

О. М. Хотяїнцева¹, В. М. Хотяїнцев², В. М. Павлович¹¹ Інститут ядерних досліджень НАН України, Київ² Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ

РЕАКТИВНІСТЬ У ТЕОРІЇ СТАЦІОНАРНОЇ ХВИЛІ ЯДЕРНИХ ПОДІЛІВ

Досліджується аксіальне поширення стаціонарної хвилі ядерних поділів в активній зоні хвильового реактора циліндричної форми, відомого також як CANDLE. Використовується ефективна одновимірна модель швидкого реактора з паливом на основі ^{238}U . Одногрупове рівняння дифузії нейтронів розв'язується спільно з рівняннями вигорання нуклідів. У попередніх роботах була отримана в аналітичному вигляді залежність швидкості хвилі від ефективної концентрації поглинач, так звана швидкісна характеристика. За рахунок нестабільності ^{241}Pu швидкісна характеристика реактора є двозначною, причому розв'язки нижньої гілки є нестійкими. У даній роботі в рівняння дифузії введено реактивність як додатковий параметр моделі. У результаті отримано узагальнене рівняння швидкісної характеристики, що визначає залежність швидкості хвилі від ефективної концентрації поглинач і реактивності. Показано, що ефективна концентрація поглинач і реактивність входять до рівняння швидкісної характеристики лінійно та адитивно, а, отже, залежність швидкості хвилі від обох цих параметрів є однаковою з точністю до масштабного множника. Результати роботи відкривають можливість досліджувати швидкісну характеристику реактора на хвилі ядерних поділів за допомогою потужних сучасних реакторних кодів, поза межами одногрупового дифузійного наближення, розраховуючи ефективний коефіцієнт розмноження нейтронів у режимі стаціонарної хвилі для ряду заданих значень потужності реактора.

Ключові слова: хвиля ядерних поділів, швидкий реактор, реактор на хвилі ядерних поділів, одногрупове наближення, реактивність.

Вступ

Інноваційні реакторні системи, які відрізняються за принципом роботи від традиційних реакторів, активно досліджуються в пошуку оптимальних джерел енергії. Однією з таких систем є швидкий саморегульований реактор, що працює на хвилі ядерних поділів (РХЯП). На відміну від звичайного швидкого реактора в РХЯП процес поділу ядер іде не в усьому об'ємі активної зони одночасно, а переміщується вздовж осі активної зони циліндричної форми. Практична реалізація РХЯП обіцяє ряд переваг у світлі сучасних вимог до реакторів майбутнього. За задумом, управління таким реактором максимально просте – РХЯП працює в автоматичному режимі, без участі людини (крім запуску і зупинки в разі необхідності). У РХЯП використовується як паливо ^{238}U , а не мало поширений ^{235}U (який служить матеріалом для поділу в сучасних енергетичних реакторах), що відкриває для ядерної енергетики практично невичерпну сировинну базу. Нарешті, хоча в РХЯП і напружується та спалюється плутоній, але технологія не передбачає виділення його в чистому вигляді, що унеможливує несанкціонований доступ до компонентів ядерної зброї.

Центральним фізичним процесом, на якому ґрунтується робота РХЯП, є хвиля ядерних поділів. Така хвиля є саморегульованою й може існувати протягом тривалого періоду часу без зовнішнього джерела нейтронів або періодичного втручання системи управління для підтримки

реактора у критичному стані. Після ініціалізації хвилі (за рахунок, наприклад, створення критичної концентрації ^{239}Pu в зоні запалу поблизу одного з торців циліндричної активної зони) розподіли густини енерговиділення, концентрацій ядер, потоку нейтронів і температури поступово перетворюються у хвилю постійної форми. Хвиля переміщується вздовж активної зони зі сталою швидкістю, допоки інший торець активної зони залишається достатньо далеко. Режим стаціонарної хвилі ми розглядаємо як основний режим роботи РХЯП. Такий режим є саморегульованим, тому швидкість хвилі, а з нею і потужність реактора визначається матеріальними параметрами РХЯП, такими як початковий склад активної зони або її радіус, а також фіксованими параметрами роботи системи охолодження (вхідна температура охолоджувача, швидкість прокачування). У роботах [1 - 4] ми використовували модель реактора на швидких нейтронах із паливом на основі чистого ^{238}U . Вона включає одновимірне рівняння дифузії нейтронів в одногруповому наближенні за енергією і рівняння вигорання для основних нуклідів ланцюжка перетворень ^{238}U . Модель містить змінний управляючий параметр - ефективну концентрацію поглинач p , що враховує бічний витік нейтронів і поглинання нейтронів усіма нуклідами, які не входять до ланцюжка перетворень ^{238}U . Результатом розрахунку є так звана швидкісна характеристика РХЯП $w(p)$ – залежність безрозмірної швидкості хвилі w від ефективної концентрації поглинач. Показано,

© О. М. Хотяїнцева, В. М. Хотяїнцев, В. М. Павлович, 2016

що швидкісна характеристика є двозначною [1, 2], а стани нижньої гілки в саморегульованому реакторі є нестійкими й не реалізуються на практиці [3, 4]. Тобто існує мінімальна можлива швидкість стаціонарної хвилі в режимі саморегулювання. У роботі [4] було показано, що малих змін параметрів реактора достатньо для суттєвої зміни швидкості хвилі, а з нею й потужності реактора, яка у випадку малих змін параметрів прямо пропорційна швидкості.

