

Інститут теоретичної фізики ім. Н. Н. Боголюбова НАН України, Київ

## О ВЛИЯНИИ РАЗЛИЧИЯ МАСС ПИ-МЕЗОНОВ ( $\pi^\pm$ - $\pi^0$ ) И НУКЛОННОВ (n-p) НА НАРУШЕНИЕ ЗАРЯДОВОЙ НЕЗАВИСИМОСТИ ЯДЕРНЫХ СИЛ

На основе мезонной теории Юкавы исследована зарядовая зависимость пион-нуклонных констант связи и низкоэнергетических параметров нуклон-нуклонного рассеяния в состоянии  ${}^1S_0$ . Показано, что нарушение зарядовой независимости пион-нуклонных констант связи полностью объясняется различием масс заряженного и нейтрального  $\pi$ -мезонов и отличием массы протона от массы нейтрона. С использованием хорошо известного значения псевдовекторной пион-нуклонной константы связи  $f_{pp\pi^0}^2 = 0,0749(7)$ , характеризующей протон-протонное ядерное взаимодействие, рассчитаны значения зарядовой  $f_c^2 = 0,0802(7)$ , нейтральной  $f_0^2 = 0,0750(7)$  пион-нуклонных констант связи и константы  $f_{nn\pi^0}^2 = 0,0751(7)$ , характеризующей нейтрон-нейтронное ядерное взаимодействие. Рассчитанные с использованием этих констант значения низкоэнергетических параметров pr- и nn-рассеяния хорошо согласуются с экспериментом.

**Ключевые слова:** зарядовая независимость, константа пион-нуклонной связи, нуклон-нуклонное рассеяние, пи-мезон.

1. Согласно мезонной теории Юкавы [1 - 4] сильное ядерное взаимодействие между двумя нуклонами при низких энергиях обусловлено в основном обменом виртуальными  $\pi$ -мезонами, который определяет дальнодействующую часть нуклон-нуклонного (NN) взаимодействия и соответственно NN-рассеяние в низкоэнергетической области. Силу ядерного взаимодействия в этом случае характеризуют константы пион-нуклонной связи, которые являются фундаментальными физическими параметрами сильного ядерного взаимодействия. Эти величины играют важную роль в исследованиях нуклон-нуклонного и пион-нуклонного взаимодействия [2 - 6]. В связи с этим их изучению и уточнению их значений уделяется большое внимание на протяжении многих десятилетий. Подробную историю развития ситуации с пион-нуклонными константами связи можно найти в [6 - 8].

На данный момент относительно значения нейтральной пион-нуклонной константы связи  $g_{pp\pi^0}^2$ , характеризующей протон-протонное взаимодействие, особых разногласий нет. Одно из последних экспериментально определенных значений псевдоскалярной пион-нуклонной константы  $g_{pp\pi^0}^2 = 13,52(23)$  [9] находится в полном согласии с ранее найденными значениями  $g_{pp\pi^0}^2 = 13,55(13)$  [10] и  $g_{pp\pi^0}^2 = 13,61(9)$  [11], а также с усредненным значением  $g_{pp\pi^0}^2 = 13,6$ , приведенным в [6, 12].

В отношении зарядовой константы пион-нуклонной связи  $g_c^2$  такого единодушного согласия нет. В хорошо известной компиляции Думбрайса

и др. [13] приведено значение  $g_c^2 = 14,28(18)$ , полученное в работах [14, 15] из данных  $\pi^\pm p$ -рассеяния. Ниймегенской группой на основе энергетически зависимого парциально-волнового анализа (PWA) данных нуклон-нуклонного рассеяния для зарядовой константы пион-нуклонной связи было найдено значение  $g_c^2 = 13,54(5)$  [7, 16], которое практически совпало с константой для нейтральных  $\pi^0$ -мезонов  $g_{pp\pi^0}^2 = 13,55(13)$ , определенной той же группой в работе [10]. Значения зарядовой константы пион-нуклонной связи  $g_c^2 \sim 13,7 \div 13,8$ , близкие к константе для нейтральных  $\pi^0$ -мезонов  $g_{pp\pi^0}^2 \sim 13,6$ , недавно были получены на основе данных  $\pi^\pm p$ -взаимодействия в ряде других работ [17 - 20].

В то же самое время группой нейтронных исследований в Уппсале были получены намного большие значения зарядовой пион-нуклонной константы связи  $g_c^2 = 14,62(35)$  [21];  $g_c^2 = 14,52(26)$  [22];  $g_c^2 = 14,74(33)$  [23], которые существенно превышают усредненное значение константы связи для нейтральных  $\pi^0$ -мезонов  $g_{pp\pi^0}^2 = 13,6$  [6, 12]. Таким образом, на данный момент крайне важным и фундаментальным вопросом является вопрос о возможной зарядовой зависимости пион-нуклонной константы связи или, иначе говоря, об отличии друг от друга констант пион-нуклонной связи для нейтральных и заряженных  $\pi$ -мезонов [6 - 12, 16 - 30].

В наших предыдущих работах [26 - 30] константы пион-нуклонной связи и нарушение заря-

© В. А. Бабенко, Н. М. Петров, 2017

довой независимости ядерных сил исследовались в приближении однопионного обмена с использованием стандартной классической модели Юкавы [1 - 4]. Полученные в этих работах результаты свидетельствуют о существенной зарядовой зависимости пион-нуклонных констант связи, характеризующих нуклон-нуклонное взаимодействие. На основе совместного анализа пион-нуклонных и нуклон-нуклонных низкоэнергетических параметров было показано, что нарушение зарядовой независимости ядерных сил является в основном следствием различия масс нейтральных и заряженных  $\pi$ -мезонов. В данной работе нарушение зарядовой независимости и зарядовой симметрии ядерных сил исследуется нами на основе простой модели, которая основана на различии масс нейтральных и заряженных  $\pi$ -мезонов с учетом также отличия массы протона от массы нейтрона.

2. С учетом сохранения электрического заряда в нуклон-нуклонной системе необходимо различать четыре вида псевдовекторных пион-нуклонных констант связи [7, 24, 25, 31]

$$f_{p\pi^0 \rightarrow p}, f_{n\pi^0 \rightarrow n}, f_{p\pi^- \rightarrow n}, f_{n\pi^+ \rightarrow p}, \quad (1)$$

которые соответствуют четырем возможным типам элементарных вершин взаимодействия  $p\pi^0 \rightarrow p$ ,  $n\pi^0 \rightarrow n$ ,  $p\pi^- \rightarrow n$ ,  $n\pi^+ \rightarrow p$ . Здесь, к примеру, вершина  $p\pi^- \rightarrow n$  соответствует элементарному процессу, при котором осуществляется уничтожение (аннигиляция) протона и рождение нейтрона, и при этом также уничтожается  $\pi^-$ -мезон либо рождается  $\pi^+$ -мезон. Остальные элементарные вершины интерпретируются подобным же образом [7].

