УДК 530.145

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ ТУННЕЛИРОВАНИЯ ЧАСТИЦ ЧЕРЕЗ ДВОЙНОЙ БАРЬЕР

А. К. Зайченко

Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев

Предложен метод вычисления коэффициента прохождения и времени туннелирования частиц через двойной барьер, учитывающий необратимость расплывания волновых пакетов с течением времени. Рассчитаны резонансные значения коэффициента прохождения и времени туннелирования нейтронов через два барьера. Вычисленное значение времени туннелирования сравнивается с экспериментальным.

Введение

До недавнего времени проблема времени туннелирования частиц исследовалась в основном теоретически. Первое измерение времени туннелирования, результаты которого можно сравнивать с предсказаниями теории, было выполнено лишь в 2002 г. в работе [1]. В этой работе была измерена длительность взаимодействия ультрахолодных нейтронов с нейтронным интерференционным фильтром. Потенциальная структура фильтра представляла собой систему двух прямоугольных барьеров, разделенных потенциальной ямой. В результате измерений было найдено время туннелирования нейтронов в резонансе, соответствующем квазистационарному состоянию нейтронов в яме между барьерами. Это позволило приступить, наконец, к апробации различных теоретических подходов к определению времени туннелирования.

В работе [1] было вычислено фазовое время туннелирования нейтронов в резонансе, однако детали вычислений опущены. В работе [2] было найдено общее условие резонанса, исследовано поведение коэффициента прохождения и фазового времени туннелирования в области резонанса и вычислено значение фазового времени туннелирования в резонансе. Вычисленные в работах [1] и [2] значения времени туннелирования почти в два превышают экспериментальное. Такое расхождение обусловлено как экспериментальными факторами (немонохроматичностью нейтронов, угловой расходимостью нейтронного пучка и конечным разрешением детектирующей аппаратуры), так и приближенным характером фазового времени туннелирования.

Фазовое время характеризует туннелирование монохроматических частиц. Более универсальное определение было предложено В. С. Ольховским и Э. Реками [3]. Для описания туннелирования частиц в этом определении используются волновые пакеты. Недавно оно было модифицировано для учета необратимости расплывания волновых пакетов в процессе туннелирования [4]. В рамках модифицированного определения в работе [5] были исследованы свойства времени туннелирования частиц через один барьер. В работе [6] было показано, что при исследовании зависимости времени туннелирования частиц через два барьера от ширины барьеров нужно учитывать характер изменения коэффициента прохождения при увеличении ширины барьеров. Эта работа посвящена выводу выражения для коэффициента прохождения частиц через двойной барьер, обобщению модифицированного определения Ольховского - Реками на случай туннелирования частиц через два барьера, расчету резонансных значений коэффициента прохождения и времени туннелирования нейтронов через два барьера и сравнению вычисленного значения времени туннелирования со значением, полученным в работе [1].

Стационарные волновые функции

Рассмотрим одномерное туннелирование частиц с эффективной массой m и энергией E слева направо вдоль оси x через систему двух одинаковых барьеров шириной a и высотой U_0, расположенных на расстоянии l друг от друга в интервале $[0,\ 2a+l]$. В этом случае стационарная волновая функция имеет вид

$$f_L(k,x) = \exp(ikx) + A_R \exp(-ikx) \tag{1а}$$

в области $x \le 0$ и

$$f_T(k,x) = A_T \exp(ikx) \tag{1б}$$

в области $x \ge 2a+l$, где $k = \sqrt{2mE}/\hbar$, а A_R и A_T – амплитуды отраженной и прошедшей волн соответственно. Для частиц с энергией $E < U_0$ амплитуда A_R равна [7]

$$A_R = \sigma\,\mathrm{sh}(qa)[\mathrm{ch}(qa)\cos(kl) + \\ + \frac{1}{2}\delta\,\mathrm{sh}(qa)\sin(kl)][\sin(kl) - i\cos(kl)]/D, \tag{2}$$

