих физических частиц, то, следовательно, массы кварков не могут быть измерены непосредственно и напрямую в экспериментах, а определяются непрямыми методами на основе их влияния на свойства реально наблюдаемых адронов. При этом, вследствие отсутствия кварков в свободном состоянии, любые оценки и утверждения относительно масс кварков и их конкретных значений должны делаться с аккуратной и точной ссылкой на конкретную теоретическую модель и концепцию, используемую для их определения. Исторически первые определения масс кварков были сделаны на основе различных кварковых моделей адронов, однако полученные в рамках этих моделей результаты имеют ограниченный данными моделями смысл и не могут быть напрямую соотнесены с массами элементарных кварков как фундаментальных параметров Стандартной модели, непосредственно входящих в лагранжиан квантовой хромодинамики (КХД) [6, 7].

Массы легких элементарных кварков, непосредственно входящие в лагранжиан КХД, обычно носят название токовых масс кварков либо «затравочных» масс кварков. При этом легкие элементарные, или токовые кварки, также называемые голыми либо валентными кварками, качественно отличаются от так называемых конститuentных (или одетых) кварков и имеют по сравнению с ними гораздо меньшую массу порядка нескольких МэВ. В то же время нерелятивистские кварковые модели используют как раз в основном конститuentные массы кварков, которые имеют величину  $\sim 300 - 400 \text{ МэВ}$  для легких  $u$ - и  $d$ -кварков [6]. Однако конститuentные массы определяются только лишь в рамках частных конкретных кварковых моделей адронов и не связаны напрямую с массами голых элементарных кварков. Фактически одетые кварки могут рассматриваться как некоторые кварк-глюонные кластеры внутри адронов. Зондирование же центральных областей нуклона показывает, что голые элементарные кварки являются весьма легкими объектами и имеют массу в сотни раз меньше нуклонной, таким образом адроны состоят в основном из глюонного поля и «моря» виртуальных пар «кварк - антикварк». Таким образом, нуклон – это частица, состоящая из трех валентных кварков, виртуальных морских кварков-антикварков и глюонов. Валентные кварки окружены испускаемыми и поглощаемыми ими виртуальными глюонами, реализующими межкварковое сильное взаимодействие. Глюоны рождают виртуальные кварк-антикварковые пары, аннигилирующие затем вновь в глюоны. Эти виртуальные пары образуют множество морских кварков.

© В. А. Бабенко, Н. М. Петров, 2017

Таким образом, в настоящее время различают два типа кварков – токовые (голые) кварки и конституентные (одетые) кварки. Масса токового кварка – это масса кварка, не взаимодействующего с глюонами и другими кварками, т.е. голого кварка. Нас в данной работе будут интересовать как раз только лишь массы токовых, или элементарных, кварков, т.е. кварков, закладываемых в фундаментальную теорию сильных взаимодействий – КХД, а именно непосредственно в ее лагранжиан. При этом наибольший интерес, со многих точек зрения [7 - 9], представляет знание масс наиболее легких *u*- и *d*-кварков (прежде всего как строительного «материала» основных объектов ядерной физики, нуклонов и легких мезонов). Однако же точное определение и оценка этих масс представляет собой также и значительную теоретическую трудность.

Следует особо отметить, что весьма значительный прогресс в расчетах различных параметров и физических величин КХД, а также свойств конкретных адронов связан за последнее время с существенным прогрессом вычислительной техники (суперкомпьютеров) и с вычислениями по методам так называемой решеточной КХД (РКХД) [7, 9 - 14], т.е. физико-математической модели, основанной на дискретизации пространственно-временного континуума КХД, когда соответствующие решеточные модели являются фактически аппроксимациями континуумной модели. Теоретические КХД-расчеты свойств адронов, состоящих из кварков и глюонов, требуют применения, как известно, непертурбативных методов, и РКХД является одним из немногих инструментов проведения подобных вычислений. Однако, в связи с большим объемом и сложностью подобных расчетов, всегда представляет особый интерес возможность какой-либо простой физически обоснованной оценки и определения основных параметров теории – в данном случае масс легчайших *u*- и *d*-кварков, чему и посвящена настоящая работа.

2. Согласно современным представлениям теории сильных взаимодействий – квантовой хромодинамики [4 - 7] – нарушение зарядовой независимости ядерных сил обусловлено различием масс и зарядов элементарных *u*- и *d*-кварков, из которых «состоят» нуклоны и  $\pi$ -мезоны. Различие масс легких кварков приводит к различию масс заряженных и нейтральных  $\pi$ -мезонов и к отличию массы протона от массы нейтрона, в результате чего происходит нарушение зарядовой независимости ядерных сил [15 - 20].