Далее важными комбинациями элементарных констант (1) являются пион-нуклонные константы связи, которые характеризуют силу ядерного взаимодействия между двумя нуклонами и определяются следующим образом [7, 31]:

$$f_{pp\pi^0}^2 = f_{p\pi^0 \rightarrow p} \cdot f_{p\pi^0 \rightarrow p}, \quad (2)$$

$$f_{nn\pi^0}^2 = f_{n\pi^0 \rightarrow n} \cdot f_{n\pi^0 \rightarrow n}, \quad (3)$$

$$f_0^2 = f_{p\pi^0 \rightarrow p} \cdot f_{n\pi^0 \rightarrow n}, \quad (4)$$

$$f_c^2 = f_{p\pi^- \rightarrow n} \cdot f_{n\pi^+ \rightarrow p}. \quad (5)$$

При этом константы (2) и (3) характеризуют силу ядерного взаимодействия соответственно между двумя протонами и двумя нейтронами, которые обмениваются нейтральными  $\pi^0$ -мезонами. В случае же взаимодействия нейтрона с протоном

обмен происходит как нейтральными  $\pi^0$ -мезонами, так и заряженными  $\pi^\pm$ -мезонами. В этом случае следует использовать усредненное значение нейтральной  $f_0^2$  и зарядовой  $f_c^2$  пион-нуклонных констант связи [26 - 30, 32, 33]

$$f_{np\pi}^2 = \frac{1}{3}(f_0^2 + 2f_c^2). \quad (6)$$

Подчеркнем, что в настоящей работе мы полагаем, что все константы (1) отличаются друг от друга, поскольку в процессах, которые они описывают, мы имеем дело с частицами с разными массами, соответствующими массам нуклонов  $M_N$  ( $N = p, n$ ) и массам  $\pi$ -мезонов  $m_\pi$  ( $\pi = \pi^0, \pi^+, \pi^-$ ). По аналогии с законом всемирного тяготения, согласно которому сила гравитационного притяжения между двумя телами пропорциональна массам этих тел, для пион-нуклонных констант  $f_{N\pi}$ , характеризующих силу ядерного взаимодействия нуклона с  $\pi$ -мезоном, можно записать

$$f_{p\pi^0 \rightarrow p} = CM_p m_{\pi^0}, \quad (7)$$

$$f_{n\pi^0 \rightarrow n} = CM_n m_{\pi^0}, \quad (8)$$

$$f_{p\pi^- \rightarrow n} = CM_p m_{\pi^-}, \quad (9)$$

$$f_{n\pi^+ \rightarrow p} = CM_n m_{\pi^+}. \quad (10)$$

На данный момент экспериментально наиболее надежно и точно определена протон-протонная константа связи  $f_{pp\pi^0}^2$ . Нейтрон-нейтронная константа  $f_{nn\pi^0}^2$ , нейтральная константа  $f_0^2$  и зарядовая константа  $f_c^2$  в соответствии с формулами (2) - (5) с учетом формул (7) - (10) следующим образом выражаются через константу  $f_{pp\pi^0}^2$ :

$$f_{nn\pi^0}^2 = \frac{M_n^2}{M_p^2} f_{pp\pi^0}^2, \quad (11)$$

$$f_0^2 = \frac{M_n}{M_p} f_{pp\pi^0}^2, \quad (12)$$

$$f_c^2 = \frac{M_n}{M_p} \frac{m_{\pi^\pm}^2}{m_{\pi^0}^2} f_{pp\pi^0}^2. \quad (13)$$

Из формул (12), (13) следует также соотношение, связывающее нейтральную  $f_0^2$  и зарядовую

$f_c^2$  пион-нуклонные константы

$$\frac{f_c^2}{f_0^2} = \frac{m_{\pi^\pm}^2}{m_{\pi^0}^2}. \quad (14)$$

В соответствии с формулами (11) - (13) с использованием надежно установленного экспериментального значения протон-протонной константы [10]

$$f_{pp\pi^0}^2 = 0,0749(7) \quad (15)$$

и экспериментальных значений масс нуклонов и  $\pi$ -мезонов [34]

$$M_p = 938,272046 \text{МэВ}/c^2,$$

$$M_n = 939,565379 \text{МэВ}/c^2, \quad (16)$$

$$m_{\pi^0} = 134,9766 \text{МэВ}/c^2,$$

$$m_{\pi^\pm} = 139,57018 \text{МэВ}/c^2 \quad (17)$$

для констант  $f_{nn\pi^0}^2$ ,  $f_0^2$  и  $f_c^2$  получим значения

$$f_{nn\pi^0}^2 = 0,0751(7), \quad (18)$$

$$f_0^2 = 0,0750(7), \quad (19)$$

$$f_c^2 = 0,0802(7). \quad (20)$$

Для нейтрон-протонной константы  $f_{np\pi}^2$  в соответствии с формулами (6) и (19), (20) получим значение

$$f_{np\pi}^2 = 0,0785(7). \quad (21)$$

Псевдоскалярная пион-нуклонная константа связи  $g_{N\pi}$  и псевдовекторная константа связи  $f_{N\pi}$  связаны соотношением [6, 12]

$$g_{N\pi} = \frac{2M_N}{m_{\pi^\pm}} f_{N\pi}. \quad (22)$$

С учетом формулы (22) с использованием псевдовекторных констант (19) - (21), а также масс нейтрона и протона (16) и массы заряженного  $\pi^\pm$ -мезона (17) для псевдоскалярных констант связи получим значения

$$g_{pp\pi^0}^2 = 13,54(13), \quad (23)$$

$$g_{nn\pi^0}^2 = 13,61(13), \quad (24)$$

$$g_0^2 = 13,58(13), \quad (25)$$

$$g_c^2 = 14,52(13), \quad (26)$$

$$g_{np\pi}^2 = 14,20(13). \quad (27)$$

Найденное нами значение зарядовой псевдоскалярной константы связи (26) полностью согласуется с экспериментальной константой

