

**ВОЗБУЖДЕНИЕ ЯДЕР ПРИ АННИГИЛЯЦИИ ПОЗИТРОНОВ  
С УЧЕТОМ РАДИАЦИОННЫХ ПОПРАВОК**

**С. Н. Федоткин, В. А. Желтоножский**

*Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев*

Рассмотрен процесс возбуждения ядер при аннигиляции позитронов с электронами атомной оболочки. Проанализирован относительный вклад бесфотонного и неупругого процессов. Предложено новое определение доли позитронов, аннигиляция которых приводит к возбуждению ядра, и, в соответствии с этим, по-новому интерпретируются экспериментальные данные о сечениях процесса при сопоставлении их с теоретическими расчетами.

**Введение**

Процессы возбуждения ядер при аннигиляции позитронов с электронами атомной оболочки были изучены несколькими экспериментальными группами [1, 2], и оценки сечения этого процесса для разных ядер оказались близкими. Теоретические расчеты сечения аннигиляционного возбуждения ядер, выполненные в разных работах [3 - 10], дали результаты, которые на 4 - 5 порядков меньше экспериментальных значений. В расчетах предполагалось два разных механизма возбуждения ядер: бесфотонное аннигиляционное возбуждение [3 - 4] и неупругое возбуждение ядра [5 - 9]. В бесфотонном процессе в возбуждении ядра участвуют лишь позитроны с полной энергией  $E_+$  в интервале  $E_p - \Gamma/2 \leq E_+ \leq E_p + \Gamma/2$ , где  $\Gamma$  - ширина К-дырки в атомной оболочке [4],  $E_p$  - резонансная энергия позитрона, при которой возбуждается определенный ядерный уровень. В неупругом процессе в возбуждении ядра участвуют все позитроны с энергией  $E_+ \geq E_p$ , так как избыток энергии уносится тормозным фотоном. Отметим, что в экспериментах [1, 2] в качестве источника позитронов использовались  $\beta^+$ -активные ядра, поэтому в падающем пучке было широкое распределение  $S(E_+)$  позитронов по энергии  $mc^2 \leq E_+ \leq E_{max}$ , где  $E_{max}$  - максимальная энергия позитронов при  $\beta^+$ -распаде. По этой причине непосредственно из эксперимента определялось эффективное сечение  $\sigma_{ef}$  для всего спектра  $S(E_+)$  позитронов [11]. Вследствие этого существенную роль при сопоставлении экспериментальных и теоретических значений сечений играет корректное определение доли всех падающих на мишень позитронов  $n$ , которые приводят к возбуждению ядер. Для случая бесфотонного процесса эта величина определяется приближенно как отношение ширины К-дырки  $\Gamma$  в атомной

оболочке ко всему допустимому интервалу энергий позитронов [11]. В настоящей работе по-новому проанализирован относительный вклад бесфотонного и неупругого процессов и в соответствии с этим предложено другое определение доли позитронов  $n$ , аннигиляция которых приводит к возбуждению ядер.

**Соотношение вкладов бесфотонного и неупругого процессов**

Как отмечено выше, экспериментально определялось эффективное сечение  $\sigma_{ef}$  для всего спектра  $S(E_+)$  позитронов, которое можно представить в виде

$$\sigma_{ef} = \int_{mc^2}^{E_{max}} dE_+ S(E_+) \sigma(E_+), \quad (1)$$

где  $m$  - масса электрона,  $\sigma(E_+)$  - сечение аннигиляционного возбуждения ядра при энергии позитрона  $E_+$  для бесфотонного  $\sigma_p(E_+)$  или неупругого  $\sigma_{np}(E_+)$  процессов, а спектральное распределение  $S(E_+)$  нормировано на единицу

$$\int_{mc^2}^{E_{max}} dE_+ S(E_+) = 1. \quad (2)$$

Фейнмановские диаграммы для бесфотонного и неупругого процессов представлены на рис. 1.