Протон и нейтрон, в соответствии со Стандартной моделью физики частиц, состоят из трех кварков

$$p = uud, \quad n = ddu, \quad (1)$$

а  $\pi$ -мезоны – из кварка и антикварка

$$\pi^+ = u\bar{d}, \quad \pi^- = d\bar{u}, \quad \pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(d\bar{d} - u\bar{u}). \quad (2)$$

Кварки имеют дробный электрический заряд

$$Q_u = +\frac{2}{3}e, \quad Q_d = -\frac{1}{3}e \quad (3)$$

и полуцелый спин

$$J_u = J_d = \frac{\hbar}{2}, \quad (4)$$

т.е. являются фермионами.

Массы элементарных легчайших *u*- и *d*-кварков имеют значения порядка нескольких МэВ. Заряд и расщепление масс легчайших адронов полностью объясняются различием зарядов  $Q_q$  и масс  $m_q$  *u*- и *d*-кварков. При этом следует еще раз подчеркнуть, что в формировании масс реальных нуклонов

$$M_p = 938,272081 \text{ МэВ},$$

$$M_n = 939,565413 \text{ МэВ} \quad [7] \quad (5)$$

и  $\pi$ -мезонов

$$M_{\pi^\pm} = 139,57018 \text{ МэВ},$$

$$M_{\pi^0} = 134,9766 \text{ МэВ} \quad [7] \quad (6)$$

массы голых *u*- и *d*-кварков составляют лишь незначительную часть (~1 % для нуклонов и ~3 – 5 % для  $\pi$ -мезонов). Остальная часть масс этих адронов формируется вследствие конфайнмента кварков, в результате которого массы адронов определяются в основном массой цветового глюонного поля, которое осуществляет взаимодействие между кварками путем обмена цветными глюонами, а также за счет моря непрерывно рождающихся и поглощающихся виртуальных пар «кварк - антикварк».

Вследствие достаточно сложного и нетривиального физического характера кварк-глюонной модели адронов, о котором говорилось выше, первые оценки масс легких кварков были получены только в середине 70-х – начале 80-х годов прошлого века (см., например, обзор [21]), т.е. спустя более чем 10 лет после того, как в [1, 2] была предложена сама концепция и модель кварков. Последний факт еще раз свидетельствует о непростом характере самой задачи расчета и

оценки масс кварков.

Мы определим вначале затравочную исходную массу нуклонов  $m_N$  и  $\pi$ -мезонов  $m_\pi$  как сумму масс голых  $u$ - и  $d$ -кварков, из которых состоят эти частицы:

$$m_p = 2m_u + m_d, \quad (7)$$

$$m_n = m_u + 2m_d, \quad (8)$$

$$m_{\pi^\pm} = m_u + m_d, \quad (9)$$

$$m_{\pi^0} = \sqrt{2}(m_d - m_u). \quad (10)$$

Поскольку реальные физические массы адронов более чем на 95 % определяются нейтральным глюонным полем, то заряженные голые валентные кварки являются ответственными только за разность масс заряженных и нейтральных нуклонов и  $\pi$ -мезонов.

Как следует из формул (7) и (8), разность масс нейтрона и протона, составленных из голых кварков, равна разности масс  $d$ - и  $u$ -кварков:

$$m_n - m_p = m_d - m_u. \quad (11)$$

Используя далее разумное предположение, что массы заряженных  $\pi^\pm$ - и нейтральных  $\pi^0$ -мезонов удовлетворяют аналогичному (11) соотношению

$$m_{\pi^\pm} - m_{\pi^0} = m_d - m_u, \quad (12)$$

мы получим важное соотношение, связывающее массы  $u$ - и  $d$ -кварков

$$\frac{m_d - m_u}{m_d + m_u} = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} \approx 0,414. \quad (13)$$

Соотношение (13) можно записать в простейшем виде

$$\frac{m_u}{m_d} = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} \approx 0,414, \quad (14)$$

из которого следует, что масса  $d$ -кварка на величину ~140 % превышает массу  $u$ -кварка ( $m_d = (1 + \sqrt{2})m_u \cong 2,414m_u$ ). Отношение масс легчайших  $u$ - и  $d$ -кварков  $m_u/m_d$  является крайне важным параметром физической теории, оценке и расчету которого всегда уделялось большое внимание [7]. Последнее связано с тем фактом, что знание данного параметра, наряду с обычно рассчитываемым в рамках решеточных

вычислений средним значением масс  $u$ - и  $d$ -кварков  $\bar{m}_{ud}$ , позволяет определить по отдельности массы самих  $u$ - и  $d$ -кварков.