У той же час домінуючий у літературі підхід до розрахунку стаціонарної хвилі ядерних поділів відрізняється від використаного нами в теорії швидкісної характеристики РХЯП [1 - 4] і наслідує схему розрахунку традиційних реакторів, коли наперед задається потужність реактора P , а розраховується для заданих параметрів реактора так званий коефіцієнт розмноження нейтронів k_{ef} , – параметр, який у рівняння дифузії (переносу) нейтронів вводиться штучно. Подібним чином працюють і детерміністичні, і Монте-Карло коди для розрахунку реакторів. За такого підходу швидкість стаціонарної хвилі фіксується заданою наперед потужністю, а замість реальної швидкості обчислюється k_{ef} . Наперед задана потужність (а з нею і швидкість хвилі) збігається з реальною для заданих вхідних параметрів реактора, тільки якщо $k_{ef} = 1$. У реальних розрахунках досягти точної рівності практично неможливо, і завжди $k_{ef} \neq 1$. Отже, питання, як дійсна потужність даного реактора відрізняється від наперед заданої або як треба змінити параметри реактора, щоб залишити незмінною бажану потужність, залишається без відповіді. Крім того, швидкість хвилі не знаходиться як функція вхідних параметрів РХЯП; цей важливий аспект випадає із розгляду в розрахунках k_{ef} з фіксованою потужністю.

Щоб зняти зазначені питання, необхідно встановити відповідність між теорією швидкісної характеристики РХЯП з поглиначем [1 - 4] і традиційним підходом з використанням ефективного коефіцієнта розмноження нейтронів. Для цього у даній роботі встановлюється зв'язок між швидкістю хвилі (потужністю реактора), ефективною концентрацією поглиначів й ефективним коефіцієнтом розмноження нейтронів k_{ef} , або реактивністю ρ . Це відкриває можливість досліджувати швидкісну характеристику РХЯП за допомогою потужних спеціалізованих реакторних кодів, зокрема Монте-Карло кодів SERPENT [5] і MCNP [6].

Модель РХЯП із реактивністю і задача на стаціонарну хвилю

Основні рівняння включають одновимірне рівняння дифузії нейтронів в односторонньому наближенні та рівняння вигорання ядер. Температурний зворотний зв'язок, який вважається миттєвим, описується членом у рівнянні дифузії, пропорційним квадрату нейтронного потоку. Хвиля поширюється вздовж осі циліндричної активної зони, яка є достатньо довгою, щоб вважатися безмежною. Задача зводиться до ефективно одновимірної моделі, що враховує радіальний витік нейтронів у наближенні поперечного баклінгу [7, 8]. У рівняння дифузії нейтронів вводиться параметр k_{ef} або реактивність $\rho = 1 - 1/k_{ef}$ таким же чином, як зазвичай ефективний коефіцієнт розмноження нейтронів вводиться в систему рівнянь для стаціонарної хвилі [9, 10]:

$$1/v \partial \phi / \partial t = D \partial^2 \phi / \partial x^2 + (v \Sigma_f / k_{ef} - \Sigma_a - DB_{\perp}^2 + f \phi \Sigma_a) \phi. \quad (1)$$

Тут v – середня швидкість нейтронів; ϕ – нейтронний потік; D – коефіцієнт дифузії нейтронів; B_{\perp}^2 – поперечний баклінг (геометричний параметр, що зменшується із збільшенням радіуса активної зони); ν – середнє число нейтронів поділу; Σ_f і Σ_a – макроскопічні перерізи поділу і поглинання; f – не залежний від нейтронного потоку коефіцієнт зворотного зв'язку. За нашими оцінками, типові значення f за порядком величини становлять від -10^{-18} до -10^{-19} см²·с [2, 4]. Детальні пояснення щодо моделі зворотного зв'язку можна знайти в роботі [4].

Для ланцюжка перетворень ²³⁸U рівняння вигорання мають такий вигляд:

$$\partial N_1 / \partial t = -\sigma_{a1} N_1 \phi, \quad (2)$$

$$\partial N_2 / \partial t = \sigma_{c1} N_1 \phi - N_2 / \tau_2 - \sigma_{a2} N_2 \phi, \quad (3)$$

$$\partial N_3 / \partial t = N_2 / \tau_2 - \sigma_{a3} N_3 \phi, \quad (4)$$

$$\partial N_4 / \partial t = \sigma_{c2} N_2 \phi + \sigma_{c3} N_3 \phi - \sigma_{a4} N_4 \phi, \quad (5)$$

$$\partial N_5 / \partial t = \sigma_{c4} N_4 \phi - N_5 / \tau_5 - \sigma_{a5} N_5 \phi, \quad (6)$$

$$\partial N_6 / \partial t = \sigma_{c5} N_5 \phi - \sigma_{a6} N_6 \phi, \quad (7)$$

$$\partial N_7 / \partial t = \sigma_{c6} N_6 \phi, \quad (8)$$

$$\partial N_8 / \partial t = N_7 / \tau - \sigma_{a8} N_8 \phi, \quad (9)$$

$$\partial N_9 / \partial t = \sigma_{c8} N_8 \phi, \quad (10) \quad \sigma_{ci}, \sigma_{fi}, \sigma_{ai} - \text{мікроскопічні перерізи захоплення,}$$

$$\partial N_{10} / \partial t = \sum_{i=1}^8 \sigma_{fi} N_i \phi - \sigma_{a10} N_{10} \phi, \quad (11) \quad \text{поділу і поглинання } i\text{-го нукліда відповідно;}$$

$$\partial N_{11} / \partial t = \sigma_{c10} N_{10} \phi, \quad (12) \quad \sigma_{ai} = \sigma_{ci} + \sigma_{fi}. \text{ Нумерація нуклідів, час життя}$$

де N_i – концентрації нуклідів із ланцюжка ядерних перетворень у паливі, який розглядається;

нестабільних нуклідів, одноступові мікроскопічні перерізи захоплення і поділу (в барнах), середнє число нейтронів поділу наведені в табл. 1. Слід зазначити, що обрані в табл. 1 ядерні константи відповідають реактору з оксидним паливом. Такі самі дані використовувались у роботі [4].