Если процесс является бесфотонным, то соответствующее ему сечение  $\sigma_p(E_+)$  пропорционально функции распределения Брейта - Вигнера, ширина которой определяется шириной К-дырки  $\Gamma$  в атомной оболочке, образуемой после аннигиляции позитрона с атомным электроном [4]. Поскольку распределение  $S(E_+)$  является плавной функцией энергии, а сечение  $\sigma_p(E_+)$  носит резонансный характер, то эффективное сечение (1) можно оценить следующим

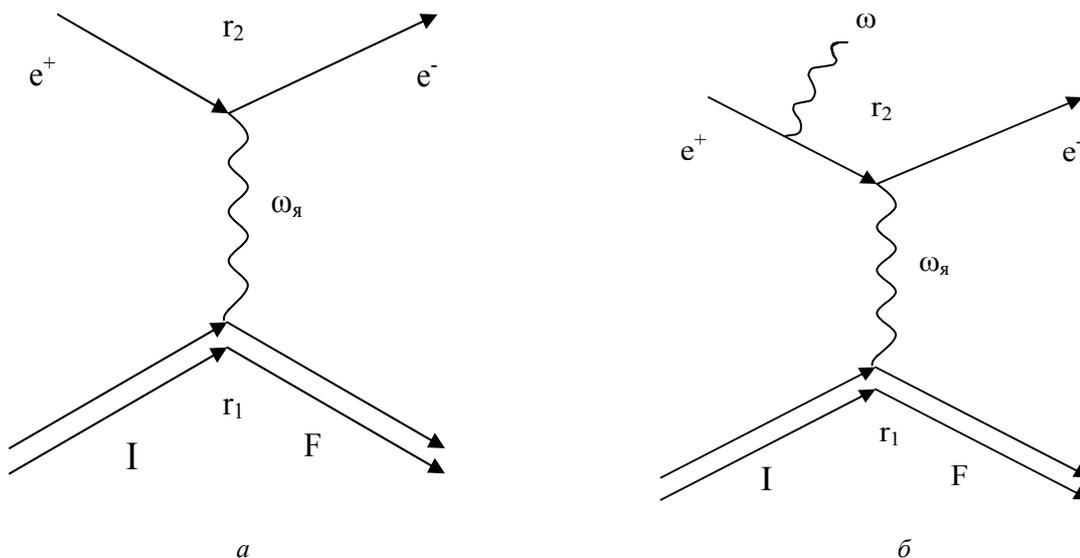


Рис. 1. Фейнмановские диаграммы для бесфотонного (а) и неупругого (б) процессов. I и F - начальное и конечное состояние ядра;  $e^+$  и  $e^-$  - позитрон и атомный электрон;  $\omega_y$  - энергия возбуждения ядра;  $\omega$  - энергия тормозного фотона.

образом [11]:

$$\sigma_{ef}^p \approx \sigma_p(E_p) \frac{\Gamma}{(E_{max} - E_p)}, \quad (3)$$

где  $\sigma_p(E_p)$  – сечение бесфотонного процесса при резонансной энергии позитрона  $E_p$ , определяемой как

$$E_p = E_{ex} - E_K, \quad (4)$$

$E_K$  и  $E_{ex}$  - энергии электрона на К-оболочке и возбуждения ядра соответственно. Отметим, что доля позитронов  $n_p$ , реально возбуждающих ядро при аннигиляции, является множителем при  $\sigma_p(E_p)$  в выражении (3)

$$n_p \approx \frac{\Gamma}{(\varepsilon_{max} - \varepsilon_p)}, \quad (5)$$

где  $\varepsilon$  - соответствующие кинетические энергии, определяемые соотношением  $E = \varepsilon + mc^2$ .

Как правило, эта величина оказывается очень малой (если в качестве источника позитронов используются  $\beta^+$  - активные ядра) и вследствие этого  $\sigma_{ef}^p$  (3) оказывается на несколько порядков меньше сечения  $\sigma_p(E_p)$  в резонансе.