Полученное нами таким образом на основе простых физических соображений значение (14) отношения масс легчайших кварков  $m_u/m_d$  прекрасно согласуется с рассчитанными в целом ряде работ, в большинстве своем по методу РКХД, значениями данной величины: 0,407(60) [21], 0,410(36) [22], 0,42(4) [14], 0,42 [23], 0,43(8) [24], 0,44 [25], 0,44(22) [26], 0,4482(206) [27], 0,46(9) [28], 0,470(56) [29], 0,47 [23], 0,4818(860) [30]. Также значение (14) очень хорошо согласуется с предлагаемым в последнем обзоре PDG [7] усредненным значением данной величины 0,46(5). Таким образом, элементарная аналитическая формула (14) дает исключительно хорошую и разумную оценку отношения масс  $u$ - и  $d$ -кварков. Однако с некоторыми другими вычислениями [31 - 36], которые дают для величины  $m_u/m_d$  еще бóльшие значения в интервале 0,50÷0,70, наш результат (14) согласуется ощутимо хуже. Достаточно подробная таблица современных значений величины отношения масс легчайших кварков  $m_u/m_d$  имеется в [7], где приведены также соответствующие ссылки и комментарии. Полученное же нами значение (14) однозначно свидетельствует в пользу достаточно «малого» значения величины  $m_u/m_d$ .

Соотношения (13) и (14) служат мерой нарушения изотопической инвариантности масс  $u$ - и  $d$ -кварков. Расщепление масс  $u$ - и  $d$ -кварков (14) приводит к существенному расщеплению масс нуклонов и  $\pi$ -мезонов, составленных из голых  $u$ - и  $d$ -кварков:

$$\frac{m_p}{m_n} = \frac{3 + \sqrt{2}}{3 + 2\sqrt{2}} \approx 0,757, \quad (15)$$

$$\frac{m_{\pi^\pm}}{m_{\pi^0}} = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 1,707. \quad (16)$$

Из формул (15) и (16) непосредственно следует, что составленный из голых кварков заряженный протон является более легким по сравнению с аналогичным нейтральным нейтроном, а соответствующий заряженный  $\pi^\pm$ -мезон является более тяжелым по сравнению с нейтральным  $\pi^0$ -мезоном. То же самое имеет место и для реальных нуклонов и  $\pi$ -мезонов.

Следует особо отметить, что фигурирующая в формуле (13) величина

$$\gamma \equiv \frac{m_d - m_u}{m_d + m_u}, \quad (17)$$

непосредственным и очевидным образом связанная с отношением масс кварков  $m_u / m_d$ , также неоднократно использовалась и обсуждалась в качестве важного физического параметра в различных кварковых моделях [8, 26, 37 - 39]. Иногда данную величину называют параметром асимметрии масс легких кварков [38] и она служит определенной характеристикой «внутреннего» нарушения изоспиновой симметрии [39]. Полученное нами в формуле (13) значение данного параметра  $\gamma \approx 0,414$  находится в неплохом согласии со значениями этой величины, приводимыми и обсуждаемыми в работах [8, 26, 37 - 39].

3. Экспериментальные значения разностей масс реальных заряженных и нейтральных нуклонов и  $\pi$ -мезонов соответственно равны:

$$\Delta M_N \equiv M_n - M_p = 1,293332 \text{ МэВ}, \quad (18)$$

$$\Delta M_\pi \equiv M_{\pi^\pm} - M_{\pi^0} = 4,59358 \text{ МэВ}. \quad (19)$$

Полагая, что значения (18) и (19) определяются разностью масс голых  $d$ - и  $u$ -кварков  $m_d - m_u$ , необходимо эту разность умножить на константу  $m_p / m_n$  в случае нуклонов и на константу  $m_{\pi^\pm} / m_{\pi^0}$  в случае  $\pi$ -мезонов, т.е.

$$\Delta M_N = \frac{m_p}{m_n} (m_d - m_u), \quad (20)$$

$$\Delta M_\pi = \frac{m_{\pi^\pm}}{m_{\pi^0}} (m_d - m_u). \quad (21)$$

При условии выполнения соотношений (11) и (12) значения величин  $m_p / m_n$  и  $m_{\pi^\pm} / m_{\pi^0}$  для затравочных нуклонов и  $\pi$ -мезонов определяются формулами (15) и (16). Используя значение (16) величины  $m_{\pi^\pm} / m_{\pi^0}$  и значение (19) величины  $\Delta M_\pi$ , для разности масс  $d$ - и  $u$ -кварков получим значение

$$m_d - m_u = \sqrt{2} (\sqrt{2} - 1) \Delta M_\pi \approx 2,691 \text{ МэВ}. \quad (22)$$

