

Ю. О. Іванов, Ю. В. Хомутінін

Український НДІ сільськогосподарської радіології НУБіП України, Чабани

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ МІГРАЦІЇ  $^{90}\text{Sr}$  І  $^{137}\text{Cs}$   
В КОМПОНЕНТАХ ҐРУНТОВО-РОСЛИННОГО ПОКРИВУ АГРОЦЕНОЗІВ  
НА ПІЗНІЙ ФАЗІ РАДІАЦІЙНОЇ АВАРІЇ.**

**І. ПОБУДОВА МОДЕЛІ ТА ЇЇ ПАРАМЕТРИЗАЦІЯ**

Розроблено та параметризовано математичні моделі прогнозування динаміки накопичення  $^{90}\text{Sr}$  і  $^{137}\text{Cs}$  багаторічними злаковими травами з контрастних за властивостями ґрунтів на пізній фазі радіаційної аварії. Отримані моделі дозволяють урахувати роль процесів, що зумовлюють динаміку надходження радіонуклідів у рослини (винос  $^{90}\text{Sr}$  і  $^{137}\text{Cs}$  з кореневмісного шару ґрунту, їхню іммобілізацію і фізичний розпад).

*Ключові слова:* математична модель,  $^{90}\text{Sr}$ ,  $^{137}\text{Cs}$ , прогнозування динаміки накопичення рослинами, пізня фаза аварії.

**Вступ**

Чорнобильська аварія характеризується декількома часовими фазами формування радіаційного стану на забрудненій території. Перерозподіл радіонуклідів у ланках біологічних ланцюгів міграції характеризується складною довгостроковою динамікою. На пізній фазі аварії параметри перерозподілу радіонуклідів у ґрунтово-рослинному покриві фітоценозів значно відрізняються від відповідних параметрів на ранній та проміжній фазах радіаційної аварії. Використання параметрів перерозподілу радіонуклідів, що були отримані на ранній та проміжній фазах радіаційної аварії, для прогнозування динаміки накопичення  $^{90}\text{Sr}$  і  $^{137}\text{Cs}$  рослинами зумовлює високий ризик одержання некоректних оцінок.

Для отримання прогнозних оцінок переходу радіонуклідів у ланці «ґрунт - рослина» та оцінки загальних тенденцій динаміки цього процесу можливе використання регресійних залежностей, що описують цю динаміку. Прикладом такого підходу є опубліковані результати оцінки багаторічної динаміки надходження  $^{137}\text{Cs}$  в різні сільськогосподарські рослини на слідах випадіння ЧАЕС із використанням 2-експоненціальної моделі [1, 2]

$$y = a \cdot e^{-b \cdot t} + (1-a) \cdot e^{-c \cdot t}, \quad (1)$$

де  $y$  – коефіцієнт переходу радіонукліда в рослини з нормуванням  $y(0) = 1$ ;  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – чисельні параметри;  $t$  – час, що минув після аварії.

Використання наведеної моделі має як переваги, так і недоліки. До перших належить можливість виділення декількох часових періодів зміни значень коефіцієнтів переходу радіонукліда в ланці «ґрунт - рослина». З іншого боку, указаний підхід не дає змоги оцінити роль кожного з процесів,

що визначають довготривалу динаміку накопичення радіонуклідів рослинами. Динаміка перерозподілу радіонуклідів у ланці «ґрунт - рослина» в цілому визначається динамікою трьох груп процесів: 1) винесенням радіонуклідів із кореневмісного шару ґрунту; 2) мобілізацією-іммобілізацією радіонуклідів у кореневмісному шарі ґрунту; 3) фізичним розпадом радіонуклідів. Роль указаних процесів істотно розрізняється на різних фазах аварії залежно від властивостей ґрунтів [3]. Отримання оцінок динаміки вказаних процесів дає можливість адекватнішого планування та реалізації контрзаходів при виробництві сільськогосподарської продукції на радіоактивно забрудненій території протягом пізньої фази аварії.