Если процесс является неупругим, то сечение  $\sigma_{np}(E_+)$  не является резонансным, поэтому в аннигиляционном возбуждении ядра участвуют

все позитроны с энергией  $E_+ \geq E_p$ , а их доля от всего числа позитронов определяется как

$$n_{np} = \int_{E_p}^{E_{max}} dE_+ S(E_+).$$

Очевидно, что  $n_{np} \gg n_p$ . Однако поскольку  $\sigma_p(E_p) \gg \sigma_{np}(E_+)$ , то относительно вклада обоих механизмов существуют противоположные точки зрения. Расчеты в работе [9] подтверждают доминирующую роль бесфотонного возбуждения ядра [4, 7] в отличие от работ [5, 6]. Кроме того, сечение нерезонансного процесса  $\sigma_{np}(E_+)$ , строго говоря, является расходящейся величиной при  $E_+ = E_p$  [6, 7], поскольку оно пропорционально  $1/\omega$ , где  $\omega = (E_+ + E_K - E_{ex})$  – энергия тормозного фотона. Поэтому при вычислении эффективного сечения  $\sigma_{ef}^{np}$  (1) результаты будут существенно зависеть от того, насколько близко к резонансному значению  $E_p$  будет находиться нижний предел в интеграле (1). Вероятно, этим объясняются расхождения в оценке роли неупругого процесса в работах [6] и [7].

### Оценка совместного вклада бесфотонного и неупругого процессов

Отметим, что аналогичная проблема существует в любом процессе рассеяния электронов и позитронов, когда излучаются фотоны с предельно малыми энергиями [12]. В этом случае

сечение процесса  $d\sigma_T$  с излучением фотонов с малыми энергиями  $\omega$  может быть выражено через сечение аналогичного процесса без излучения фотонов  $d\sigma_y$  следующим образом [12, 13]:

$$d\sigma_T \approx \alpha \cdot d\sigma_y \Phi \frac{d\omega}{\omega}, \quad (6)$$

где  $\Phi$  - некоторая функция импульсов налетающих частиц;  $\alpha$  - постоянная тонкой структуры. Очевидно, что при интегрировании выражения (6) по всему спектру испущенных фотонов на нижнем пределе  $\omega_{\min}$  появляется логарифмическая расходимость при  $\omega_{\min} \rightarrow 0$ . Это известная так называемая инфракрасная расходимость, которая была успешно устранена в работе [14]. Поскольку в любых процессах рассеяния электронов и позитронов детекторы частиц имеют конечное энергетическое разрешение  $\Delta E$  (или имеется размытость по энергии пучка частиц  $\Delta E$ ), то никогда не удастся экспериментально отделить вклад чисто упругого процесса (или процесса без излучения фотонов) от неупругого процесса, в котором излучаются фотоны с энер-

гией, меньшей  $\Delta E$ . Поэтому в работах [14 - 16] вместо сечения упругого процесса определялось сечение процесса, в котором в излучение не перешло энергии, большей  $\Delta E$ . Оно равно сумме сечений упругого процесса, рассчитанного с учетом радиационных поправок, и неупругого процесса с излучением фотонов с энергией меньшей  $\Delta E$ . При этом оказывается, что расходящиеся вклады в сечение от излучения тормозных фотонов с предельно малой энергией в точности сокращаются с расходящимися вкладами от радиационных поправок к упругому сечению [14]. В общем случае было доказано применимость этого метода для любого процесса рассеяния частиц, где возникает инфракрасная расходимость [12].

Используем этот метод при рассмотрении аннигиляционного возбуждения ядра. В этом случае необходимо рассматривать совместный вклад от бесфотонного процесса (см. рис. 1, а), рассчитанного с учетом радиационных поправок (рис. 2) и неупругого процесса (см. рис. 1, б), в котором испускаются фотоны с энергией  $0 \leq \omega < \Delta E$ .