а амплитуда A_T определяется выражением [7, 8]

$$A_T = \exp(-2ika)/D, \tag{3}$$

где $q = \sqrt{2m(U_0 - E)}/\hbar$, $\delta = (q/k) - (k/q)$, $\sigma = (k/q) + (q/k)$. Знаменатель D в формулах (2) и (3) можно представить в виде [2]

$$D = u + w\cos(2kl) + i(v + w\sin(2kl)), \tag{4}$$

где

$$u = \mathrm{ch}^2(qa) - (\delta^2/4)\mathrm{sh}^2(qa),$$

$$v = \delta\,\mathrm{ch}(qa)\mathrm{sh}(qa), \quad w = (\sigma^2/4)\mathrm{sh}^2(qa).$$

Волновые пакеты

В работах [4] и [5] использовались волновые пакеты

$$\psi(x,t) = \int_0^\infty g(k)\, f(k,x)\exp[-i(\hbar k^2/2m)t]\,dk, \tag{5}$$

где $f(k,x)$ – стационарная волновая функция (1),

$$g(k) = g_0(k)\exp[-i(k-k_0)x_0],$$

$$g_0(k) = C_0\exp\{-[(k-k_0)/2\Delta k]^2\},$$

$C_0 = [(2\pi)^{3/2}\Delta k]^{-1/2}$, а k_0 – среднее значение волнового числа частиц в пакете. При таком определении весовых множителей $g(k)$ волновой пакет $\psi_{in}(x,t)$, отвечающий падающим волнам $f_{in} = \exp(ikx)$, принимает вид [4, 5]

$$\psi_{in}(x,t) = C_0 s_{in}^{-1/2}\exp\left\{-\frac{[x-(x_0+\overline{\mathrm{v}}t)]^2}{2s_{in}} + ik_0x - iE_0t/\hbar\right\},$$

где

$$s_{in} = s_0 + i\hbar t/m,$$

$\overline{\mathrm{v}} = \hbar k_0/m$, $E_0 = \hbar^2k_0^2/2m$, а $s_0 = (\Delta k)^{-2}/2$. Центр этого пакета выходит из точки $x = x_0$ в момент времени $t = 0$, движется, расплываясь, вдоль оси x слева направо со скоростью $\overline{\mathrm{v}}$ и в отсутствие барьера приходит в точку $x = 0$ в момент времени $t_0 = -x_0/\overline{\mathrm{v}}$. Точка x_0 является, таким образом, точкой приготовления (источником) волнового пакета. Она должна быть достаточно удалена от барьера, чтобы взаимодействием волнового пакета $\psi_{in}(x,t)$ с барьерами в момент времени $t = 0$ можно было пренебречь, но не настолько далеко, чтобы расплывание при приближении к барьерам значительно изменило длину пакета. В работе [5] использовалось значение $x_0 = -6/\Delta k$.

Волновому пакету (5) отвечает плотность потока вероятности (ток)

$$j(x,t) = \mathrm{Im}[(\hbar/m)\psi^*(x,t)\psi'(x,t)], \tag{6}$$

где штрих обозначает дифференцирование по x.

Коэффициент прохождения

В стационарном формализме коэффициент прохождения частиц через систему двух барьеров (функция пропускания системы) определяется отношением плотности потока вероятности в прошедшей волне к плотности потока вероятности в падающей волне (см. [9], с. 101). В нестационарном формализме это отношение изменяется со временем. Коэффициент прохождения P в этом формализме естественно определить отношением

$$P = \int_0^\infty j_T(x_f,t)\,dt \Big/ \int_0^\infty j_{in}(x_i,t)\,dt, \tag{7}$$

где $j_T(x_f,t)$ и $j_{in}(x_i,t)$ – плотность потока вероятности в прошедшей волне в точке $x_f = 2a + l$ и плотность потока вероятности в падающей волне в точке $x_i = 0$ в момент времени t соответственно. Первый интеграл в формуле (7) равен [4, 5]

$$2\pi\int_0^\infty g_0^2(k)\left|f_T(k,x_f)\right|^2dk = 2\pi\int_0^\infty g_0^2(k)\left|D(k)\right|^{-2}dk,$$

а второй равен единице. Таким образом,

$$P = 2\pi\int_0^\infty g_0^2(k)\left|D(k)\right|^{-2}dk. \tag{8}$$

Аналогичное выражение использовалось и в работе [10].