Таблиця 1. Нумерація нуклідів, часи життя та одноступові мікроскопічні дані

Ізотоп	Час життя нестабільних нуклідів, $\tau = T_{1/2} / \ln 2$	Переріз захоплення (барн), σ_c	Переріз поділу (барн), σ_f	Середнє число нейтронів поділу, ν	
^{238}U	N_1	0,29	0,044	2,77	
^{239}Np	N_2	3,4 доби	2,0	0,3	2,9
^{239}Pu	N_3	0,5	1,82	2,93	
^{240}Pu	N_4	0,5	0,36	3,07	
^{241}Pu	N_5	20,6 років	0,46	2,52	2,96
^{242}Pu	N_6	0,35	0,28	3,01	
^{243}Am	N_7				
^{241}Am	N_8	1,5	0,4	2,8	
^{242}Am	N_9				
Продукти поділу	N_{10}	0,47			
	N_{11}				

Кінцевими інертними продуктами в ланцюжку перетворень ^{238}U ми вважаємо ^{243}Am (що утворюється в результаті захоплення нейтрона ядром ^{242}Pu і наступного швидкого β -розпаду короткоживучого ^{243}Pu) і ^{242}Am (що утворюється в результаті захоплення нейтрона ядром ^{241}Am). Проміжні нукліди з коротким часом життя ^{239}U і ^{240}Np не враховуються. Кінетика концентрацій продуктів поділу описується рівняннями (11) і (12). Пари продуктів поділу умовно розділено на два типи: ті, що захоплюють нейтрони (N_{10}), та інертні (N_{11}). Традиційно у спрощених моделях звичайних швидких реакторів зменшення концентрації продуктів поділу за рахунок їхнього вигорання не враховують, хоча поглинання нейтронів продуктами поділу враховується обов'язково [8, 11]. Проте в реакторі на хвилі ядерних поділів реалізуються значно більші флюенси. Тому в рівнянні дифузії нейтронів (1) враховується зменшення їхньої кількості за рахунок поглинання продуктами поділу, а в рівнянні (11) враховується відповідне вигорання продуктів поділу. Рівняння для кінцевих інертних продуктів (8), (10), (12) необхідні лише для того, щоб відслідковувати збереження загальної кількості ядер.

Макроскопічні перерізи поділу Σ_f і поглинання Σ_a в рівнянні дифузії нейтронів (1) враховують внески від нуклідів $N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6,$

N_8, N_{10} , тобто від усіх нуклідів із ланцюжка ядерних перетворень у паливі, який розглядається, крім інертних кінцевих продуктів. Макроскопічний переріз поглинання Σ_a в рівнянні (1), крім зазначених ядер, урахуває поглинання нейтронів всіма іншими ядрами, сукупність яких будемо називати поглиначем. Це ядра кисню або інших елементів, хімічно зв'язаних з важкими нуклідами, ядра конструкційних матеріалів, теплоносія, а також власне поглинач, який уводиться до початкового складу реактора саме для управління балансом нейтронів. Будемо вважати, що макроскопічний переріз поглинання поглинач Σ^A включає також доданок DB_{\perp}^2 , що відповідає за бічний витік нейтронів, і під час поширення хвилі переріз поглинання поглинач не змінюється (поглинач такий, що не вигорає).

Для стаціонарної хвилі, що поширюється в напрямі, протилежному осі Ox зі швидкістю u (u додатне), усі величини залежать лише від хвилювочної змінної $z = x + ut$, а вихідна система (1 - 12) набуває вигляду системи звичайних диференціальних рівнянь. Перед хвилею є лише ^{238}U в початковій концентрації $N_{1,0}$; концентрації всіх інших нуклідів із ланцюжка перетворень і густина нейтронного потоку дорівнюють нулю: $N_1(-\infty) = N_{1,0}, N_{i \neq 1}(-\infty) = 0, \phi(-\infty) = 0$. Після

проходження хвилі нейтронів немає $\phi(+\infty) = 0$. Указана система рівнянь із зазначеними крайовими умовами на нескінченності та умовою невід'ємності нейтронного потоку $\phi \geq 0$ складає нелінійну спектральну крайову задачу на розв'язок у вигляді стаціонарної хвилі. Спектральним параметром задачі може виступати швидкість хвилі, вхідні параметри реактора чи реактивність.

Перехід до безрозмірних змінних у рівняннях (1 - 12) дозволяє виділити мінімальну кількість незалежних параметрів задачі. Для цього ми рівняння (1) розділимо на характерний макроскопічний переріз $\Sigma^0 = (\sigma_{a1} - v_1\sigma_{f1})N_{1,0}$. Умовна довжина міграції нейтронів $L = \sqrt{D/\Sigma^0}$ близько 20 см для швидкого реактора [4]. Характерний час поширення хвилі $T = L/u$ має порядок кількох років, і для повільного процесу поширення хвилі дифузію нейтронів із великою точністю можна вважати квазістаціонарною [1 - 4, 12]. Крім цього, можна знехтувати запізненням виходу частини нейтронів поділу. Ми вводимо безрозмірні концентрації i -го нукліда $N'_i = N_i/N_{1,0}$, ефективну концентрацію поглинача $p = \Sigma^A/\Sigma^0$, що включає поглинання нейтронів непаливними нуклідами і бічний витік нейтронів, безрозмірну швидкість хвилі $w = u\tau_2/L$, безрозмірну хвильову змінну $z' = z/L$, нормований на швидкість хвилі безрозмірний потік нейтронів $\phi' = \phi\sigma_{a1}\tau_2/w$, безрозмірний коефіцієнт зворотного зв'язку $\gamma = f/\sigma_{a1}\tau_2$, безрозмірний нейтронний флюенс $\psi' = \sigma_{a1}\psi$. У подальшому штрихи над безрозмірними величинами опускаємо. Рівняння дифузії нейтронів (1), записане через реактивність $\rho = 1 - 1/k_{eff}$ замість k_{eff} , у безрозмірних змінних набуває вигляду

$$d^2\phi/dz'^2 + g\phi = 0, \quad (13)$$

$$g = \sum_i c_i N'_i - \rho \sum_i e_i N'_i - p + \gamma w \phi \left(\sum_i (e_i - c_i) N'_i + p \right), \quad (14)$$