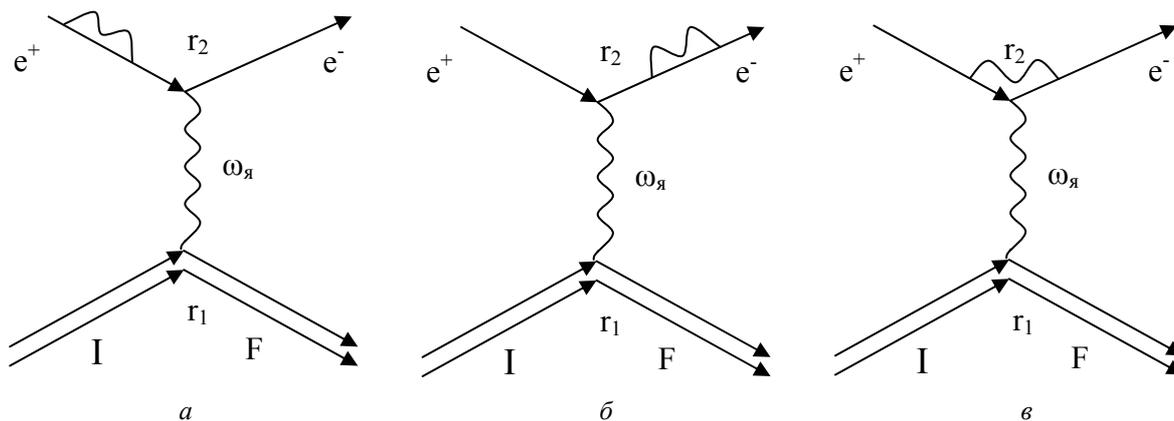


Рис. 2. Радиационные поправки к бесфотонному процессу. Обозначения те же, что на рис. 1.

При этом расходящиеся вклады от диаграмм (см. рис. 1, б) и (см. рис. 2, а, б, в) в точности сокращаются и сечение процесса  $\sigma_{\text{tot}}$ , в котором наряду с бесфотонным возбуждением ядра происходит возбуждение, при котором испускаются тормозные фотоны с энергией  $\omega$  в интервале  $0 \leq \omega < \Delta E$  будет иметь вид

$$\sigma_{\text{tot}}(E_+) \approx \sigma_p(E_p) (1 + \alpha \cdot F(E_+) \cdot \ln \frac{\Delta E}{E_p}), \quad (7)$$

где  $F(E_+)$  - некоторая функция импульсов частиц, а  $\Delta E \ll E_p$ . Отметим, что поправка к сечению бесфотонного возбуждения мала, так как

второе слагаемое в круглых скобках много меньше единицы, поэтому сечение  $\sigma_{\text{tot}}(E_+)$  по величине мало отличается от сечения  $\sigma_p(E_p)$  в резонансе, как и должно быть в теории возмущений при учете членов более высокого порядка малости по  $\alpha$ . Однако если падающий пучок позитронов имеет некоторый разброс по энергиям, то давать вклад в возбуждение ядра, в котором могут быть испущены фотоны с энергией, меньшей  $\Delta E$ , будут позитроны в диапазоне энергий  $E_p \leq E_+ \leq E_p + \Delta E$ , а не только те, которые имеют энергию, отличающуюся от резонансной на величину ширины К-дырки  $\Gamma$ . По-

этому доля позитронов, которые возбуждают ядро и при этом могут испустить тормозные фотоны с энергией  $0 \leq \omega < \Delta E$  в  $\Delta E/\Gamma$  раз больше, чем в случае чисто бесфотонного процесса.

Отметим, что сечение  $\sigma_{\text{tot}}(E_+)$  (7), строго говоря, уже нельзя разделить на два слагаемых, одно из которых соответствует бесфотонному, а другое – неупругому процессу, так как второй член в круглых скобках содержит совместный вклад от радиационных поправок к бесфотонному процессу и неупругого процесса. Величина  $\Delta E$  не является строго определенной, однако при условии  $\Delta E \ll E_p$  выражение (7), учитывающее совместный вклад двух процессов, всегда справедливо. Таким образом, вместо того, чтобы учитывать либо бесфотонный, либо неупругий процессы, мы предлагаем рассматривать их совместный вклад, который описывается сечением  $\sigma_{\text{tot}}(E_+)$ , и с этой точки зрения анализировать экспериментальные данные.