Используя далее формулы (14) и (22), получим в итоге следующие значения масс голых  $u$ - и  $d$ -кварков:

$$m_u = 1,903 \text{ МэВ}, \quad (23)$$

$$m_d = 4,594 \text{ МэВ}. \quad (24)$$

Рассчитанные нами таким образом значения (23) и (24) масс легчайших элементарных кварков практически полностью совпадают с результатами

$$m_u^{\text{РКХД}} = 1,9(2) \text{ МэВ}, \quad (25)$$

$$m_d^{\text{РКХД}} = 4,6(3) \text{ МэВ}, \quad (26)$$

полученными в работе [14] с использованием метода РКХД, а также очень хорошо согласуются со значениями масс кварков

$$m_u^{\text{PDG}} = 2,15(15) \text{ МэВ}, \quad (27)$$

$$m_d^{\text{PDG}} = 4,70(20) \text{ МэВ}, \quad (28)$$

приведенными в качестве усредненной оценки этих величин в последнем обзоре международной группы Particle Data Group [7]. Целый ряд других современных определений и оценок масс кварков дает результаты, которые весьма близки к полученным нами результатам (23) и (24). В то же время имеется также ряд других оценок, которые согласуются с нашими результатами и результатами (25) - (28) хуже. Более подробно соответствующие результаты и ссылки приведены в обзоре PDG [7].

Поскольку решеточные вычисления и моделирования согласно РКХД обычно выполняются при исходном предположении равенства масс  $u$ - и  $d$ -кварков [7] ( $m_u = m_d$ ), то непосредственно и напрямую из подобных расчетов получается обычно, как указывалось выше, лишь среднее значение масс  $u$ - и  $d$ -кварков  $\bar{m}_{ud} \equiv (m_u + m_d) / 2$ , а конкретное уточнение отдельно масс  $u$ - и  $d$ -кварков требует, как правило, использования особой дальнейшей техники и методов. Вследствие вышеизложенного чрезвычайно важным параметром теории является именно средняя масса  $u$ - и  $d$ -кварков  $\bar{m}_{ud}$ .

В нашем случае средняя масса  $u$ - и  $d$ -кварков  $\bar{m}_{ud}$  связана с разностью масс заряженных и нейтральных  $\pi$ -мезонов  $\Delta M_\pi$  простым соотношением

$$\bar{m}_{ud} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Delta M_\pi, \quad (29)$$

которое непосредственно следует из формул (9), (10) и (21). Используя экспериментальное значение величины  $\Delta M_\pi$  (19), для средней массы  $u$ - и  $d$ -кварков получим значение

$$\bar{m}_{ud} = 3,248 \text{ МэВ}, \quad (30)$$

которое очень хорошо согласуется со значением

$$\bar{m}_{ud}^{\text{PKXD}} = 3,2(2) \text{ МэВ}, \quad (31)$$

найденным в [13, 14] методом РКХД, а также с усредненным значением

$$\bar{m}_{ud}^{\text{PDG}} = 3,4(1) \text{ МэВ}, \quad (32)$$

приведенным в обзоре PDG [7].

Используя полученные нами значения величин  $m_d - m_u$  (22) и  $m_p / m_n$  (15), в соответствии с формулой (20), для величины  $\Delta M_N$  получим значение

$$\Delta M_N = 2,038 \text{ МэВ}, \quad (33)$$

которое качественно согласуется с экспериментальным значением (18). Следует отметить, что найденное с использованием значения массы протона  $M_p = 938,272081 \text{ МэВ}$  (4) и значения разности  $\Delta M_N$  (33) значение массы нейтрона  $M_n = 940,310 \text{ МэВ}$  превышает ее экспериментальное значение всего лишь на величину 0,08 %.

Затравочные массы нуклонов и  $\pi$ -мезонов, в соответствии с формулами (7) - (10), (23) и (24), оказываются в рассматриваемой модели равными:

$$m_p = 8,399 \text{ МэВ}, \quad (34)$$

$$m_n = 11,090 \text{ МэВ}, \quad (35)$$

$$m_{\pi^+} = 6,496 \text{ МэВ}, \quad (36)$$

$$m_{\pi^0} = 3,805 \text{ МэВ}. \quad (37)$$

Как и следовало ожидать, затравочные массы нуклонов составляют ~1 % от реальных физических масс нуклонов, а затравочные массы  $\pi$ -мезонов составляют ~3 - 5 % от реальных физических масс  $\pi$ -мезонов.