де

$$c_i = (v_i\sigma_{fi} - \sigma_{ai})/(\sigma_{a1} - v_1\sigma_{f1}),$$

$$e_i = v_i\sigma_{fi}/(\sigma_{a1} - v_1\sigma_{f1}).$$

Слід мати на увазі, що коефіцієнт k_{eff} у задачі на стаціонарну хвилю відрізняється від ефективного коефіцієнта розмноження нейтронів, що використовується в теорії звичайних реакторів, де він є характеристикою заданого фіксованого розподілу ядер у реакторі. У задачі на стаціонар-

ну хвилю розподіл ядер не є наперед заданим, а встановлюється в результаті формування стаціонарної хвилі й визначається початковим складом активної зони та матеріальними параметрами реактора. У звичайному реакторі, якщо змінити розподіл ядер, наприклад здійснити невелике переміщення регулюючих стержнів, то це викликає відповідну зміну реактивності, але розподіл інших ядер при цьому не змінюється. Якщо ж в реакторі на хвилі ядерних поділів ми змінюємо, наприклад, концентрацію поглинача в активній зоні, то це викликає перебудову всієї хвилі, відповідно змінюються розподіли концентрацій інших ядер, і результуюча зміна реактивності визначається цією сумарною зміною розподілу ядер.

Теорія стаціонарної хвилі ядерних поділів із реактивністю

Теорія стаціонарної хвилі ядерних поділів для моделі РХЯП із поглиначем, запропонована в роботах [1, 2, 4], базується на двох умовах рівноваги інтегрального типу. Вони справедливі для будь-якої моделі вигорання ядер і будь-якого явного вигляду функції генерації нейтронів g . Отже, задача полягає лише в тому, щоб включити в теорію додатковий параметр моделі – реактивність ρ . Тому ми повторимо тут основні кроки теорії, одночасно відмічаючи нові моменти. Інтегрування рівняння (13) по dz' і ще раз по $d\phi'$ від $-\infty$ до поточного z дає такі рівняння:

$$d\phi/dz + G = 0, \quad (15)$$

$$\phi^2/2 + M = 0. \quad (16)$$

Тут прийнято до уваги, що при $z \rightarrow -\infty$ (перед хвилею) густина нейтронного потоку ϕ експоненціально прямує до нуля разом зі своєю похідною $d\phi/dz$, а функції G і M визначаються як

$$G = \int_{-\infty}^z g(z')\phi(z')dz', \quad (17)$$

$$M = \int_{-\infty}^z G(z')\phi(z')dz'. \quad (18)$$

Для стаціонарної хвилі в кожному елементарному об'ємі активної зони концентрації ядер змінюються від заданого початкового стану до кінцевого. Природною внутрішньою координатою для описання цих змін виступає нейтронний флюенс [1, 2, 4], що є інтегралом по часу від густини нейтронного потоку. При переході до хвильової змінної маємо $\psi(z) = \int_{-\infty}^z \phi(z')dz'$, або

$d\psi = \phi(z)dz$. Із зміною хвильової координати від $-\infty$ до $+\infty$ флюенс монотонно зростає від нуля до деякого максимального значення ψ_f , і тому хвильову координату z , концентрації ядер N_i , потік ϕ , функцію g і всі інші величини можна розглядати у випадку стаціонарної хвилі як функції флюенсу. Тоді формули (17), (18) набувають вигляду

$$G(\psi) = \int_0^\psi g(\psi')d\psi', \quad (19)$$

$$M(\psi) = \int_0^\psi G(\psi')d\psi'. \quad (20)$$

За хвилею (при $z \rightarrow +\infty$) потік також прямує до нуля експоненціально. Тому $\phi \rightarrow 0$ і $d\phi/dz \rightarrow 0$ при $\psi \rightarrow \psi_f$, і з рівнянь (15), (16) випливають дві умови рівноваги для стаціонарної хвилі:

$$G(\psi_f) = 0, \quad (21)$$

$$M(\psi_f) = 0. \quad (22)$$

Застосування цих умов на практиці ґрунтується на теорії збурень. У нульовому наближенні ми нехтуємо кількома малими ефектами, які будуть ураховані в наступному наближенні. Вони пов'язані з впливом зворотного зв'язку температурного походження, а також із наявністю в ланцюжку перетворень ^{238}U нестабільних нуклідів ^{239}Np і ^{241}Pu . А саме в нульовому наближенні приймаються такі спрощення: 1) зміна температури реактора не впливає на перебіг нейтронно-ядерних процесів ($\gamma = 0$); 2) час β -розпаду ^{239}Np дорівнює нулю (відповідно концентрація ^{239}Np дорівнює нулю, а ^{238}U , захоплюючи нейтрон, безпосередньо перетворюється у ^{239}Pu); 3) ^{241}Pu є стабільним.