Зрозуміло, що для реалізації такого підходу потрібна наявність зв'язку між параметрами вказаних вище процесів. Раніше були опубліковані результати С. В. Фесенко із співавторами [4] про існування зв'язку між динамікою зміни в часі коефіцієнтів накопичення  $^{137}\text{Cs}$  рослинами та динамікою зміни лінійної комбінації вмісту в ґрунті обмінних (ОФ) і кислоторозчинних (КРФ) форм радіонукліда (для автоморфних ґрунтів – тільки обмінних форм радіонукліда):

$$K_n(t) = a \cdot [O\Phi(t) + c \cdot KР\Phi(t)]. \quad (2)$$

Пізніше вказаний підхід був реалізований під керівництвом С. В. Фесенко для інших радіонуклідів, було показано його адекватність [5].

Метою статті є розробка, параметризація та верифікація математичної моделі міграції  $^{90}\text{Sr}$  і  $^{137}\text{Cs}$  в компонентах ґрунтово-рослинного покриву агроценозів на пізній фазі радіаційної аварії з урахуванням процесів, що визначають багаторічну динаміку надходження радіонуклідів у рослини, а також розрахунок відповідних прогнозних оцінок.

© Ю. О. Іванов, Ю. В. Хомутінін, 2015

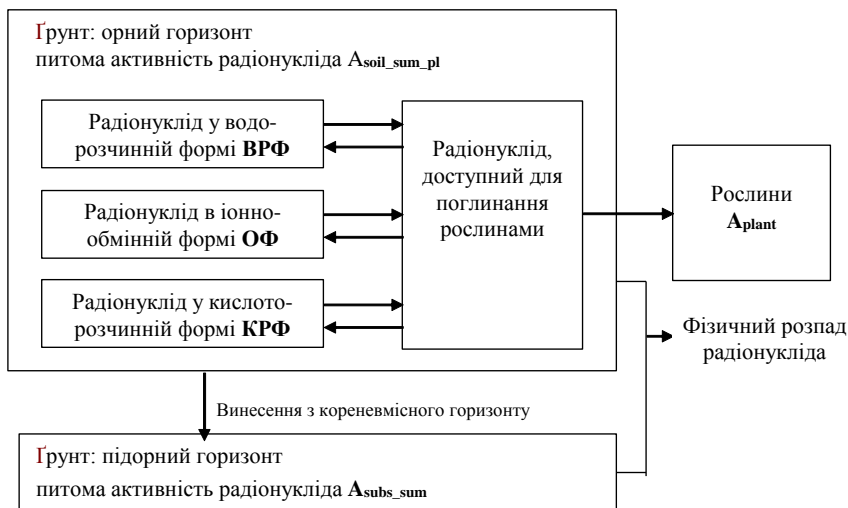
### Матеріали та методи

Для оцінки параметрів залежностей перерозподілу радіонуклідів у ґрунтово-рослинному покриві фітоценозів використано результати модельно-польових і вегетаційних експериментів по вивченню надходження <sup>90</sup>Sr і <sup>137</sup>Cs у багаторічні злакові трави з 15 контрастних за властивостями ґрунтів [6 - 8]. Радіонукліди були внесені у ґрунти в початковій водорозчинній формі. Результати

обробляли методами статистичного аналізу (відновлення залежностей) [9 - 10] із використанням програмних засобів MS Excel 2007 і пакета програм «Статистика».

### Результати та обговорення

Концептуальна схема моделі представлена на рисунку.



Концептуальна схема моделі перерозподілу радіонуклідів у ґрунтово-рослинному покриві фітоценозу на орному ґрунті.

Відповідно до концептуальної схеми в моделі розглядаються процеси винесення радіонуклідів із кореневмісного шару ґрунту, процеси іммобілізації радіонуклідів у ґрунті та їхній фізичний розпад. Динаміка забруднення рослин може бути представлена рівнянням

$$A_{\text{plant}}^{RN}(t) = A_{\text{soil\_sum}}^{RN}(t) \cdot CR(t) \cdot z(t) \cdot \exp(-\lambda \cdot t), \quad (3)$$

де  $A_{\text{soil\_sum}}^{RN}(t)$  – динаміка питомої активності радіонукліда в кореневмісному шарі ґрунту з урахуванням винесення в підорний горизонт;  $CR(t)$  – динаміка коефіцієнта накопичення радіонукліда;  $z(t)$  – динаміка частки доступних рослинам форм радіонукліда;  $\lambda$  – константа напіврозпаду радіонукліда. Конкретні залежності динаміки процесів розглядаються нижче.