4. В настоящей работе на основе простой фи-

зически обоснованной модели, согласованной с современной теорией структуры сильновзаимодействующих частиц – квантовой хромодинамикой, были получены простые соотношения, связывающие между собой массы легчайших  $u$ - и  $d$ -кварков. Полученное нами значение отношения масс  $u$ - и  $d$ -кварков  $m_u / m_d = 1 / (1 + \sqrt{2}) \approx 0,414$  очень хорошо согласуется с рядом рассчитанных методом РКХД значений данной величины [7], что свидетельствует в пользу достаточно «малого» значения данной величины  $m_u / m_d \sim 0,41 - 0,45$ .

Нами были также получены простые соотношения, связывающие массы  $u$ - и  $d$ -кварков с массами нуклонов и  $\pi$ -мезонов. Используя экспериментальное значение разности масс заряженных и нейтральных  $\pi$ -мезонов  $\Delta M_\pi \equiv M_{\pi^+} - M_{\pi^0}$  и найденное нами значение отношения масс  $u$ - и  $d$ -кварков, определены значения масс токовых  $u$ - и  $d$ -кварков  $m_u = 1,903 \text{ МэВ}$ ,  $m_d = 4,594 \text{ МэВ}$ , которые очень хорошо согласуются с современными оценками и расчетами данных величин [7, 14]. Полученное в предложенном подходе значение  $\bar{m}_{ud} = \Delta M_\pi / \sqrt{2} \approx 3,248 \text{ МэВ}$  средней массы  $u$ - и  $d$ -кварков также прекрасно согласуется с целым рядом расчетов этой величины.

В целом же полученные на основе простых физических соображений результаты для масс легчайших  $u$ - и  $d$ -кварков дают разумную и хорошо согласующуюся с современными вычислительными данными оценку рассматриваемых величин.

Данная работа выполнена по теме 0117U00240 Отделения физики и астрономии НАН Украины.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. M. Gell-Mann. A Schematic Model of Baryons and Mesons. *Phys. Lett.* 8(3) (1964) 214.
2. G. Zweig. An  $SU_3$  Model for Strong Interaction Symmetry and its Breaking. *CERN Report* 8182/TH.401, 1964. 20 p.
3. Я. Коккедэ. *Теория кварков* (М.: Мир, 1971) 341 с.
4. Ф. Индурайн. *Квантовая хромодинамика: введение в теорию кварков и глюонов* (М.: Мир, 1986) 284 с.
5. Л.Б. Окунь. *Физика элементарных частиц* (М.: Наука, 1988) 272 с.
6. V.V. Anisovich et al. *Quark Model and High Energy Collisions* (London-Singapore: World Scientific, 2004) 530 p.
7. C. Patrignani et al. (Particle Data Group). Review of Particle Physics. *Chin. Phys. C* 40(10) (2016) 100001.
8. D.J. Gross, S.B. Treiman, F. Wilczek. Light-Quark Masses and Isospin Violation. *Phys. Rev. D* 19(7) (1979) 2188.
9. S. Durr et al. Lattice QCD at the Physical Point: Light Quark Masses. *Phys. Lett. B* 701(2) (2011) 265.
10. В.Г. Борняков и др. Невылетание цвета и структура адронов в решеточной хромодинамике. *УФН* 174(1) (2004) 19.
11. S. Dürr et al. Ab Initio Determination of Light Hadron Masses. *Science* 322(5905) (2008) 1224.
12. C. Gattringer, C.B. Lang. *Quantum Chromodynamics on the Lattice* (Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2010) 343 p.