За таких спрощень поточні концентрації нуклідів і функції g , G і M не залежать від швидкості хвилі, повністю визначаються тільки флюенсом і знаходяться в аналітичному вигляді з рівнянь вигорання (2 - 12) та означень (14), (19), (20). Умови рівноваги (21), (22) мають вигляд системи алгебраїчних рівнянь на p і ψ_f , з яких знаходяться ефективна концентрація поглинач $p = p_0$ і кінцевий флюенс $\psi_f = \psi_{f0}$ у нульовому наближенні; після цього нормований безрозмірний потік $\phi(\psi)$ знаходиться із рівняння (16). Про це докладно написано у роботі [1] для випадку $\rho = 0$.

Якщо обмежитись тільки нульовим наближенням (як у роботі [10]), може створитись хибне враження, що хвиля існує тільки при певному значенні ефективної концентрації поглинач p_0 і характеризується цілком певним кінцевим флюенсом ψ_{f0} . Насправді це не так, а лише з точністю до впливу ефектів, якими ми знехтували. Швидкість хвилі в нульовому наближенні також не визначається, оскільки всі ефекти, що залежать від швидкості, не враховувались. Тому в наступному наближенні їх необхідно врахувати.

У наступному першому наближенні зазначені ефекти вносять малі поправки до функцій G і M , що залежать від швидкості: $G = G^{(0)} + G^{(1)}(w)$, $M = M^{(0)} + M^{(1)}(w)$. Уведемо тепер у рівняння дифузії нейтронів параметр k_{ef} (як показано в рівнянні (1)) і виразимо його через реактивність ρ , яка є малою. Тоді у виразі для функції генерації нейтронів g (14) з'явиться додатковий малий член, пропорційний реактивності ($-\rho \sum_i e_i N_i$); відповідно функції G і M в умовах рівноваги (21), (22) також міститимуть малі додаткові члени з реактивністю. Їх можна розрахувати в нульовому наближенні, знехтувавши пропорційними ρ поправками до $G^{(1)}(w)$ і $M^{(1)}(w)$, які самі є малими.

Тепер в умові рівноваги (22) розкладемо $M^{(0)}(p, \rho, \psi_f)$ у ряд за малими відхиленнями від точки з точністю до лінійних членів:

$$M^{(0)}(p_0, 0, \psi_{f0}) + \frac{\partial M^{(0)}}{\partial p}(p - p_0) + \frac{\partial M^{(0)}}{\partial p}\rho + \frac{\partial M^{(0)}}{\partial \psi_f}(\psi_f - \psi_{f0}) + M^{(1)}(w) = 0. \quad (23)$$

Усі похідні від $M^{(0)}$ тут і далі обчислюються в точці $(p_0, 0, \psi_{f0})$. Оскільки за умовами рівноваги нульового наближення два доданки з п'яти обертаються в нуль, $M^{(0)}(p_0, 0, \psi_{f0}) = 0$ і $\frac{\partial M^{(0)}}{\partial \psi_f} = G^{(0)}(p_0, 0, \psi_{f0}) = 0$, то рівняння (23) дає шуканий зв'язок між p , ρ і w :

$$\frac{\partial M^{(0)}}{\partial p}(p - p_0) + \frac{\partial M^{(0)}}{\partial p}\rho + M^{(1)}(w) = 0. \quad (24)$$

Отже, в нульовому наближенні (при $M^{(1)}(w) = 0$) ефективна концентрація поглинач

і реактивність пов'язані лінійним співвідношенням $p = p_0 - ar$, де коефіцієнт $a = \frac{\partial M^{(0)}/\partial p}{\partial M^{(0)}/\partial p}$ є параметром нульового наближення. Він визначається матеріальними параметрами задачі (мікроскопічними перерізами, початковим складом) і легко розраховується аналітично або чисельно. Використовуючи явний вигляд функції g (14), отримуємо

$$a = 2 \sum_i e_i M_i^{(0)}(p_0, 0, \psi_{f0}) / \psi_{f0}^2, \quad (25)$$

де

$$M_i^{(0)}(\psi_{f0}) = \int_0^{\psi_{f0}} d\psi \int_0^{\psi} d\psi' N_i(\psi'). \quad (26)$$

Залежність $M^{(1)}$ від швидкості w була знайдена в роботах [1, 2, 4], і було отримане рівняння швидкісної характеристики

$$p - p_0 = -(b_0 + b_1 \gamma) w - (p_0 - p'_0) \delta / (w + \delta). \quad (27)$$

Тут b_0 , b_1 , δ і p'_0 є параметрами швидкісної характеристики першого наближення. Порівняння (24) і (27) показує, що швидкісна характеристика для РХЯП з поглиначем і реактивністю має вигляд

$$p - p_0 + ar = -(b_0 + b_1 \gamma) w - (p_0 - p'_0) \delta / (w + \delta). \quad (28)$$

Якщо $p = 0$, рівняння (28) збігається з рівнянням (27). Отже, порівняно з результатами робіт [1 - 4], швидкісна характеристика (28) містить новий доданок ar , лінійний за реактивністю. Знаючи розподіли концентрацій і кінцевий флюенс при $p = 0$ у нульовому наближенні, коефіцієнт a можна розрахувати за формулою (25). Насправді для цього можна використовувати дані про розподіли концентрації, розраховані будь-яким способом при будь-яких малих значеннях реактивності.

Результати перевірки теорії чисельними розрахунками

Чисельні оцінки й розрахунки виконувались для одноступових даних, наведених у табл. 1. Значення параметрів швидкісної характеристики (28) представлено в табл. 2. Коефіцієнт a розраховано за формулами (25) - (26). Параметри швидкісної характеристики (28) p_0 , p'_0 , b_0 , b_1 , δ були визначені раніше [4] при $p = 0$.