### Параметризація динаміки винесення радіонуклідів із кореневмісного шару ґрунту

У результаті багаторічного моніторингу вертикальної міграції <sup>137</sup>Cs і <sup>90</sup>Sr в орних ґрунтах різних типів були зібрані і систематизовані емпіричні дані по динаміці очищення орного шару ґрунту (20 см) від даних радіонуклідів [6]. Статистична обробка цих результатів проведена для кожного виду ґрунту з використанням емпіричної моделі

$$Y = 100 \cdot e^{-\lambda_{\text{och}} \cdot t}, \quad (4)$$

де  $Y$  – частка радіонукліда в орному шарі ґрунту, %;  $\lambda_{\text{och}}$  – константа напівочищення, 1/рік;  $t$  – час після внесення радіонуклідів, рік.

Ця модель дозволила оцінити період напівочищення орного шару ґрунту  $T_{\text{ecol}}$  (20 см).

Оцінки констант напівочищення орного шару ґрунтів від <sup>90</sup>Sr і <sup>137</sup>Cs наведено в табл. 1.

Таблиця 1. Оцінки констант напівочищення орного шару контрастних за властивостями ґрунтів від <sup>90</sup>Sr і <sup>137</sup>Cs

Ґрунт	<sup>90</sup> Sr		<sup>137</sup> Cs	
	$\lambda_{\text{och}}, \text{рік}^{-1}$	$\Gamma^*$	$\lambda_{\text{och}}, \text{рік}^{-1}$	$\Gamma^*$
Дерново-підзолистий рихлопідщаний (ДПРП)	0,187 ± 0,089	0,86	0,0087 ± 0,0022	0,97
Слабогумусований пісок (рихлопідщаний) (СГП)	0,187 ± 0,041	0,98	0,0084 ± 0,0012	0,99
Дерново-підзолистий супідщаний (ДПСП)	0,020 ± 0,001	0,99	0,0064 ± 0,0014	0,99
Дерново-підзолистий середньосуглинний (ДПССГ)	0,018 ± 0,002	0,99	0,0068 ± 0,0003	0,99

Ґрунт	$^{90}\text{Sr}$		$^{137}\text{Cs}$	
	$\lambda_{\text{och}}, \text{рік}^{-1}$	$r^*$	$\lambda_{\text{och}}, \text{рік}^{-1}$	$r^*$
Світло-сірий лісовий зв'язнопіщаний (ССЛСП)	$0,055 \pm 0,002$	0,99	$0,0058 \pm 0,0031$	0,97
Темно-сірий лісовий легкосуглинний (ТСЛСГ)	$0,011 \pm 0,006$	0,97	$0,0073 \pm 0,0023$	0,96
Дерново-підзолистий зв'язнопіщаний (ДПЗП-1)	$0,014 \pm 0,010$	0,95	$0,0081 \pm 0,0007$	0,99
Дерново-підзолистий зв'язнопіщаний ДПЗП-2)	$0,042 \pm 0,008$	0,98	$0,0090 \pm 0,0059$	0,60
Дерново-підзолистий середньосуглинний (ДПСГ)	$0,008 \pm 0,001$	0,99	$0,0037 \pm 0,0010$	0,98
Чорнозем південний важкосуглинний (ЧПВСГ)	$0,033 \pm 0,006$	0,98	$0,0084 \pm 0,0010$	0,99
Лугово-чорноземний важкосуглинний (ЛЧВСГ)	$0,012 \pm 0,004$	0,98	$0,0113 \pm 0,0012$	0,99
Чорнозем реградований середньосуглинний (ЧРСГ)	не визн.		$0,0060 \pm 0,0050$	0,62
Темно-сірий лісовий середньосуглинний (ТСЛСГ)	$0,014 \pm 0,001$	0,99	$0,0065 \pm 0,0041$	0,96
Чорнозем типовий важкосуглинний (ЧТВСГ)	$0,025 \pm 0,002$	0,99	$0,0026 \pm 0,0019$	0,51
Чорнозем типовий середньосуглинний (ЧТСГ)	$0,011 \pm 0,004$	0,91	$0,0042 \pm 0,0001$	0,99

\* Тут і далі "r" - коефіцієнт кореляції.