$$g_c^2 = 14,52(26), \quad (28)$$

которая была найдена Уппсальской группой нейтронных исследований [22]. Значение (26) также находится в очень хорошем согласии со значением  $g_{\pi^\pm}^2 = 14,55(13)$ , полученным нами [26 - 28] в пион-нуклонной модели Юкавы с использованием низкоэнергетических параметров  $pp$ - и  $pr$ -рассеяния. Отношение в рассматриваемой модели нейтральных псевдоскалярных пион-нуклонных констант  $g_{n\pi^0}$  и  $g_{p\pi^0}$ , соответствующих нейтрону и протону,

$$\frac{g_{n\pi^0}}{g_{p\pi^0}} = \frac{M_n^2}{M_p^2} = 1,0028 \quad (29)$$

хорошо согласуется со значением

$$\frac{g_{n\pi^0}}{g_{p\pi^0}} = 1,0038, \quad (30)$$

полученным в работе [35] на основе модели кирального мешка СВМ (Cloudy Bag Model), и со значением

$$\frac{g_{n\pi^0}}{g_{p\pi^0}} = 1,0023, \quad (31)$$

найденным в работе [36] с использованием метода фейнмановских диаграмм.

3. Нуклон-нуклонный потенциал, следующий из мезонной теории поля – потенциал Юкавы, имеет вид [1 - 4]

$$V(r) = -V_0 \frac{e^{-\mu r}}{\mu r}. \quad (32)$$

В формуле (32)  $r$  является расстоянием между двумя нуклонами, а величина  $\mu$  связана с массой  $\pi$ -мезона  $m_\pi$  соотношением

$$\mu = \frac{m_\pi c}{\hbar}, \quad (33)$$

где  $c$  – скорость света;  $\hbar$  – приведенная постоянная Планка. При этом радиус действия ядерных

сил  $R$  обратно пропорционален массе  $\pi$ -мезона и является малой величиной

$$R \equiv \frac{1}{\mu} = \frac{\hbar}{m_\pi c} \sim 1,4 \text{ Фм}. \quad (34)$$

Фактически радиус действия ядерных сил  $R$  совпадает с комптоновской длиной волны  $\pi$ -мезона.

Глубина потенциала (32)  $V_0$  связана с безразмерной псевдовекторной пион-нуклонной константой связи  $f_\pi$  простым соотношением [1 - 4, 26 - 28, 37]

$$V_0 = m_\pi c^2 f_\pi^2. \quad (35)$$

Таким образом, масса  $\pi$ -мезона  $m_\pi$  и пион-нуклонная константа связи  $f_\pi$  являются основными характеристиками пион-нуклонного взаимодействия, которые играют существенную роль в исследованиях нуклон-нуклонного и пион-ядерного взаимодействия [1 - 6, 26 - 28].

Два протона или два нейтрона при взаимодействии обмениваются нейтральными  $\pi^0$ -мезонами. В этом случае параметры потенциала Юкавы (32)  $\mu_{pp}$ ,  $V_0^{pp}$  и  $\mu_{nn}$ ,  $V_0^{nn}$  в соответствии с формулами (33) и (35) определяются массой нейтрального  $\pi^0$ -мезона  $m_{\pi^0}$  и константами связи  $f_{pp\pi^0}^2$  и  $f_{nn\pi^0}^2$ . В случае же взаимодействия нейтрона с протоном обмен происходит как нейтральными  $\pi^0$ -мезонами, так и заряженными  $\pi^\pm$ -мезонами. В последнем случае при определении параметров потенциала (32)  $\mu_{np}$  и  $V_0^{np}$  следует использовать [26 - 30, 32, 33] усредненные значения массы  $\pi$ -мезона

$$\bar{m}_\pi = \frac{1}{3}(m_{\pi^0} + 2m_{\pi^\pm}) \quad (36)$$

и пион-нуклонной константы связи (6).

Протон-протонные параметры  $\mu_{pp}$  и  $V_0^{pp}$  определим по длине рассеяния  $a_{pp}$  и эффективному радиусу  $r_{pp}$ . При этом из экспериментальных значений ядерно-кулоновских низкоэнергетических параметров  $pp$ -рассеяния необходимо исключить поправки, обусловленные электромагнитным взаимодействием. После исключения этих поправок значения чисто ядерных длины рассеяния  $a_{pp}$  и эффективного радиуса  $r_{pp}$  для протон-протонного рассеяния оказываются равными [5]:

$$a_{pp} = -17,3(4) \text{ Фм}, \quad (37)$$

$$r_{pp} = 2,85(4) \text{ Фм}. \quad (38)$$

Используя метод фазовых функций [38] и значения параметров  $pp$ -рассеяния (37), (38) в случае протон-протонного взаимодействия получим следующие значения параметров потенциала Юкавы (32):

$$\mu_{pp} = 0,8392 \text{ Фм}^{-1}, \quad (39)$$

$$V_0^{pp} = 44,8259 \text{ МэВ}. \quad (40)$$

Нетрудно показать [26 - 28], что нейтрон-протонные параметры потенциала (32)  $\mu_{np}$  и  $V_0^{np}$  следующим образом связаны с аналогичными параметрами протон-протонного взаимодействия  $\mu_{pp}$  и  $V_0^{pp}$ :

$$\mu_{np} = \frac{\bar{m}_\pi}{m_{\pi^0}} \mu_{pp}, \quad (41)$$

$$V_0^{np} = \frac{1}{3} \frac{M_n}{M_p} \frac{\bar{m}_\pi}{m_{\pi^0}} \left( 1 + 2 \frac{m_{\pi^\pm}^2}{m_{\pi^0}^2} \right) V_0^{pp}. \quad (42)$$