Для перевірки точності теоретичного результату (28) вихідна крайова задача на стаціонарну хвилю розв'язувалась чисельно без будь-яких

Таблиця 2. Параметри швидкісної характеристики РХЯП (розрахунок для даних, наведених у табл. 1)

p_0	b_0	b_1	a	p'_0	δ
0,083	1,12	-0,32	2,40	0,021	$3,14 \cdot 10^{-4}$

спрощень. Із формули (28) випливає, що при фіксованій швидкості хвилі w реактивність p лінійно спадає з ростом ефективної концентрації поглинача p . Отримані результати повністю підтверджують цей висновок теорії. Для перевірки ми вибрали чотири різні точки на швидкісних характеристиках реактора при $p = 0$ (три точки з різними швидкостями за відсутності температурного зворотного зв'язку $\gamma = 0$ і ще одну точку для іншого значення коефіцієнта зворотного зв'язку $\gamma = -10$), після чого змінювали реактивність при фіксованій швидкості.

На рис. 1 точками показано значення $p(p)$, отримані прямим чисельним розв'язанням вихідної задачі на стаціонарну хвилю. Крім того, для кожної з вибраних вихідних точок при $p = 0$ розраховувались значення коефіцієнта a за формулами (25) - (26), використовуючи розподіли концентрацій, знайдені у процесі чисельного розв'язання задачі. За знайденими значеннями a будувались показані на рисунку суцільні прямі, що відповідають теоретичній залежності (28) при фіксованій швидкості хвилі. Видно що результати, отримані обома способами, практично збіглися, точки добре лягають на теоретичні прямі. При цьому максимальне відхилення значень коефіцієнта a від розрахованого у нульовому наближенні (див. табл. 2) становить близько одного відсотка, тобто є величиною порядку ρ , що повністю відповідає точності теорії. Якщо прийняти, що початкова концентрація $^{238}\text{U } N_0 = 1,3 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$ і коефіцієнт дифузії нейтронів $D = 1,5 \text{ см}$, що відповідає нітридному паливу, то для довжини дифузії нейтронів отримаємо оцінку $L = 23,5 \text{ см}$ [4]. У такому випадку рисунку відповідають розмірні швидкості хвилі $u = 3,78 \text{ см/рік}$, $u = 12,61 \text{ см/рік}$ і $u = 37,84 \text{ см/рік}$. Тобто значення коефіцієнта a практично не змінюється для широкого діапазону швидкостей стаціонарної хвилі.

На рис. 2 зображено чотири криві $w(p)$: 1 і 2 представляють собою швидкісні характеристики без урахування зворотного температурного зв'язку ($\gamma = 0$) для двох фіксованих значень ефективної концентрації поглинача $p = 0,066$ і $p = 0,074$ відповідно (що в реальності може означати, наприклад, різні радіуси активної зони); криві 3 і 4 - це швидкісні характеристики з урахуванням температурного зворотного зв'язку ($\gamma = -5$) для тих же значень $p = 0,066$ і $p = 0,074$ відповідно.

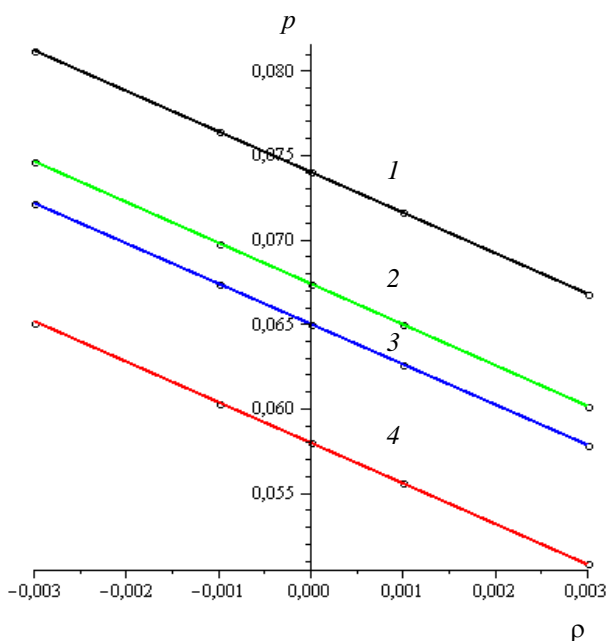


Рис. 1. Залежність ефективної концентрації поглиначів від реактивності при фіксованій швидкості хвилі: точки – чисельний розрахунок; суцільні лінії – теорія (прямі (28)): 1 - $w = 0,0015$, $\gamma = 0$, $\alpha = 2,402$; 2 - $w = 0,005$, $\gamma = 0$, $\alpha = 2,406$; 3 - $w = 0,015$, $\gamma = 0$, $\alpha = 2,381$; 4 - $w = 0,005$, $\gamma = -10$, $\alpha = 2,412$.

Висновки

Швидкісна характеристика РХЯП – це залежність швидкості стаціонарної хвилі ядерних поділів, або потужності, від управляючих параметрів реактора, причому невеликих змін параметрів реактора достатньо, щоб суттєво змінити потужність. У РХЯП, що працює в саморегульованому режимі, стани нижньої гілки швидкісної характеристики є нестійкими [4], а, отже, вигляд і параметри швидкісної характеристики є критично важливими для практичної реалізації РХЯП.