Зіставлення оцінок параметрів виносу  $^{90}\text{Sr}$  і  $^{137}\text{Cs}$  з орного шару ґрунтів і деяких фізико-хімічних властивостей ґрунтів показує наявність кореляційних зв'язків  $\lambda_{\text{och}}$   $^{90}\text{Sr}$  із вмістом обмінних форм кальцію, гумусу і рухливих форм калію. У той же час не відмічено «видимих» зв'язків між  $\lambda_{\text{och}}$   $^{137}\text{Cs}$  і вказаними показниками ґрунтів [6].

#### Параметризація динаміки мобільних форм радіонуклідів у ґрунтах

Для опису динаміки частки іонообмінних і водорозчинних форм  $^{137}\text{Cs}$  і  $^{90}\text{Sr}$  у ґрунтах різних типів нами вибрана 2-експоненціальна модель

$$C^{RN}(t) = 100 \times (c_1^{RN} \cdot \exp(-\lambda_1^{RN} \cdot t) + c_2^{RN} \cdot \exp(-\lambda_2^{RN} \cdot t) + c_3^{RN}), \quad (5)$$

де  $C^{RN}(t)$  – середня частка іонообмінних і водорозчинних форм  $^{137}\text{Cs}$  ( $^{90}\text{Sr}$ ) у ґрунті в момент  $t$  після внесення у ґрунт радіонукліда, %;  $\lambda_i^{RN}$  – інтенсивність зниження  $i$ -ї компоненти («швидка», «повільна» та залишок) частки іонообмінних і водорозчинних форм  $^{137}\text{Cs}$  або  $^{90}\text{Sr}$ ,  $1/t$ ;  $c_i^{RN}$  – частка  $i$ -ї компоненти іонообмінних і водорозчинних форм  $^{137}\text{Cs}$  або  $^{90}\text{Sr}$ , причому  $\sum c_i^{RN} = 1$ .

Така модель припускає, що в початковий момент 100 % внесених радіонуклідів знаходилися тільки в іонообмінних і водорозчинних формах.

Для оцінки параметрів  $\lambda_1^{RN}$  і  $\lambda_2^{RN}$  використано власні експериментальні дані [8] і літературні дані [5].

Статистичний аналіз спостережуваних значень динаміки частки іонообмінних і водорозчинних форм  $^{137}\text{Cs}$  у ґрунтах дав змогу класифікувати три групи ґрунтів, у кожній з яких не спостерігається статистично значущих відмінностей між динамікою частки іонообмінних і водорозчинних форм радіонукліда.

Група 1 включає: слабогумусований пісок (рихлопіщаний ґрунт), дерново-підзолистий рихлопіщаний, дерново-підзолистий зв'язнопіщаний, світло-сірий лісовий зв'язнопіщаний, дерново-підзолистий зв'язнопіщаний, дерново-підзолистий супіщаний.

Група 2 включає: темно-сірий лісовий легкосуглинний, дерново-підзолистий середньосуглинний ґрунти.

Група 3 включає: дерново-підзолистий легкосуглинний ґрунт, чорнозем типовий середньосуглинний, чорнозем реградований середньосуглинний, темно-сірий лісовий середньосуглинний, чорнозем південний важкосуглинний, чорнозем типовий важкосуглинний, лугово-чорноземний важкосуглинний ґрунт (табл. 2).