13. В.Г. Борняков, М.И. Поликарпов. Компьютерные методы вычислений в решеточной квантовой хромодинамике. *Теоретическая физика* 11 (2010) 64.
14. A. Bazavov et al. Nonperturbative QCD Simulations with 2+1 Flavors of Improved Staggered Quarks. *Rev. Mod. Phys.* 82(2) (2010) 1349.
15. E.M. Henley, L.K. Morrison. n-n and n-p Scattering Lengths and Charge Independence. *Phys. Rev.* 141(4) (1966) 1489.
16. T.E.O. Ericson, G.A. Miller. Charge Dependence of Nuclear Forces. *Phys. Lett. B* 132(1-3) (1983) 32.
17. R. Machleidt, M.K. Banerjee. Charge Dependence of the  $\pi NN$  Coupling Constant and Charge Dependence of the Nucleon-Nucleon Interaction. *Few-Body Syst.* 28(3) (2000) 139.
18. В.А. Бабенко, Н.М. Петров. О нарушении изоспиновой инвариантности константы пион-нуклонной связи и длины нуклон-нуклонного рассеяния. *Ядерна фізика та енергетика* 17(2) (2016) 143.
19. В.А. Бабенко, Н.М. Петров. О связи между зарядовой и нейтральной константами пион-нуклонной связи в модели Юкавы. *Письма в ЭЧАЯ* 14(1) (2017) 26.
20. В.А. Бабенко, Н.М. Петров. О влиянии различия масс пи-мезонов ( $\pi^{\pm}-\pi^0$ ) и нуклонов (n-p) на нарушение зарядовой независимости ядерных сил. *Ядерна фізика та енергетика* 18(1) (2017) 13.
21. В.Л. Ioffe. QCD (Quantum Chromodynamics) at Low Energies. *Prog. Part. Nucl. Phys.* 56(1) (2006) 232.
22. D.R. Nelson, G.T. Fleming, G.W. Kilcup. Up Quark Mass in Lattice QCD with Three Light Dynamical Quarks and Implications for Strong CP Invariance. *Phys. Rev. Lett.* 90(2) (2003) 021601.
23. N.F. Nasrallah. Glue Content and Mixing Angle of the  $\eta-\eta'$  System: the Effect of the Isoscalar  $0^-$  Continuum. *Phys. Rev. D* 70(11) (2004) 116001.
24. C. Aubin et al. Light Pseudoscalar Decay Constants, Quark Masses, and Low Energy Constants from Three-Flavor Lattice QCD. *Phys. Rev. D* 70(11) (2004) 114501.
25. D.-N. Gao, В.А. Li, M.-L. Yan. Electromagnetic Mass Splittings of  $\pi$ ,  $a_1$ ,  $K$ ,  $K_1(1400)$ , and  $K^*(892)$ . *Phys. Rev. D* 56(7) (1997) 4115.
26. J. Bijnens, J. Prades, E. de Rafael. Light Quark Masses in QCD. *Phys. Lett. B* 348(1-2) (1995) 226.
27. S. Basak et al. Electromagnetic Effects on the Light Hadron Spectrum. *J. Phys.: Conf. Ser.* 640 (2015) 012052.
28. J. Amoros, J. Bijnens, P. Talavera. QCD Isospin Breaking in Meson Masses, Decay Constants and Quark Mass Ratios. *Nucl. Phys. B* 602(1-2) (2001) 87.
29. N. Carrasco et al. Up, Down, Strange and Charm Quark Masses with  $N_f = 2 + 1 + 1$  Twisted Mass Lattice QCD. *Nucl. Phys. B* 887 (2014) 19.
30. T. Blum et al. Electromagnetic Mass Splittings of the Low Lying Hadrons and Quark Masses from 2 + 1 Flavor Lattice QCD + QED. *Phys. Rev. D* 82(9) (2010) 094508.
31. J. Gasser, H. Leutwyler. Quark Masses. *Phys. Rep.* 87(3) (1982) 77.
32. A. Duncan, E. Eichten, H. Thacker. Electromagnetic Splittings and Light Quark Masses in Lattice QCD. *Phys. Rev. Lett.* 76(21) (1996) 3894.
33. H. Leutwyler. The Ratios of the Light Quark Masses. *Phys. Lett. B* 378(1-4) (1996) 313.
34. T. Blum et al. Determination of Light Quark Masses from the Electromagnetic Splitting of Pseudoscalar Meson Masses Computed with Two Flavors of Domain Wall Fermions. *Phys. Rev. D* 76(11) (2007) 114508.
35. C.A. Dominguez. Determination of Light Quark Masses in QCD. *Int. J. Mod. Phys. A* 25(29) (2010) 5223.
36. S. Aoki et al. 1 + 1 + 1 Flavor QCD + QED Simulation at the Physical Points. *Phys. Rev. D* 86(3) (2012) 034507.
37. M.A. Shifman, A.I. Vainshtein, V.I. Zakharov. QCD and Resonance Physics: the  $\rho-\omega$  Mixing. *Nucl. Phys. B* 147(5) (1979) 519.
38. S. Dürr et al. Lattice QCD at the Physical Point: Simulation and Analysis Details. *J. High Energy Phys.* 2011(8) (2011) Article: 148.
39. Г.В. Ефимов и др. О нарушении изотопической инвариантности. Препр. / ОИЯИ; P2-83-420 (Дубна, 1983) 16 с.