Время туннелирования

В случае одномерного движения ток (6) можно рассматривать как функцию распределения времени прохождения частицы через точку x (см. [9], с. 80), поэтому в работах [4] и [5] среднее значение времени прохождения частицей через точку x_f (среднее значение времени выхода частицы из второго барьера) считалось равным

$$t_f = \int_0^\infty t\, j_T(x_f, t)dt / \int_0^\infty j_T(x_f, t)dt. \quad (9)$$

Интегрирование по времени в этой формуле приводит к выражению [4, 5]

$$t_f = \frac{m}{\hbar}\int_0^\infty g_0^2 \frac{1}{k}[f_1 f_2' - f_2 f_1' - x_0 |f_T|^2]dk / \int_0^\infty g_0^2 |f_T|^2 dk,$$

где $f_1 \equiv \mathrm{Re}\, f_T$, а $f_2 \equiv \mathrm{Im}\, f_T$. Из формул (1б) и (3) следует, что

$$f_1 f_2' - f_1' f_2 = [l - \left(D_1 D_2' - D_1' D_2\right)/|D|^2]/|D|^2,$$

$$|f_T|^2 = |D|^{-2}.$$

Среднее время прохождения через точку $x = 0$ (среднее значение времени входа частицы в первый барьер) определяется отношением

$$t_0 = \int_0^\infty t\, j_+(0, t)dt / \int_0^\infty j_+(0, t)dt, \quad (10)$$

где $j_+(0,t)$ – положительное значение тока $j(0, t)$, соответствующее частицам, движущимся в точке $x = 0$ слева направо (входящим в первый барьер). Ток $j(0, t)$ в этой формуле выражается через волновой пакет

$$\psi(0, t) = \int_0^\infty g(k)[1 + A_R(k)]\exp[-i(\hbar k^2 / 2m)t]dk.$$

Так как при определении момента времени t_0 учитываются только положительные значения тока $j(0, t)$, интегралы в формуле (10) приходится находить численно.

Время туннелирования определяется разностью среднего значения времени выхода частицы из второго барьера и среднего значения времени входа частицы в первый барьер:

$$\tau = t_f - t_0. \quad (11)$$

Сравнение с результатами измерений

В [1] использовался пучок нейтронов с длиной волны $\lambda = 20{,}1$ Å при полуширине спектра $\Delta\lambda/\lambda \cong 4{,}8$ %. Расчетная ширина углового распределения пучка составляла 3,2 мрад. Измерения проводились в режиме скользящих углов.

В ходе эксперимента нейтроны туннелировали через два одинаковых прямоугольных барьера шириной $a = 300$ Å и высотой U_0 примерно 230 нэВ, разделенных потенциальной ямой шириной $l = 195$ Å с потенциалом, близким к нулю. В этой потенциальной структуре имелся единственный резонансный уровень с энергией $E_r = 127$ нэВ и полушириной 4 нэВ. Измеренное значение времени туннелирования в резонансе составило $(2{,}17 \pm 0{,}2)\cdot 10^{-7}$ с.

В этой работе время туннелирования рассчитывалось по формулам (9) – (11).

В связи с приближенным характером экспериментальных значений параметров барьеров и ямы для потенциала U_0 использовалось значение $U_0 = 243$ нэВ, вытекающее из общего условия резонанса при экспериментальных значениях параметров a и l и резонансном значении энергии E_r [2].

В режиме скользящих углов первоначальный энергетический спектр нейтронов видоизменяется, поэтому при вычислении волновых пакетов в формулах (8 - 10) значение Δk выбиралось таким образом, чтобы полная ширина функции пропускания P на половине ее высоты была равной 8 нэВ. Оптимальным оказалось значение $\Delta k = 0{,}0102\ k_0$. При таком значении Δk коэффициент прохождения нейтронов в резонансе равен 0,5, тогда как в стационарном формализме он равен единице [2].

В работе [1] время туннелирования определялось по изменению фазы прецессии спина нейтронов в постоянном магнитном поле. Для повышения точности измерений нейтроны проходили через две пролетные базы с противоположными направлениями прецессии. Определение параметра x_0 в такого рода измерениях не представляется возможным, поэтому вычисления времени туннелирования были проведены в широком диапазоне значений x_0. При изменении x_0 в пределах от $-8{,}37/\Delta k$ до $-6{,}81/\Delta k$ вычисленные значения времени туннелирования согласуются с экспериментальным значением в пределах точности измерений, а значение, вычисленное при $x_0 = -7{,}43/\Delta k$ ($-0{,}93\cdot 10^5$ Å), совпадает с экспериментальным.