Таблиця 2. Усереднені параметри моделі для опису динаміки частки іонообмінних і водорозчинних форм  $^{137}\text{Cs}$  в контрастних за властивостями ґрунтах

Група ґрунтів	Параметри моделі				r
	$c_1$	$c_2$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	
1	$0,60 \pm 0,02$	$0,34 \pm 0,03$	$1000 \pm 50$	$0,58 \pm 0,09$	0,99
2	$0,67 \pm 0,03$	$0,28 \pm 0,03$	$1500 \pm 120$	$0,72 \pm 0,17$	0,99
3	$0,85 \pm 0,01$	$0,12 \pm 0,01$	$1300 \pm 48$	$0,34 \pm 0,02$	0,99

Статистичний аналіз спостережуваних значень динаміки частки іонообмінних і водорозчинних форм  $^{90}\text{Sr}$  у ґрунтах дав змогу класифікувати чотири групи ґрунтів, у кожній з яких не спостерігається статистично значущих відмінностей між динамікою частки іонообмінних і водорозчинних форм радіонукліда.

Група 1 включає: слабогумусований пісок (рихлопіщаний), дерново-підзолистий рихлопіщаний, дерново-підзолистий зв'язнопіщаний ґрунти.

Група 2 включає: дерново-підзолистий зв'язнопіщаний, світло-сірий лісовий зв'язнопіщаний,

дерново-підзолистий супіщаний ґрунти.

Група 3 включає: темно-сірий лісовий легкосуглинний, дерново-підзолистий середньосуглинний, темно-сірий лісовий середньосуглинний ґрунти, чорнозем південний важкосуглинний.

Група 4 включає: чорнозем типовий середньосуглинний, дерново-підзолистий середньосуглинний ґрунт, чорнозем реградований середньосуглинний, чорнозем типовий важкосуглинний, лугово-чорноземний важкосуглинний ґрунт (табл. 3).

Таблиця 3. Усереднені параметри моделі для опису динаміки частки іонообмінних і водорозчинних форм  $^{90}\text{Sr}$  в контрастних за властивостями ґрунтах

Група ґрунтів	$c_1$	$c_2$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$r$
1	$0,12 \pm 0,02$	$0,48 \pm 0,01$	$1650 \pm 260$	$0,10 \pm 0,02$	0,98
2	$0,10 \pm 0,001$	$0,33 \pm 0,04$	$740 \pm 50$	$0,40 \pm 0,01$	0,99
3	$0,16 \pm 0,005$	$0,41 \pm 0,01$	$720 \pm 32$	$0,023 \pm 0,001$	0,97
4	$0,31 \pm 0,005$	$0,05 \pm 0,01$	$1170 \pm 54$	$0,01 \pm 0,005$	0,99

#### Параметризація динаміки надходження $^{90}\text{Sr}$ і $^{137}\text{Cs}$ у злакові трави з контрастних за властивостями ґрунтів

Для опису та оцінки багаторічної динаміки зміни коефіцієнтів накопичення  $^{137}\text{Cs}$  і  $^{90}\text{Sr}$  рослинами ( $CR_{\text{emp}}$ ) нами в роботі використано експоненціальну модель

$$CR(t) = CR_0 \cdot e^{-\beta \cdot t} + CR_{\infty}, \quad (6)$$

де  $CR_{\infty}$  – гранична нижня межа коефіцієнта накопичення при  $t \rightarrow \infty$ ;  $CR_0 + CR_{\infty}$  – максимальне значення коефіцієнта накопичення в момент  $t = 0$ ;  $\beta$  – інтенсивність зниження коефіцієнта накопичення, 1/рік;  $t$  – час з моменту внесення (випадання) радіонуклідів.

Використання моделі (6) дає змогу оцінити теоретичні значення нижніх граничних значень кое-

фіцієнтів накопичення радіонукліда в конкретному ґрунті при його довготривалому депонуванні.

Для оцінки параметрів цієї моделі було використано результати власних спостережень [7]. Результати обробляли методами статистичного аналізу (відновлення залежностей) [9, 10] з використанням пакета програм «Статистика». Отримані оцінки параметрів моделі (6) для контрастних за властивостями ґрунтів показано в табл. 4 та 5 із вказівкою відповідних похибок на рівні  $\pm\sigma$ .