Аналогично вышеизложенному нейтрон-нейтронные параметры потенциала (32)  $\mu_{nn}$  и  $V_0^{nn}$  следующим образом связаны с параметрами протон-протонного взаимодействия  $\mu_{pp}$  и  $V_0^{pp}$ :

$$\mu_{nn} = \mu_{pp}, \quad (43)$$

$$V_0^{nn} = \frac{M_n^2}{M_p^2} V_0^{pp}. \quad (44)$$

В соответствии с формулами (41) - (44) с использованием значений параметров потенциала Юкавы для  $pp$ -взаимодействия (39), (40), а также значений масс нуклонов и  $\pi$ -мезонов (16), (17) получим следующие значения параметров  $\mu$  и  $V_0$  для потенциалов Юкавы  $pr$ - и  $pn$ -взаимодействия:

$$\mu_{np} = 0,8583 \text{ Фм}^{-1}, \quad (45)$$

$$V_0^{np} = 48,0246 \text{ МэВ}, \quad (46)$$

$$\mu_{nn} = 0,8392 \text{ Фм}^{-1}, \quad (47)$$

$$V_0^{nn} = 44,9496 \text{ МэВ}. \quad (48)$$

Рассчитанные с параметрами (45), (46) значения синглетной длины  $pr$ -рассеяния  $a_{np}$  и эффективного радиуса  $r_{np}$

$$a_{np} = -23,4(4) \text{ Фм}, \quad (49)$$

$$r_{np} = 2,70(5) \text{ Фм} \quad (50)$$

хорошо согласуются с их экспериментальными

значениями [39 - 42]

$$a_{np}^{expt} = -23,715(8) \text{Фм}, \quad (51)$$

$$r_{np}^{expt} = 2,71(7) \text{Фм}. \quad (52)$$

Аналогично для нейтрон-нейтронных низкоэнергетических параметров рассеяния  $a_{nn}$  и  $r_{nn}$  с использованием параметров потенциала Юкавы (47), (48) получим значения

$$a_{nn} = -18,2(4) \text{Фм}, \quad (53)$$

$$r_{nn} = 2,83(5) \text{Фм}. \quad (54)$$

Рассчитанные нами значения (53) и (54) величин  $a_{nn}$  и  $r_{nn}$  с учетом погрешностей находятся в хорошем согласии с экспериментальными значениями этих величин

$$a_{nn}^{expt} = -18,6(5) \text{Фм}, \quad (55)$$

$$r_{nn}^{expt} = 2,83(11) \text{Фм}, \quad (56)$$

найденными в работе [43] с использованием реакции  $\pi^- + d \rightarrow \gamma + n + n$ . Найденные нами значения нейтрон-нейтронных параметров (53), (54) находятся также в согласии со значениями  $a_{nn} = -18,38(55) \text{Фм}$  и  $r_{nn} = 2,84(4) \text{Фм}$ , полученными нами [44, 45] на основе анализа разно-

сти энергий связи зеркальных ядер  ${}^3\text{H}$  и  ${}^3\text{He}$ . Таким образом, рассчитанное значение (53) нейтрон-нейтронной длины рассеяния находится в хорошем согласии с одним из двух наиболее известных и отличающихся друг от друга экспериментальных значений этой величины [43 - 52].

4. В настоящей работе на основе простой феноменологической модели в предположении однопионного обмена установлена связь между различными пион-нуклонными константами, характеризующими нуклон-нуклонное взаимодействие в состоянии  ${}^1S_0$ . С использованием экспериментального значения нейтральной пион-нуклонной константы  $f_{pp\pi^0}^2 = 0,0749(7)$  [10], характеризующей протон-протонное взаимодействие, рассчитаны значения зарядовой  $f_c^2 = 0,0802(7)$  и нейтральной  $f_0^2 = 0,0750(7)$  пион-нуклонных констант. Рассчитано также значение константы  $f_{mn\pi^0}^2 = 0,0751(7)$ , характеризующей нейтрон-нейтронное взаимодействие. Найденные с использованием этих констант значения длин и эффективных радиусов нейтрон-протонного и нейтрон-нейтронного рассеяния в пределах погрешностей согласуются с их экспериментальными значениями.

Данная работа выполнена по теме 0117U00237 НАН Украины.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yukawa H. On the Interaction of Elementary Particles // Proc. Phys. Math. Soc. Jap. - 1935. - Vol. 17. - P. 48 - 57.
2. Хюльтен Л., Сугавара М. Проблема взаимодействия двух нуклонов // Строение атомного ядра / Пер. с англ.; Под ред А. С. Давыдова. - Москва: ИЛ, 1959. - С. 7 - 165.
3. Бор О., Моттельсон Б. Структура атомного ядра, том 1. - Москва: Мир, 1971. - 456 с.
4. Эриксон Т., Вайзе В. Пионы и ядра. - Москва: Наука, 1991. - 512 с.
5. Miller G.A., Nefkens B.M.K., Šlaus I. Charge Symmetry, Quarks and Mesons // Phys. Rept. - 1990. - Vol. 194, No. 1 - 2. - P. 1 - 116.
6. Machleidt R., Šlaus I. The Nucleon-Nucleon Interaction // J. Phys. - 2001. - Vol. G27, No. 5. - P. R69 - R108.
7. de Swart J.J., Rentmeester M.C.M., Timmermans R.G.E. The Status of the Pion-Nucleon Coupling Constant. - arXiv:nucl-th/9802084, 1998. - 19 p.
8. Blomgren J., Ed. Critical Issues in the Determination of the Pion-Nucleon Coupling Constant: Proceedings of a Workshop Held in Uppsala, Sweden, June 7-8, 1999 // Phys. Scr. - 2000. - Vol. T87. - P. 5 - 77. - Uppsala: Royal Swedish Academy of Sciences, 2000. - 77 P.
9. Limkaisang V., Harada K., Nagata J. et al. Phase-Shift Analysis of  $pp$  Scattering at  $T_L = 25 - 500$  MeV // Prog. Theor. Phys. - 2001. - Vol. 105, No. 2. - P. 233 - 242.
10. Bergervoet J.R., van Campen P.C., Klomp R.A.M. et al. Phase Shift Analysis of All Proton-Proton Scattering Data Below  $T_{lab} = 350$  MeV // Phys. Rev. - 1990. - Vol. C41, No. 4. - P. 1435 - 1452.
11. Arndt R.A., Strakovsky I.I., Workman R.L. Extraction of the  $\pi NN$  Coupling Constant from  $NN$  Scattering Data // Phys. Rev. - 1995. - Vol. C52, No. 4. - P. 2246 - 2249.
12. Machleidt R., Banerjee M.K. Charge Dependence of the  $\pi NN$  Coupling Constant and Charge Dependence of the Nucleon-Nucleon Interaction // Few-Body Syst. - 2000. - Vol. 28, No. 3. - P. 139 - 146.
13. Dumbrăjs O., Koch R., Pilkuhn H. et al. Compilation of Coupling Constants and Low-Energy Parameters // Nucl. Phys. - 1983. - Vol. B216, No. 2. - P. 277 - 335.
14. Bugg D.V., Carter A.A., Carter J.R. New Values of Pion-Nucleon Scattering Lengths and  $f^2$  // Phys. Lett. - 1973. - Vol. B44, No. 3. - P. 278 - 280.
15. Koch R., Pietarinen E. Low-Energy  $\pi N$  Partial Wave Analysis // Nucl. Phys. - 1980. - Vol. A336, No. 3. - P. 331 - 346.