У цій роботі ми включили в теорію швидкісної характеристики РХЯП із поглиначем [1 - 4] реактивність (або ефективний коефіцієнт розмноження нейтронів) як додатковий параметр. У результаті отримано зв'язок між безрозмірною швидкістю стаціонарної хвилі w , ефективною концентрацією поглиначів p і реактивністю ρ (див. рівняння (28)). Результати показують, що з точністю до сталого масштабного множника зміни реактивності і зміни ефективної концентрації поглиначів рівнозначні щодо впливу на швидкість хвилі у практично цікавих межах. Незважаючи на те, що результати цієї роботи отримані в одноступеневій дифузійній моделі, вони мають значний потенціал для узагальнення. А отже, досліджувати залежність швидкості (потужності) від будь-якого параметра реактора можна у два етапи: 1) швидкість (потужність) від реактивності

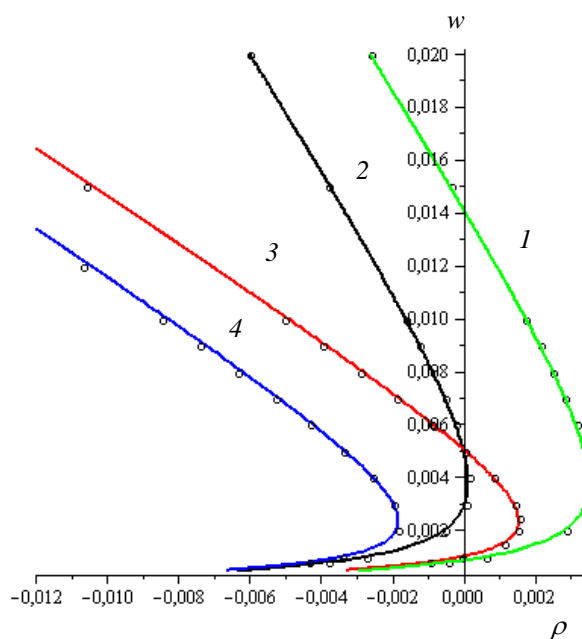


Рис. 2. Швидкісна характеристика хвилі як функції реактивності: точки – чисельний розрахунок; суцільні лінії – теорія (28): 1 - $p = 0,066$, $\gamma = 0$; 2 - $p = 0,074$, $\gamma = 0$; 3 - $p = 0,066$, $\gamma = -5$; 4 - $p = 0,074$, $\gamma = -5$.

ті при фіксованих параметрах реактора; 2) реактивність від вибраного параметра реактора при фіксованій швидкості (потужності). Цінність цього висновку полягає перш за все в тому, що обидва етапи можуть бути реалізовані за допомогою стандартних реакторних кодів, таких як MCNPX, SERPENT, ERANOS та ін. Це відкриває шлях до кількісного вивчення швидкісної характеристики поза межами спрощеного одноступенєвого дифузійного описання за допомогою сучасних потужних програмних засобів розрахунку реакторів.

Такі програмні засоби використовуються для розрахунків параметрів хвилі в реакторах типу CANDU вже тривалий час, але питання про стійкість отриманих розв'язків залишається відкритим. При цьому потужність реактора фіксується на довільному бажаному рівні. Визначити стійкість такого розв'язку без розрахунку реальної динаміки реактора (що вимагає залучення програм динаміки) дозволяють результати цієї роботи. Для цього достатньо за допомогою того ж реакторного коду розрахувати реактивності для двох близьких потужностей та оцінити кутовий коефіцієнт швидкісної характеристики $(P_2 - P_1)/(\rho_2 - \rho_1)$, звичайно з урахуванням температурних зворотних зв'язків. Для верхньої гілки (стійкої) коефіцієнт є від'ємним, а для нижньої (нестійкої) – додатним.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Khotyayintsev V.M., Pavlovych V.M., Khotyayintseva O.M.* Travelling-wave reactor: velocity formation mechanisms // PHYSOR 2010, on CD-ROM.
2. *Хотяйнцева Е.Н., Хотяйнецв В.Н., Павлович В.Н.* Влияние температурной обратной связи на стационарную волну ядерных делений // Ядерна фізика та енергетика. - 2014. - Т. 15, № 1. - С. 26 - 34.
3. *Хотяйнцева Е.Н., Хотяйнецв В.Н., Аксенов А.В., Павлович В.Н.* Исследование на устойчивость стационарной волны ядерных делений // Ядерна фізика та енергетика. - 2014. - Т. 15, № 3. - С. 253 - 258.
4. *Khotyayintsev V.M., Khotyayintseva O.M., Aksonov A.V. et al.* Velocity characteristic and stability of wave solutions for a CANDLE reactor with thermal feedback // Annals of Nuclear Energy. - 2015. - Vol. 85C. - P. 337 - 345.
5. *Fridman E., Leppänen J.* On the use of the Serpent Monte Carlo code for few-group cross section generation // Annals of Nuclear Energy. - 2011. - Vol. 38. - P. 1399 - 1405.
6. *Kheradmand Saadi M., Abbaspour A., Pazirandeh A.* Startup of "CANDLE" burnup in a Gas-cooled Fast Reactor using Monte Carlo method // Annals of Nuclear Energy. - 2012. - Vol. 50. - P. 44 - 49.
7. *Феоктистов Л.П.* Нейтронно-делительная волна // Докл. Акад. наук СССР. - 1989. - Т. 309. - С. 864 - 867.
8. *Fomin S., Mel'nik Yu., Pilipenko V., Shul'ga N.* Initiation and propagation of nuclear burning wave in fast reactor // Progress in Nuclear Energy. - 2008. - Vol. 50. - P. 163 - 169.
9. *Sekimoto H., Ryu K., Yoshimura Y.* CANDLE: The New Burnup Strategy // Nuclear Science and Engineering. - 2001. - Vol. 139. - P. 306 - 317.
10. *Chen X.-N., Maschek W.* Transverse buckling effects on solitary burn-up waves // Annals of Nuclear Energy. - 2005. - Vol. 32. - P. 1377 - 1390.
11. *Walter A.E., Reynolds A.B.* Fast Breeder Reactors. - New York: Pergamon Press, 1981.
12. *Van Dam H.* Self-stabilizing criticality waves // Annals of Nuclear Energy. - 2000. - Vol. 27. - P. 1505 - 1521.