#### Анализ экспериментальных данных

В качестве приложения изложенного выше подхода рассмотрим эксперимент по исследованию аннигиляционного возбуждения уровня  $E_{\text{ex}} = 1078$  кэВ,  $I = 5/2^+$  в ядре  $^{115}\text{In}$  пучком моноэнергетических позитронов с кинетической энергией  $\varepsilon_0 = 89$  кэВ на тонких мишенях ( $d = 5 \cdot 10^{-3}$  мм) [17]. При определении сечения из экспериментальных данных предполагалось, что процесс возбуждения ядра является резонансным. Резонансная кинетическая энергия позитронов, определяемая из уравнения (4), в этом случае приблизительно равна  $\varepsilon_p = 84$  кэВ, а ширина К-дырки  $\Gamma = 7$  эВ. Авторы работы [17] предполагали, что возбуждать ядра будут позитроны, имеющие энергию в очень узком интервале  $\varepsilon_p \leq \varepsilon_+ \leq \varepsilon_p + \Gamma$  вблизи резонансной (потеряв около 5 кэВ при движении в мишени), поэтому в этом процессе будут участвовать ядра на эффективной толщине  $d_{\text{ef}}$ , определяемой как

$$d_{\text{ef}} \approx \frac{\Gamma}{(dE/dx)_p} \approx 4 \cdot 10^{-7} \text{ см}, \quad (8)$$

где  $(dE/dx)_p$  - диссипация энергии позитронов на единице пути при резонансной энергии [18]. Число атомов мишени  $N$  (на единицу площади), возбужденных резонансными позитронами, в этом случае равно

$$N = N_A d_{\text{ef}} \frac{\rho}{A} \approx 1,4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-2},$$

где  $N_A$  - число Авогадро,  $A = 115$ ,  $\rho$  - плотность  $^{115}\text{In}$ , а для сечения процесса получена верхняя оценка  $\sigma_p^{\text{exp}} < 4,3 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$ . В принципе эта верхняя граница близка к резонансным сечениям, полученным из эффективных сечений в [1, 2], но значительно больше теоретической оценки [4]:

$$\sigma_p^{\text{theor}} \sim 10^{-30} \text{ см}^2. \quad (9)$$

Однако если предположить, что исследуемый процесс определяется совместным вкладом бесфотонной аннигиляции и неупругого процесса, то его сечение будет определяться выражением  $\sigma_{\text{tot}}(E_+)$  (7), а вклад в него будут давать позитроны, энергия которых находится в интервале  $\varepsilon_p \leq \varepsilon_+ \leq \varepsilon_p + \Delta E$ . Если определить  $\Delta E$  как  $\Delta E = \varepsilon_0 - \varepsilon_p \approx 5$  кэВ и учесть, что  $\sigma_p^{\text{exp}} \sim 1/N \sim 1/d_{\text{ef}}$ , где  $d_{\text{ef}} = \Delta E / (dE/dx)_p$ , то для сечения, извлекаемого из эксперимента, получаем оценку в  $\Delta E/\Gamma \sim 10^3$  меньше полученной в работе [17]. При этом  $\sigma_p^{\text{exp}} \sim 10^{-29} \text{ см}^2$ , что значительно ближе к теоретической оценке (9).