16. *Stoks V., Timmermans R., de Swart J.J.* Pion-Nucleon Coupling Constant // *Phys. Rev.* - 1993. - Vol. C47, No. 2. - P. 512 - 520.
17. *Arndt R.A., Briscoe W.J., Strakovsky I.I. et al.* Dispersion Relation Constrained Partial Wave Analysis of  $\pi N$  Elastic and  $\pi N \rightarrow \eta N$  Scattering Data: The Baryon Spectrum // *Phys. Rev.* - 2004. - Vol. C69, No. 3. - P. 035213.
18. *Arndt R.A., Briscoe W.J., Strakovsky I.I., Workman R.L.* Extended Partial-Wave Analysis of  $\pi N$  Scattering Data // *Phys. Rev.* - 2006. - Vol. C74, No. 4. - P. 045205.
19. *Bugg D.V.* The Pion Nucleon Coupling Constant // *Eur. Phys. J.* - 2004. - Vol. C33, No. 4. - P. 505 - 509.
20. *Baru V., Hanhart C., Hoferichter M. et al.* Precision Calculation of Threshold  $\pi^-d$  Scattering,  $\pi N$  Scattering Lengths, and the GMO Sum Rule // *Nucl. Phys.* - 2011. - Vol. A872, No. 1. - P. 69 - 116.
21. *Ericson T.E.O., Loiseau B., Nilsson J. et al.*  $\pi NN$  Coupling from High Precision  $np$  Charge Exchange at 162 MeV // *Phys. Rev. Lett.* - 1995. - Vol. 75, No. 6. - P. 1046 - 1049.
22. *Rahm J., Blomgren J., Condé H. et al.*  $np$  Scattering Measurements at 162 MeV and the  $\pi NN$  Coupling Constant // *Phys. Rev.* - 1998. - Vol. C57, No. 3. - P. 1077 - 1096.
23. *Rahm J., Blomgren J., Condé H. et al.*  $np$  Scattering Measurements at 96 MeV // *Phys. Rev.* - 2001. - Vol. C63, No. 4. - P. 044001.
24. *Matsinos E., Rasche G.* Systematic Effects in the Low-Energy Behavior of the Current SAID Solution for the Pion-Nucleon System // *Int. J. Mod. Phys.* - 2017. - Vol. E26, No. 3. - P. 1750002.
25. *Matsinos E., Rasche G.* Update of the Phase-Shift Analysis of the Low-Energy  $\pi N$  Data // *arXiv: 1706.05524 [nucl-th].* - 2017. - 76 p.
26. *Бабенко В.А., Петров Н.М.* О зарядовой зависимости константы пион-нуклонной связи // *Ядерна фізика та енергетика.* - 2015. - Т. 16, № 2. - С. 136 - 143.
27. *Бабенко В.А., Петров Н.М.* Изучение зарядовой зависимости пион-нуклонной константы связи с использованием данных о нуклон-нуклонном взаимодействии при низких энергиях // *Ядерная физика.* - 2016. - Т. 79, вып. 1. - С. 8 - 12.
28. *Babenko V.A., Petrov N.M.* Study of the Pion-Nucleon Coupling Constant Charge Dependence on the Basis of the Low-Energy Data on Nucleon-Nucleon Interaction // *arXiv:1604.02912 [nucl-th].* - 2016. - 10 p.
29. *Бабенко В.А., Петров Н.М.* О нарушении изоспиновой инвариантности константы пион-нуклонной связи и длины нуклон-нуклонного рассеяния // *Ядерна фізика та енергетика.* - 2016. - Т. 17, № 2. - С. 143 - 149.
30. *Бабенко В.А., Петров Н.М.* О связи между зарядовой и нейтральной константами пион-нуклонной связи в модели Юкавы // *Письма в ЭЧАЯ.* - 2017. - Т. 14, вып. 1. - С. 26 - 39.
31. *Arriola E.R., Amaro J.E., Perez R.N.* Three Pion Nucleon Coupling Constants // *Mod. Phys. Lett.* - 2016. - Vol. A31, No. 28. - P. 1630027.
32. *Ericson T.E.O., Rosa-Clot M.* The Deuteron Asymptotic D-state as a Probe of the Nucleon-Nucleon Force // *Nucl. Phys.* - 1983. - Vol. A405, No. 3. - P. 497 - 533.
33. *Нахди М.* Нуклон-нуклонное взаимодействие: краткий обзор // *ЭЧАЯ* - 2014. - Т. 45, вып. 5 - 6. - С. 1664 - 1749.
34. *Beringer J., Arguin J. -F., Barnett R. M. et al. (Particle Data Group).* Review of Particle Physics // *Phys. Rev.* - 2012. - Vol. D86, No. 1. - P. 010001.
35. *Thomas A.W., Bickerstaff P., Gersten A.* New Source of Charge-Symmetry Violation in the Nucleon-Nucleon System // *Phys. Rev.* - 1981. - Vol. D24, No. 9. - P. 2539(R) - 2541(R).
36. *Morrison L.K.* Radiative Corrections to Pion-Nucleon Coupling Constants // *Ann. Phys.* - 1968. - Vol. 50, No. 1. - P. 6 - 50.
37. *Слив Л.А.* Зарядовая независимость и зарядовая симметрия ядерных сил // *Изв. АН СССР. Сер. физ.* - 1974. - Т. 38, вып. 1. - С. 2 - 14.
38. *Бабиков В.В.* Метод фазовых функций в квантовой механике. - Москва: Наука, 1976. - 288 с.
39. *Ситенко А.Г., Тартаковский В.К.* Лекции по теории ядра. - Москва: Атомиздат, 1972. - 352 с.
40. *Локк Б., Миздей Д.* Физика частиц промежуточных энергий. - Москва: Атомиздат, 1972. - 288 с.
41. *Бабенко В.А., Петров Н.М.* Определение низкоэнергетических параметров  $pr$ -рассеяния из современных экспериментальных данных фазового анализа // *Ядерная физика.* - 2007. - Т. 70, вып. 4. - С. 699 - 705.
42. *Бабенко В.А., Петров Н.М.* Определение низкоэнергетических параметров  $pr$ -рассеяния в приближении параметра формы из современных экспериментальных данных при низких энергиях // *Ядерная физика.* - 2010. - Т. 73, вып. 9. - С. 1545 - 1553.
43. *Gabioud B., Alder J.-C., Joseph C. et al.*  $n - n$  Effective Range from the Photon Spectrum of the Reaction  $\pi^- d \rightarrow \gamma nn$  // *Phys. Lett.* - 1981. - Vol. B103, No. 1. - P. 9 - 12.
44. *Бабенко В.А., Петров Н.М.* Определение низкоэнергетических параметров нейтрон-нейтронного рассеяния из анализа разности энергий связи зеркальных ядер  $^3\text{H}$  и  $^3\text{He}$  // *Ядерная физика.* - 2014. - Т. 77, вып. 5. - С. 583 - 588.
45. *Бабенко В.А., Петров Н.М.* Разность энергий связи ядер  $^3\text{H}$  и  $^3\text{He}$  и низкоэнергетические параметры нейтрон-нейтронного рассеяния // *Письма в ЭЧАЯ.* - 2015. - Т. 12, вып. 4. - С. 904 - 915.
46. *Клюн Б.* Измерение длины рассеяния нейтрона на нейтроне и вопрос о зарядовой зависимости ядерных сил // *ЭЧАЯ.* - 1975. - Т. 6, вып. 2. - С. 347 - 392.
47. *Howell C.R., Chen Q., Carman T.S. et al.* Toward a Resolution of the Neutron-Neutron Scattering-Length Issue // *Phys. Lett.* - 1998. - Vol. B444, No. 3 - 4. - P. 252 - 259.