Результати дисперсійного аналізу регресії показали, що частина дисперсії, що пояснюється моделлю, суттєво перевищує частину дисперсії, що пов'язана з дією випадкових факторів (див. табл. 4 та 5). Отримані оцінки дають змогу зробити висновок щодо достатньо адекватної апроксимації динаміки залежності коефіцієнтів накопичення  $^{90}\text{Sr}$  і  $^{137}\text{Cs}$  рослинами використаною залежністю.

Таблиця 4. Оцінки параметрів моделі (6), яка описує залежність коефіцієнтів накопичення  $^{90}\text{Sr}$  рослинами на ґрунтах різних типів

Ґрунт	$CR_0$	$\beta$	$CR_{\infty}$	$r$
СГП	$34,5,1 \pm 1,1$	$0,12 \pm 0,03$	$17,7 \pm 1,1$	0,85
ДПСР	$4,74 \pm 0,19$	$0,11 \pm 0,02$	$2,32 \pm 0,05$	0,89
ДПСРГ	$3,02 \pm 0,23$	$0,14 \pm 0,07$	$0,86 \pm 0,19$	0,78
ССЛСР	$3,67 \pm 0,42$	$0,10 \pm 0,03$	$3,43 \pm 0,14$	0,69
ТСЛЛСРГ	$2,20 \pm 0,02$	$0,12 \pm 0,03$	$0,41 \pm 0,01$	0,98
ДПЗП-1	$1,85 \pm 0,05$	$0,10 \pm 0,02$	$0,35 \pm 0,01$	0,89
ДПСРГ	$2,07 \pm 0,18$	$0,26 \pm 0,05$	$1,16 \pm 0,02$	0,89
ЧПВСРГ	$1,52 \pm 0,01$	$0,20 \pm 0,03$	$0,63 \pm 0,01$	0,99
ЛЧВСРГ	$1,69 \pm 0,02$	$0,27 \pm 0,03$	$0,49 \pm 0,01$	0,98
ЧРСРГ	$1,77 \pm 0,02$	$0,27 \pm 0,03$	$0,75 \pm 0,01$	0,99
ТСЛСРГ	$2,91 \pm 0,09$	$0,33 \pm 0,02$	$0,72 \pm 0,01$	0,96
ЧТВСРГ	$1,28 \pm 0,01$	$0,20 \pm 0,03$	$0,54 \pm 0,01$	0,99
ЧТРСРГ	$3,33 \pm 0,06$	$0,24 \pm 0,01$	$0,46 \pm 0,01$	0,97

Таблиця 5. Оцінки параметрів моделі (6), яка описує залежність коефіцієнтів накопичення  $^{137}\text{Cs}$  рослинами на ґрунтах різних типів

Ґрунт	$CR_0$	$\beta$	$CR_\infty$	$r$
ДПРП	$1,61 \pm 0,003$	$0,24 \pm 0,01$	$0,17 \pm 0,01$	0,99
СГП	$8,46 \pm 0,05$	$0,80 \pm 0,01$	$0,24 \pm 0,01$	0,99
ДПСР	$1,35 \pm 0,03$	$0,35 \pm 0,01$	$0,068 \pm 0,001$	0,99
ДПССГ	$0,61 \pm 0,01$	$0,45 \pm 0,01$	$0,011 \pm 0,001$	0,96
ССЛЗП	$0,91 \pm 0,03$	$0,36 \pm 0,02$	$0,061 \pm 0,001$	0,89
ТСЛЛСГ	$0,056 \pm 0,001$	$0,80 \pm 0,02$	$0,012 \pm 0,001$	0,80
ДПЗП-1	$0,081 \pm 0,003$	$0,69 \pm 0,03$	$0,014 \pm 0,001$	0,87
ДПЗП-2	$0,161 \pm 0,008$	$0,20 \pm 0,04$	$0,062 \pm 0,003$	0,95
ДПССГ	$0,315 \pm 0,004$	$0,37 \pm 0,01$	$0,007 \pm 0,001$	0,97
ЧПВСГ	$0,058 \pm 0,003$	$1,04 \pm 0,05$	$0,0065 \pm 0,0001$	0,76
ЛЧВСГ	$0,084 \pm 0,007$	$1,0 \pm 0,1$	$0,0063 \pm 0,0001$	0,98
ЧТВСГ	$0,19 \pm 0,01$	$1,78 \pm 0,05$	$0,0073 \pm 0,0001$	0,99
ЧТССГ	$0,088 \pm 0,002$	$0,57 \pm 0,04$	$0,0055 \pm 0,0001$	0,99