Заключение

Время туннелирования, определяемое изменением фазы прецессии спина частицы в постоянном магнитном поле, обычно называют ларморовским. Ларморовское время тесно связано с фазовым временем туннелирования, усредненным по всей полосе пропускания барьеров [1]. Модифицированное определение Ольховского - Реками не соответствует методу измерений времени туннелирования нейтронов через два барьера, использованному в работе [1]. Его можно использовать для интерпретации результатов, полученных в экспериментах с фотонами (обзор экспериментов с фотонами приведен в работе [11]). Тем не менее при подходящем выборе положения источника волнового пакета модифицированное определение Ольховского - Реками приводит к значению времени туннелирования нейтронов, совпадающему с экспериментальным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Франк А. И., Бондаренко И. В., Васильев В.В. и др.* Измерение времени взаимодействия нейтрона с квантовыми объектами // Письма в ЖЭТФ. - 2002. - Т. 75, № 2. - С. 729 - 732.
2. *Зайченко А. К., Ольховский В.С.* Анализ фазового времени туннелирования холодных нейтронов через нейтронный интерференционный фильтр // Ядерная физика. - 2005. - Т. 68, № 7. - С. 1146 - 1148.
3. *Olkhovsky V. S., Recami E.* Recent development in the time analysis of tunneling processes // Phys. Rep. - 1992. - Vol. 214. - P. 339.
4. *Зайченко А. К.* Выбор начальных условий в определении времени туннелирования // Зб. наук. праць Ін-ту ядерних досл. - 2004. - № 1(12). - С. 43 - 49.
5. *Olkhovsky V. S., Petrillo V., Zaichenko A. K.* Decrease of the tunneling time and violation of the Hartman effect for large barriers // Phys. Rev. - 2004. - Vol. A70. - 034103.
6. *Olkhovsky V. S., Recami E., Zaichenko A. K.* Resonant and non-resonant tunneling through a double barrier // Europhys. Lett. - 2005. - Vol. 70, No. 6. - P. 712 - 718.
7. *Davydov A. S., Ermakov V. N.* Resonance tunneling through periodic molecular structures. - Kiev, 1986. - 20 p. - (Prepr. Inst. Theor. Phys.; ITP-86-90E).
8. *Hauge E. H., Falk J. P., Fjeldly T. A.* Transmission and reflection times for scattering of wave packets off tunneling barriers // Phys. Rev. - 1987. - Vol. B36, No. 8. - P. 4203 - 4214.
9. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Квантовая механика. М.: Физматгиз, 1963. - 704 с.
10. *Collins S., Lowe D., Barker J. R.* A dynamic analysis of resonant tunneling // J. Phys. - 1987. - Vol. C20. - P. 6239.
11. *Nimtz G., Heitmann W.* Superluminal photonic tunneling and quantum electronics // Prog. Quant. Electr. - 1997. - Vol. 21, No. 2. - P. 81 - 108.

ВИЗНАЧЕННЯ ЧАСУ ТУНЕЛЮВАННЯ ЧАСТИНОК КРІЗЬ ПОДВІЙНИЙ БАР'ЄР

О. К. Зайченко

Запропоновано метод визначення коефіцієнта проходження та часу тунелювання частинок крізь подвійний бар'єр, що враховує незворотність розпливання хвильових пакетів. Розраховано резонансні значення коефіцієнта проходження та часу тунелювання нейтронів через два бар'єри. Отримане значення часу тунелювання порівнюється з експериментальним.

DETERMINATION OF THE TUNNELING TIME OF PARTICLES THROUGH A DOUBLE BARRIER

A. K. Zaichenko

The method of calculation of the transmission coefficient and tunneling time of particles through a double barrier is proposed which takes into account the irreversibility of wave packets spreading. The resonance values of the transmission coefficient and tunneling time of neutrons through two barriers are calculated. The obtained value of tunneling time is compared with the experimental results.

Поступила в редакцию 20.02.06,
после доработки – 28.04.06.