48. González Trotter D.E., Salinas F., Chen Q. et al. New Measurement of the  ${}^1S_0$  Neutron-Neutron Scattering Length Using the Neutron-Proton Scattering Length as a Standard // *Phys. Rev. Lett.* - 1999. - Vol. 83, No. 19. - P. 3788 - 3791.
49. Huhn V., Wätzold L., Weber Ch. et al. New Investigation of the Neutron-Neutron and Neutron-Proton Final-State Interaction in the n-d Breakup Reaction // *Phys. Rev.* - 2001. - Vol. C63, No. 1. - P. 014003.
50. von Witsch W., Ruan X., Witala H. Neutron-Neutron Final-State Interaction in the  ${}^2H(n, p)2n$  Reaction at  $E_n = 17.4$  MeV // *Phys. Rev.* - 2006. - Vol. C74, No. 1. - P. 014001.
51. Gonzalez Trotter D.E., Salinas Meneses F., Tornow W. et al. Neutron-Deuteron Breakup Experiment at  $E_n = 13$  MeV: Determination of the  ${}^1S_0$  Neutron-Neutron Scattering Length  $a_{nn}$  // *Phys. Rev.* - 2006. - Vol. C73, No. 3. - P. 034001.
52. Бабенко В.А., Петров Н.М. О низкоэнергетических характеристиках нейтрон-нейтронного взаимодействия в приближении эффективного радиуса // *Ядерная физика.* - 2013. - Т. 76, вып. 6. - С. 734 - 739.

**В. О. Бабенко, М. М. Петров**

*Інститут теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова НАН України, Київ*

**ПРО ВПЛИВ РІЗНИЦІ МАС ПІ-МЕЗОНІВ ( $\pi^{\pm}-\pi^0$ ) І НУКЛОНІВ (n-p)  
НА ПОРУШЕННЯ ЗАРЯДОВОЇ НЕЗАЛЕЖНОСТІ ЯДЕРНИХ СИЛ**

На основі мезонної теорії Юкави досліджується зарядова залежність піон-нуклонних констант зв'язку та низкоенергетичних параметрів нуклон-нуклонного розсіяння в стані  ${}^1S_0$ . Показано, що порушення зарядової незалежності піон-нуклонних констант зв'язку повністю пояснюється різницею мас зарядженого та нейтрального  $\pi$ -мезонів і відмінністю маси протона від маси нейтрона. З використанням добре відомого значення псевдовекторної піон-нуклонної константи зв'язку  $f_{pp\pi^0}^2 = 0,0749(7)$ , що характеризує протон-протонну ядерну взаємодію, розраховано значення зарядової  $f_c^2 = 0,0802(7)$ , нейтральної  $f_0^2 = 0,0750(7)$  піон-нуклонних констант зв'язку та константи  $f_{nn\pi^0}^2 = 0,0751(7)$ , що характеризує нейтрон-нейтронну ядерну взаємодію. Розраховані з використанням цих констант значення низкоенергетичних параметрів  $pr$ - і  $nn$ -розсіяння добре узгоджуються з експериментом.

**Ключові слова:** зарядова незалежність, константа піон-нуклонного зв'язку, нуклон-нуклонне розсіяння, пі-мезон.

**V. A. Babenko, N. M. Petrov**

*Bogolyubov Institute for Theoretical Physics, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv*

**ON THE IMPACT OF MASS DIFFERENCE BETWEEN THE PIONS ( $\pi^{\pm}-\pi^0$ )  
AND THE NUCLEONS (n-p) ON THE CHARGE INDEPENDENCE BREAKING OF NUCLEAR FORCES**

Charge dependence of the pion-nucleon coupling constants and the  ${}^1S_0$ -state low-energy nucleon-nucleon scattering parameters are studied on the basis of the Yukawa meson theory. The charge independence breaking effect in the pion-nucleon coupling constants is entirely explained by the mass difference between the charged and the neutral pions and by the mass difference between the proton and the neutron. Using of well-known pseudovector pion-nucleon coupling constant  $f_{pp\pi^0}^2 = 0.0749(7)$ , which characterize the proton-proton nuclear interaction, we calculate the charged  $f_c^2 = 0.0802(7)$  and the neutral  $f_0^2 = 0.0750(7)$  pion-nucleon coupling constants, and also the pion-nucleon coupling constant  $f_{nn\pi^0}^2 = 0.0751(7)$ , which characterize the neutron-neutron nuclear interaction. With the help of the obtained coupling constants, we also calculate values of the low-energy  $np$ - and  $nn$ -scattering parameters, which appear to be in good agreement with the experiment.