Е. Н. Хотяйнцева¹, В. Н. Хотяйнецв², В. Н. Павлович¹

¹ *Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев*

² *Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев*

РЕАКТИВНОСТЬ В ТЕОРИИ СТАЦИОНАРНОЙ ВОЛНЫ ЯДЕРНЫХ ДЕЛЕНИЙ

Исследуется аксиальное распространение стационарной волны ядерных делений в активной зоне волнового реактора цилиндрической формы, известного также как CANDLE. Используется эффективная одномерная модель быстрого реактора с уран-плутониевым топливом. Одногрупповое уравнение диффузии нейтронов решается совместно с уравнениями выгорания нуклидов. В предыдущих работах была получена аналитическая зависимость скорости волны от эффективной концентрации поглотителя, так называемая скоростная характеристика. За счет нестабильности ²⁴¹Pu скоростная характеристика реактора оказывается двузначной, причем решения нижней ветки являются неустойчивыми. В данной работе в уравнение диффузии введена реактивность как дополнительный параметр. В результате получено обобщенное уравнение скоростной характеристики, которое определяет зависимость скорости волны от эффективной концентрации поглотителя и реактивности. Показано, что эффективная концентрация поглотителя и реактивность входят в уравнение скоростной характеристики линейно; это значит, что их изменения являются равнозначными с точностью до множителя. Это открывает возможность исследовать скоростную характеристику реактора на волне ядерных делений при помощи современных компьютерных кодов для ядерных реакторов, рассчитывая реактивность для ряда значений мощности.

Ключевые слова: волна ядерных делений, быстрый реактор, реактор на волне ядерных делений, одногрупповое приближение, реактивность.

О. М. Khotyayintseva¹, V. M. Khotyayintsev², V. M. Pavlovych¹

¹ *Institute for Nuclear Research, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv*

² *Taras Shevchenko National University, Kyiv*

REACTIVITY IN THE THEORY OF THE STATIONARY NUCLEAR FISSION WAVE

Axial motion of the stationary nuclear fission wave in the cylindrical core of the traveling wave reactor (known also as CANDLE) using an effective one-dimensional model of the fast spectrum reactor with uranium-plutonium fuel we studied. The model includes one-group diffusion equation for the neutron flux and kinetic equations for nuclear densities. The so-called velocity characteristic has been studied in our previous works. It is the dependence of the wave velocity on the effective concentration of the absorber. Due to instability of long-living ²⁴¹Pu it is two-valued, and the solutions of the lower branch are unstable. In this paper, reactivity into the diffusion equation as an additional parameter of the model and obtain the generalized equation of the velocity characteristic connecting the wave velocity with the effective concentration of the absorber and reactivity was introduced. Since the equation includes both parameters linearly and additively, their variations are interchangeable, in the appropriate scale. Obtained results open the way to study

the velocity characteristic of the reactor with powerful reactor codes (outside one-group diffusion approximation), calculating the effective multiplication factor in the stationary wave mode for a series of fixed values of the reactor power.

Keywords: nuclear fission wave, CANDLE, fast reactor, one-group approximation, reactivity.

REFERENCES

1. *Khotyayintsev V.M., Pavlovych V.M., Khotyayintseva O.M.* Travelling-wave reactor: velocity formation mechanisms // PHYSOR 2010, on CD-ROM.
2. *Khotyayintseva E.N., Khotyayintsev V.N., Pavlovich V.N.* // *Yaderna fizyka ta energetyka (Nucl. Phys. At. Energy)*. - 2014. - Vol. 15, No. 1. - P. 26 - 34. (Rus)
3. *Khotyayintseva E.N., Khotyayintsev V.N., Aksenov A.V., Pavlovich V.N.* // *Yaderna fizyka ta energetyka (Nucl. Phys. At. Energy)*. - 2014. - T. 15, No. 3. - P. 253 - 258. (Rus)
4. *Khotyayintsev V.M., Khotyayintseva O.M., Aksonov A.V. et al.* Velocity characteristic and stability of wave solutions for a CANDLE reactor with thermal feedback // *Annals of Nuclear Energy*. - 2015. - Vol. 85C. - P. 337 - 345.
5. *Fridman E., Leppänen J.* On the use of the Serpent Monte Carlo code for few-group cross section generation // *Annals of Nuclear Energy*. - 2011. - Vol. 38. - P. 1399 - 1405.
6. *Kheradmand Saadi M., Abbaspour A., Pazirandeh A.* Startup of "CANDLE" burnup in a Gas-cooled Fast Reactor using Monte Carlo method // *Annals of Nuclear Energy*. - 2012. - Vol. 50. - P. 44 - 49.
7. *Feoktistov L.P.* // *Dokl. Akad. nauk SSSR*. - 1989. - Vol. 309. - P. 864 - 867. (Rus)
8. *Fomin S., Mel'nik Yu., Pilipenko V., Shul'ga N.* Initiation and propagation of nuclear burning wave in fast reactor // *Progress in Nuclear Energy*. - 2008. - Vol. 50. - P. 163 - 169.
9. *Sekimoto H., Ryu K., Yoshimura Y.* CANDLE: The New Burnup Strategy // *Nuclear Science and Engineering*. - 2001. - Vol. 139. - P. 306 - 317.
10. *Chen X.-N., Maschek W.* Transverse buckling effects on solitary burn-up waves // *Annals of Nuclear Energy*. - 2005. - Vol. 32. - P. 1377 - 1390.
11. *Walter A.E., Reynolds A.B.* *Fast Breeder Reactors*. - New York: Pergamon Press, 1981.
12. *Van Dam H.* Self-stabilizing criticality waves // *Annals of Nuclear Energy*. - 2000. - Vol. 27. - P. 1505 - 1521.

Надійшла 05.04.2016

Received 05.04.2016