Аналогичным образом можно по-новому интерпретировать экспериментальные данные работ [1, 2], в которых использовался пучок позитронов с широким разбросом по энергии  $0 \leq \varepsilon_+ \leq \varepsilon_{\text{max}}$ . В этом случае, используя для эффективного сечения  $\sigma_{\text{ef}}$  (1) в качестве  $\sigma(E_+)$  величину  $\sigma_{\text{tot}}(E_+)$  (7), получаем оценку

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{ef}} &\approx \int_{E_p}^{E_p + \Delta E} dE_+ S(E_+) \sigma_{\text{tot}}(E_+) \approx \\ &\approx \sigma_p(E_p) \frac{\Delta E}{(\varepsilon_{\text{max}} - \varepsilon_p)} \end{aligned} \quad (10)$$

вместо выражения (3). Отметим, что приближение (10) справедливо, если  $\Delta E \ll E_p$  и спектральное распределение  $S(E_+)$  является достаточно плавной функцией в интервале  $E_p \leq E_+ \leq E_p + \Delta E$ . Если при этом  $\Delta E \gg \Gamma$ , то извлекаемое из экспериментальных эффективных сечений  $\sigma_{\text{ef}}$  с помощью соотношения (10) сечение  $\sigma_p(E_p)$ , которое сопоставляется с теоретическими оценками  $\sigma_p^{\text{theor}}$ , может оказаться на несколько порядков меньше вычисленного с помощью соотношения (3) и приблизиться к расчетным. В частности, в случае возбуждения того

же уровня  $E_{ex} = 1078$  кэВ,  $I = 5/2^+$  в ядре  $^{115}\text{In}$  в работах [2]  $\sigma_{ef} \approx 10^{-31} \text{ см}^2$ ,  $\varepsilon_{max} \approx 658$  кэВ, а  $\varepsilon_p = 84$  кэВ. Выбирая в качестве  $\Delta E$  величину  $\Delta E = 5$  кэВ, которая удовлетворяет требуемым условиям, получаем с помощью соотношения (10) оценку для сечения  $\sigma_p(E_p) \approx 10^{-29} \text{ см}^2$ , которое на три порядка меньше полученного с помощью уравнения (3) и, следовательно, значительно ближе к теоретической оценке  $\sigma_p^{theor}$  (9).

Особенно наглядно роль этого фактора видна в случае возбуждения  $^{107}\text{Ag}$ . В традиционном подходе, т. е. когда число позитронов, возбуждающих ядро, пропорционально ширине К-дырки, из результатов работы [11] следует, что  $\sigma_p^{exp} \approx 2 \cdot 10^{-23} \text{ см}^2$ . Эта величина существенно превосходит сечение одноквантовой аннигиляции  $\sigma_a$  на атомах  $^{107}\text{Ag}$ , которое равно  $\sigma_a \approx 4 \times 10^{-26} \text{ см}^2$  [12].

Бесфотонная аннигиляция – процесс более высокого порядка малости, чем одноквантовая аннигиляция, поэтому расхождение на три порядка указывает на неучтенный доминирующий процесс.

В вышеизложенном подходе оценка числа резонансных позитронов составит  $n = 6 \cdot 10^2$  от интегрального потока позитронов, даже если выбрать величину  $\Delta E = 6$  кэВ. При этом сечение бесфотонной аннигиляции позитронов умень-

шится до  $\sigma_p^{exp} = (4 \pm 2) \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$ . Отметим, что эта величина находится в хорошем согласии с теоретическими расчетами, полученными в работе [4], которые дают для сечения величину  $\sigma_p^{theor} = 5 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$ .

### Заключение

Таким образом, причина очень большого расхождения экспериментальных сечений аннигиляционного возбуждения ядер и теоретических оценок может быть связана с недостаточно корректной интерпретацией экспериментальных данных. Если предположить, что экспериментально извлекаемая информация имеет отношение не к бесфотонному или неупругому процессу, как обычно предполагается, а содержит их совместный вклад, который описывается сечением  $\sigma_{tot}(E_+)$ , то удастся значительно лучше согласовать между собой экспериментальные результаты и теоретические расчеты.