**Keywords:** charge independence, pion-nucleon coupling constant, nucleon-nucleon scattering, pion.

**REFERENCES**

1. Yukawa H. On the Interaction of Elementary Particles // *Proc. Phys. Math. Soc. Jap.* - 1935. - Vol. 17. - P. 48 - 57.
2. Hulthén L., Sugawara M. The Two-Nucleon Problem // *Encyclopedia of Physics*, Vol. 39 - Structure of Atomic Nuclei / Ed. S. Flügge. - Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer-Verlag, 1957. - P. 1 - 143.
3. Bohr A., Mottelson B.R. *Nuclear Structure*, Vol. 1. - New York: Benjamin, 1969. - 471 p.
4. Ericson T., Weise W. *Pions and Nuclei*. - Oxford: Clarendon Press, 1988. - 479 p.
5. Miller G.A., Nefkens B.M.K., Šlaus I. Charge Symmetry, Quarks and Mesons // *Phys. Rept.* - 1990. - Vol. 194, No. 1-2. - P. 1 - 116.

6. *Machleidt R., Slaus I.* The Nucleon-Nucleon Interaction // *J. Phys.* - 2001. - Vol. G27, No. 5. - P. R69 - R108.
7. *de Swart J.J., Rentmeester M.C.M., Timmermans R.G.E.* The Status of the Pion-Nucleon Coupling Constant. - arXiv:nucl-th/9802084, 1998. - 19 p.
8. *Blomgren J., Ed.* Critical Issues in the Determination of the Pion-Nucleon Coupling Constant: Proceedings of a Workshop Held in Uppsala, Sweden, June 7-8, 1999 // *Phys. Scr.* - 2000. - Vol. T87. - P. 5 - 77. - Uppsala: Royal Swedish Academy of Sciences, 2000. - 77 p.
9. *Limkaisang V., Harada K., Nagata J. et al.* Phase-Shift Analysis of  $pp$  Scattering at  $T_L = 25 - 500$  MeV // *Prog. Theor. Phys.* - 2001. - Vol. 105, No. 2. - P. 233 - 242.
10. *Bergervoet J.R., van Campen P.C., Klomp R.A.M. et al.* Phase Shift Analysis of All Proton-Proton Scattering Data Below  $T_{\text{lab}} = 350$  MeV // *Phys. Rev.* - 1990. - Vol. C41, No. 4. - P. 1435 - 1452.
11. *Arndt R.A., Strakovsky I.I., Workman R.L.* Extraction of the  $\pi NN$  Coupling Constant from  $NN$  Scattering Data // *Phys. Rev.* - 1995. - Vol. C52, No. 4. - P. 2246 - 2249.
12. *Machleidt R., Banerjee M.K.* Charge Dependence of the  $\pi NN$  Coupling Constant and Charge Dependence of the Nucleon-Nucleon Interaction // *Few-Body Syst.* - 2000. - Vol. 28, No. 3. - P. 139 - 146.
13. *Dumbrajs O., Koch R., Pilkuhn H. et al.* Compilation of Coupling Constants and Low-Energy Parameters // *Nucl. Phys.* - 1983. - Vol. B216, No. 2. - P. 277 - 335.
14. *Bugg D.V., Carter A.A., Carter J.R.* New Values of Pion-Nucleon Scattering Lengths and  $f^2$  // *Phys. Lett.* - 1973. - Vol. B44, No. 3. - P. 278 - 280.
15. *Koch R., Pietarinen E.* Low-Energy  $\pi N$  Partial Wave Analysis // *Nucl. Phys.* - 1980. - Vol. A336, No. 3. - P. 331 - 346.
16. *Stoks V., Timmermans R., de Swart J.J.* Pion-Nucleon Coupling Constant // *Phys. Rev.* - 1993. - Vol. C47, No. 2. - P. 512 - 520.
17. *Arndt R.A., Briscoe W.J., Strakovsky I.I. et al.* Dispersion Relation Constrained Partial Wave Analysis of  $\pi N$  Elastic and  $\pi N \rightarrow \eta N$  Scattering Data: The Baryon Spectrum // *Phys. Rev.* - 2004. - Vol. C69, No. 3. - P. 035213.
18. *Arndt R.A., Briscoe W.J., Strakovsky I.I., Workman R.L.* Extended Partial-Wave Analysis of  $\pi N$  Scattering Data // *Phys. Rev.* - 2006. - Vol. C74, No. 4. - P. 045205.
19. *Bugg D.V.* The Pion Nucleon Coupling Constant // *Eur. Phys. J.* - 2004. - Vol. C33, No. 4. - P. 505 - 509.
20. *Baru V., Hanhart C., Hoferichter M. et al.* Precision Calculation of Threshold  $\pi^-d$  Scattering,  $\pi N$  Scattering Lengths, and the GMO Sum Rule // *Nucl. Phys.* - 2011. - Vol. A872, No. 1. - P. 69 - 116.
21. *Ericson T.E.O., Loiseau B., Nilsson J. et al.*  $\pi NN$  Coupling from High Precision  $np$  Charge Exchange at 162 MeV // *Phys. Rev. Lett.* - 1995. - Vol. 75, No. 6. - P. 1046 - 1049.
22. *Rahm J., Blomgren J., Condé H. et al.* Scattering Measurements at 162 MeV and the  $\pi NN$  Coupling Constant // *Phys. Rev.* - 1998. - Vol. C57, No. 3. - P. 1077 - 1096.
23. *Rahm J., Blomgren J., Condé H. et al.*  $np$  Scattering Measurements at 96 MeV // *Phys. Rev.* - 2001. - Vol. C63, No. 4. - P. 044001.
24. *Matsinos E., Rasche G.* Systematic Effects in the Low-Energy Behavior of the Current SAID Solution for the Pion-Nucleon System // *Int. J. Mod. Phys.* - 2017. - Vol. E26, No. 3. - P. 1750002.
25. *Matsinos E., Rasche G.* Update of the Phase-Shift Analysis of the Low-Energy  $\pi N$  Data // arXiv: 1706.05524 [nucl-th]. - 2017. - 76 p.
26. *Babenko V.A., Petrov N.M.* Charge Dependence of the Pion-Nucleon Coupling Constant // *Yaderna fizyka ta energetyka* (Nucl. Phys. At. Energy). - 2015. - Vol. 16, No. 2. - P. 136 - 143. (Rus)
27. *Babenko V.A., Petrov N.M.* Study of the Charge Dependence of the Pion-Nucleon Coupling Constant on the Basis of Data on Low-Energy Nucleon-Nucleon Interactions // *Physics of Atomic Nuclei*. - 2016. - Vol. 79, No. 1. - P. 67 - 71.
28. *Babenko V.A., Petrov N.M.* Study of the Pion-Nucleon Coupling Constant Charge Dependence on the Basis of the Low-Energy Data on Nucleon-Nucleon Interaction // arXiv:1604.02912 [nucl-th]. - 2016. - 10 p.
29. *Babenko V.A., Petrov N.M.* Isospin Breaking in the Pion-Nucleon Coupling Constant and the Nucleon-Nucleon Scattering Length // *Yaderna fizyka ta energetyka* (Nucl. Phys. At. Energy). - 2016. - Vol. 17, No. 2. - P. 143 - 149. (Rus)
30. *Babenko V.A., Petrov N.M.* Relation between the Charged and Neutral Pion-Nucleon Coupling Constants in the Yukawa Model // *Physics of Particles and Nuclei Letters*. - 2017. - Vol. 14, No. 1. - P. 58 - 65.
31. *Arriola E.R., Amaro J.E., Perez R.N.* Three Pion Nucleon Coupling Constants // *Mod. Phys. Lett.* - 2016. - Vol. A31, No. 28. - 1630027.
32. *Ericson T.E.O., Rosa-Clot M.* The Deuteron Asymptotic D-state as a Probe of the Nucleon-Nucleon Force // *Nucl. Phys.* - 1983. - Vol. A405, No. 3. - P. 497 - 533.
33. *Naghdi M.* Nucleon-Nucleon Interaction: A Typical/Concise Review // *Physics of Particles and Nuclei* - 2014. - Vol. 45, No. 5. - P. 924 - 971.
34. *Beringer J., Arguin J.-F., Barnett R. M. et al. (Particle Data Group).* Review of Particle Physics // *Phys. Rev.* - 2012. - Vol. D86, No. 1. - P. 010001.
35. *Thomas A.W., Bickerstaff P., Gersten A.* New Source of Charge-Symmetry Violation in the Nucleon-Nucleon System // *Phys. Rev.* - 1981. - Vol. D24, No. 9. - P. 2539(R) - 2541(R).
36. *Morrison L.K.* Radiative Corrections to Pion-Nucleon Coupling Constants // *Ann. Phys.* - 1968. - Vol. 50, No. 1. - P. 6 - 50.
37. *Sliv L.A.* Charge Independence and Charge Symmetry of Nuclear Forces // *Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Fiz.* - 1974. - Vol. 38, No. 1. - P. 2 - 14. (Rus)