**В. О. Бабенко\*, М. М. Петров**

*Институт теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова НАН України, Київ, Україна*

\*Відповідальний автор: pet@bitp.kiev.ua; pet2@ukr.net

### СТОСОВНО ОЦІНКИ МАС ДВОХ НАЙЛЕГШИХ КВАРКІВ

На основі простої фізично обґрунтованої моделі, що узгоджується із сучасною теорією структури сильно-взаємодіючих частинок – квантовою хромодинамікою, одержано співвідношення між масами найлегших  $u$ - та  $d$ -кварків, а також співвідношення, які пов'язують маси цих кварків з масами нуклонів і  $\pi$ -мезонів. Розраховані у використаному підході маси  $u$ - та  $d$ -кварків  $m_u = 1,903$  MeV,  $m_d = 4,594$  MeV дуже добре узгоджуються із сучасними оцінками і розрахунками даних величин. Отримане значення  $\bar{m}_{ud} = 3,248$  MeV середньої маси  $u$ - та  $d$ -кварків також добре узгоджується з цілим рядом розрахунків цієї величини.

*Ключові слова:* квантова хромодинаміка, Стандартна модель частинок, кварк, маси кварків, адрон, нуклон,  $\pi$ -мезон.

## EVALUATION OF THE TWO LIGHTEST QUARK MASSES

Simple relations between the masses of the two lightest up and down quarks were obtained on the basis of the simple physically based model compatible with the present-day theory of strong interactions, i.e. with quantum chromodynamics. Relations between the  $u$ - and  $d$ - quark masses, on one hand, and nucleon and pion masses, on the other hand, are also established. The  $u$ - and  $d$ -quark masses  $m_u = 1,903$  MeV,  $m_d = 4,594$  MeV, calculated with the help of the obtained relations, are in very good agreement with the modern evaluations and calculations of these quantities. The average of the  $u$  and  $d$  quark masses  $\bar{m}_{ud} = 3,248$  MeV, obtained in the proposed approach, is also in good agreement with previous calculations.

*Keywords:* quantum chromodynamics, Standard Model of Particle Physics, quark, quark masses, hadron, nucleon, pion.

## REFERENCES

1. M. Gell-Mann. A Schematic Model of Baryons and Mesons. *Phys. Lett.* 8(3) (1964) 214.
2. G. Zweig. An SU<sub>3</sub> Model for Strong Interaction Symmetry and its Breaking. *CERN Report* 8182/TH.401, 1964. 20 p.
3. J.J.J. Kokkedee. *The Quark Model* (New York: W. A. Benjamin, 1969) 239 p.
4. F.J. Yndurain. *Quantum Chromodynamics: An Introduction to the Theory of Quarks and Gluons* (New York-Berlin-Heidelberg-Tokyo: Springer-Verlag, 1983) 228 p.
5. L.B. Okun. *Elementary Particle Physics* (Moskva: Nauka, 1988) 272 p. (Rus)
6. V.V. Anisovich et al. *Quark Model and High Energy Collisions* (London-Singapore: World Scientific, 2004) 530 p.
7. C. Patrignani et al. (Particle Data Group). Review of Particle Physics. *Chin. Phys. C* 40(10) (2016) 100001.
8. D.J. Gross, S.B. Treiman, F. Wilczek. Light-Quark Masses and Isospin Violation. *Phys. Rev. D* 19(7) (1979) 2188.
9. S. Dürr et al. Lattice QCD at the Physical Point: Light Quark Masses. *Phys. Lett. B* 701(2) (2011) 265.
10. V.G. Bornyakov et al. Color Confinement and Hadron Structure in Lattice Chromodynamics. *Physics-Uspekhi* 47(1) (2004) 17.
11. S. Dürr et al. Ab Initio Determination of Light Hadron Masses. *Science*. 322(5905) (2008) 1224.
12. C. Gattringer, C.B. Lang. *Quantum Chromodynamics on the Lattice* (Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2010) 343 p.
13. V.G. Bornyakov, M.I. Polikarpov. Computing Methods in Lattice Quantum Chromodynamics. *Theoretical Physics* 11 (2010) 64. (Rus)
14. A. Bazavov et al. Nonperturbative QCD Simulations with 2 + 1 Flavors of Improved Staggered Quarks. *Rev. Mod. Phys.* 82(2) (2010) 1349.
15. E.M. Henley, L.K. Morrison. n-n and n-p Scattering Lengths and Charge Independence. *Phys. Rev.* 141(4) (1966) 1489.
16. T.E.O. Ericson, G.A. Miller. Charge Dependence of Nuclear Forces. *Phys. Lett. B* 132(1-3) (1983) 32.
17. R. Machleidt, M.K. Banerjee. Charge Dependence of the  $\pi$ NV Coupling Constant and Charge Dependence of the Nucleon-Nucleon Interaction. *Few-Body Syst.* 28(3) (2000) 139.
18. V.A. Babenko, N.M. Petrov. Isospin Breaking in the Pion-Nucleon Coupling Constant and the Nucleon-Nucleon Scattering Length. *Yaderna Fizyka ta Energetyka (Nucl. Phys. At. Energy)* 17(2) (2016) 143. (Rus)
19. V.A. Babenko, N.M. Petrov. Relation between the Charged and Neutral Pion-Nucleon Coupling Constants in the Yukawa Model. *Physics of Particles and Nuclei Letters.* 14(1) (2017) 58.
20. V.A. Babenko, N.M. Petrov. About Effect of the Mass Difference between the Pions ( $\pi^\pm$ - $\pi^0$ ) and the Nucleons (n-p) on the Charge Independence Breaking of Nuclear Forces. *Yaderna Fizyka ta Energetyka (Nucl. Phys. At. Energy)* 18(1) (2017) 13. (Rus)
21. B.L. Ioffe. QCD (Quantum Chromodynamics) at Low Energies. *Prog. Part. Nucl. Phys.* 56(1) (2006) 232.
22. D.R. Nelson, G.T. Fleming, G.W. Kilcup. Up Quark Mass in Lattice QCD with Three Light Dynamical Quarks and Implications for Strong CP Invariance. *Phys. Rev. Lett.* 90(2) (2003) 021601.
23. N.F. Nasrallah. Glue Content and Mixing Angle of the  $\eta$ - $\eta'$  System: the Effect of the Isoscalar  $0^-$  Continuum. *Phys. Rev. D* 70(11) (2004) 116001.
24. C. Aubin et al. Light Pseudoscalar Decay Constants, Quark Masses, and Low Energy Constants from Three-Flavor Lattice QCD. *Phys. Rev. D* 70(11) (2004) 114501.
25. D.-N. Gao, B.A. Li, M.-L. Yan. Electromagnetic Mass Splittings of  $\pi$ ,  $a_1$ ,  $K$ ,  $K_1(1400)$ , and  $K^*(892)$ . *Phys. Rev. D* 56(7) (1997) 4115.
26. J. Bijnens, J. Prades, E. de Rafael. Light Quark Masses in QCD. *Phys. Lett. B* 348(1-2) (1995) 226.
27. S. Basak et al. Electromagnetic Effects on the Light