Авторы благодарят за обсуждение работы А. Я. Дзюблика, В. М. Коломийца, В. К. Тартаковского и за помощь в оформлении Н. В. Стрельчука.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mukoyama T., Shimizu S.* // Phys. Rev. - 1972. - Vol. C5. - P. 95 - 99; *Watanabe Y., Mukoyama T., Shimizu S.* // Phys. Rev. - 1979. - Vol. 195. - P. 32 - 37.
2. *Вишневский И.Н., Желтоножский В.А., Свято В.П., Тришин В. В.* // Письма ЖЭТФ. - 1979. - Т. 30. - С. 394; Изв. АН СССР. Сер. физ. - 1979. - Т. 43. - С. 214.
3. *Present R., Chen S.* // Phys. Rev. - 1952. - Vol. 85. - P. 447 - 451.
4. *Гречухин Д.П., Солдатов А.А.* // ЖЭТФ. - 1978. - Т. 74. - С. 13 - 22.
5. *Raghavan R.S., Mills A.P.* // Phys. Rev. - 1981. - Vol. 24. - P. 1814.
6. *Баткин И.С., Чуракова Т.* // Ядер. физика. - 1982. - Т. 35. - С. 282.
7. *Lubicic A., Krcmar M., Pisk K., Logan B.A.* // Phys. Rev. - 1984. - Vol. C30. - P. 2109; *Pisk K., Krcmar M., Lubicic A., Logan B.A.* // Phys. Rev. - 1985. - Vol. C32. - P. 83.
8. *Kolomietz V.M.* // J. Phys. G. - 1990. - Vol. 16. - P. 615.
9. *Коломиец В.М., Федоткин С.Н.* // Ядер. физика. - 1990. - Т. 52. - С. 426.
10. *Horvat R., Pisk K., Logan B.A.* // Phys. Lett. - 1988. - Vol. C214. - P. 492.
11. *Вишневский И.Н., Желтоножский В.А., Коломиец В.М.* // ЭЧАЯ. - 1988. - Т. 19. - С. 237.
12. *Ахиезер А.И., Берестецкий В.К.* Квантовая электродинамика. - М.: Изд-во физ.-мат., 1959.
13. *Берестецкий В.К., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Квантовая электродинамика. - М.: Наука, 1980.
14. *Bloch F., Nordsieck A.* // Phys. Rev. - 1937. - Vol. 52. - P. 54.
15. *Schwinger J.* // Phys. Rev. - 1949. - Vol. 75. - P. 898.
16. *Meister N.T., Griffy T.A.* // Phys. Rev. - 1964. - Vol. B133. - P. 1032.
17. *Cassidy D.B., Hunt A.W. et al.* // Phys. Rev. - 2001. - Vol. C64. - P. 054603.
18. Stopping powers for electrons and positrons. - Washington: ICRU, 1984.

**ЗБУДЖЕННЯ ЯДЕР ПРИ АНІГІЛЯЦІЇ ПОЗИТРОНІВ  
З УРАХУВАННЯМ РАДІАЦІЙНИХ ПОПРАВOK**

**С. М. Федоткін, В. О. Желтоножський**

Розглянуто процес збудження ядер при анігіляції позитронів з електронами атомної оболонки. Проведено аналіз відносно вкладу безфотонного та непружного процесів. Зроблено пропозицію відносно нового визначення частини позитронів, анігіляція яких веде до збудження ядра, і, відповідно до чого, по-новому інтерпретуються експериментальні дані про перерізи процесів при порівнянні їх з теоретичними розрахунками.

**NUCLEAR EXCITATION AT THE POSITRON ANNIHILATION  
TAKING INTO ACCOUNT THE RADIATIVE CORRECTIONS**

**S. N. Fedotkin, V. A. Zheltonozhskii**

The process of nuclear excitation at the positron-atomic electron annihilation was considered. The relative contribution nonradiative versus radiative was analysed. It is offered a new definition for the share positrons, which excite a nuclei at the annihilation. As result, it is proposed the new interpretation of the experimental date if we compare them with the theoretical calculations.

Поступила в редакцію 16.02.06,  
после доработки – 03.04.06.