38. Babikov V.V. Variable Phase Approach in Quantum Mechanics. - Moskva: Nauka, 1976. - 288 p. (Rus)
39. Sitenko A.G., Tartakovskii V.K. Lectures on the Theory of the Nucleus. - Oxford, New York: Pergamon Press, 1975. - 304 p.
40. Lock W.O., Measday D.F. Intermediate Energy Nuclear Physics. - London: Methuen, 1970. - 320 p.
41. Babenko V.A., Petrov N.M. Determination of Low-Energy Parameters of Neutron-Proton Scattering on the Basis of Modern Experimental Data from Partial-Wave Analyses // Physics of Atomic Nuclei. - 2007. - Vol. 70, No. 4. - P. 669 - 675.
42. Babenko V.A., Petrov N.M. Determination of Low-Energy Parameters of Neutron-Proton Scattering in the Shape-Parameter Approximation from Present-Day Experimental Data // Physics of Atomic Nuclei. - 2010. - Vol. 73, No. 9. - P. 1499 - 1506.
43. Gabioud B., Alder J.-C., Joseph C. et al.  $n - n$  Effective Range from the Photon Spectrum of the Reaction  $\pi^- d \rightarrow \gamma nn$  // Phys. Lett. - 1981. - Vol. B103, No. 1. - P. 9 - 12.
44. Babenko V. A., Petrov N. M. Determination of Low-Energy Parameters of Neutron-Neutron Scattering from an Analysis of the Binding-Energy Difference between the  ${}^3H$  and  ${}^3He$  Mirror Nuclei // Physics of Atomic Nuclei. - 2014. - Vol. 77, No. 5. - P. 549 - 554.
45. Babenko V. A., Petrov N. M. Mirror Nuclei  ${}^3H$  and  ${}^3He$  Binding Energies Difference and Low Energy Parameters of Neutron-Neutron Scattering // Physics of Particles and Nuclei Letters. - 2015. - Vol. 12, No. 4. - P. 584 - 590.
46. Kuhn B. Measurements of the Neutron-Neutron Scattering Wave Length and the Problem of Charge Dependence of Nuclear Forces // Phys. Part. Nucl. - 1975. - Vol. 6, No. 2. - P. 347 - 392.
47. Howell C.R., Chen Q., Carman T.S. et al. Toward a Resolution of the Neutron-Neutron Scattering-Length Issue // Phys. Lett. - 1998. - Vol. B444, No. 3 - 4. - P. 252 - 259.
48. González Trotter D.E., Salinas F., Chen Q. et al. New Measurement of the  ${}^1S_0$  Neutron-Neutron Scattering Length Using the Neutron-Proton Scattering Length as a Standard // Phys. Rev. Lett. - 1999. - Vol. 83, No. 19. - P. 3788 - 3791.
49. Huhn V., Wätzold L., Weber Ch. et al. New Investigation of the Neutron-Neutron and Neutron-Proton Final-State Interaction in the  $n-d$  Breakup Reaction // Phys. Rev. - 2001. - Vol. C63, No. 1. - P. 014003.
50. von Witsch W., Ruan X., and Witała H. Neutron-Neutron Final-State Interaction in the  ${}^2H(n, p)2n$  Reaction at  $E_n = 17.4$  MeV // Phys. Rev. - 2006. - Vol. C74, No. 1. - P. 014001.
51. Gonzalez Trotter D.E., Salinas Meneses F., Tornow W. et al. Neutron-Deuteron Breakup Experiment at  $E_n = 13$  MeV: Determination of the  ${}^1S_0$  Neutron-Neutron Scattering Length  $a_{nn}$  // Phys. Rev. - 2006. - Vol. C73, No. 3. - P. 034001.
52. Babenko V.A., Petrov N.M. Low-Energy Parameters of Neutron-Neutron Interaction in the Effective-Range Approximation // Physics of Atomic Nuclei. - 2013. - Vol. 76, No. 6. - P. 684 - 689.

Надійшла 02.01.2017  
Received 02.01.2017