- Hadron Spectrum. *J. Phys.: Conf. Ser.* **640** (2015) 012052.
28. J. Amorós, J. Bijnens, P. Talavera. QCD Isospin Breaking in Meson Masses, Decay Constants and Quark Mass Ratios. *Nucl. Phys. B* **602**(1-2) (2001) 87.
29. N. Carrasco et al. Up, Down, Strange and Charm Quark Masses with  $N_f = 2 + 1 + 1$  Twisted Mass Lattice QCD. *Nucl. Phys. B* **887** (2014) 19.
30. T. Blum et al. Electromagnetic Mass Splittings of the Low Lying Hadrons and Quark Masses from  $2 + 1$  Flavor Lattice QCD + QED. *Phys. Rev. D* **82**(9) (2010) 094508.
31. J. Gasser, H. Leutwyler. Quark Masses. *Phys. Rep.* **87**(3) (1982) 77.
32. A. Duncan, E. Eichten, H. Thacker. Electromagnetic Splittings and Light Quark Masses in Lattice QCD. *Phys. Rev. Lett.* **76**(21) (1996) 3894.
33. H. Leutwyler. The Ratios of the Light Quark Masses. *Phys. Lett. B* **378**(1-4) (1996) 313.
34. T. Blum et al. Determination of Light Quark Masses from the Electromagnetic Splitting of Pseudoscalar Meson Masses Computed with Two Flavors of Domain Wall Fermions. *Phys. Rev. D* **76**(11) (2007) 114508.
35. C.A. Dominguez. Determination of Light Quark Masses in QCD. *Int. J. Mod. Phys. A* **25**(29) (2010) 5223.
36. S. Aoki et al.  $1 + 1 + 1$  Flavor QCD + QED Simulation at the Physical Point. *Phys. Rev. D* **86**(3) (2012) 034507.
37. M.A. Shifman, A.I. Vainshtein, V.I. Zakharov. QCD and Resonance Physics: the  $\rho$ - $\omega$  Mixing. *Nucl. Phys. B* **147**(5) (1979) 519.
38. S. Dürr et al. Lattice QCD at the Physical Point: Simulation and Analysis Details. *J. High Energy Phys.* **2011**(8) (2011) Article: 148.
39. G.V. Efimov et al. About Isotopic Invariance Violation. Preprint. JINR; P2-83-420 (Dubna, 1983) 16 p. (Rus)

Надійшла 01.06.2017  
Received 01.06.2017