Отримані оцінки параметрів регресійної залежності дали змогу оцінити теоретичну кратність зниження значень коефіцієнтів накопичення радіонуклідів злаковими травами з контрастних за властивостями ґрунтів. Як критерій оцінки використали співвідношення максимального значення коефіцієнта накопичення радіонуклідів ( $CR_0 + CR_\infty$  при  $t = 0$ ) і нижнього можливого значення коефіцієнта накопичення радіонуклідів ( $CR_\infty$  при  $t \rightarrow \infty$ ). Отримані оцінки підтвердили висновки, що були зроблені для динаміки коефіцієнта накопичення радіонуклідів на підставі експериментальних результатів.

#### Алгоритми прогнозу

З урахуванням посилок і допущень, викладених вище в моделі, використано представлені

нижче два алгоритми прогнозу накопичення  $^{90}\text{Sr}$  і  $^{137}\text{Cs}$  багаторічними злаковими травами з контрастних за властивостями ґрунтів: 1) емпірична модель багаторічної динаміки накопичення  $^{90}\text{Sr}$  і  $^{137}\text{Cs}$  травами (7); 2) модель, побудована на існуванні зв'язку між динамікою зміни в часі коефіцієнтів накопичення  $^{137}\text{Cs}$  рослинами і динамікою зміни суми вмісту у ґрунті доступних рослинам форм радіонукліда (8). В якості останніх використано оцінки динаміки суми вмісту у ґрунті водорозчинних і обмінних форм радіонукліда  $CR(t) = a \cdot [BP\Phi(t) + O\Phi(t)]$ . Обидва алгоритми дозволяють урахувувати в розрахунках процеси винесення радіонуклідів з кореневмісного горизонту ґрунту і фізичний розпад радіонуклідів. Параметри моделей наведено у табл. 6 та 7.

$$A_{\text{plant}}^{\text{RN}}(t) = \exp(-(\lambda_0 + \lambda_{\text{och}}) \cdot t) \cdot CR(t) \cdot A_{\text{soil\_sum}}^{\text{RN}}(0), \quad (7)$$

$$A_{\text{plant}}^{\text{RN}}(t) = \exp(-(\lambda_0 + \lambda_{\text{och}}) \cdot t) \cdot A_{\text{soil\_sum}}^{\text{RN}}(0) \cdot a \left( c_1^{\text{RN}} \cdot \exp(-\lambda_1^{\text{RN}} \cdot t) + c_2^{\text{RN}} \cdot \exp(-\lambda_2^{\text{RN}} \cdot t) + (1 - c_1^{\text{RN}} - c_2^{\text{RN}}) \right). \quad (8)$$

Таблиця 6. Значення параметрів моделі прогнозу середнього накопичення  $^{90}\text{Sr}$  багаторічними злаковими травами

Ґрунт	Розпад		Винос				Імобілізація радіонукліда		Накопичення рослинами			$a$
	$\lambda_0$	$\lambda_{\text{och}}^*$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$c_1$	$c_2$	$CR_0$	$CR_\infty$	$\beta$			
Слабогумусований пісок (рихлопіщаний)	0,024	0,187	1650	0,14	0,20	0,40	34,5	17,7	0,12	51,6		
Дерново-підзолистий супіщаний	0,024	0,020	740	0,40	0,10	0,33	4,74	2,32	0,11	5,67		
Дерново-підзолистий легкосуглинний	0,024	0,018	740	0,40	0,10	0,33	3,02	0,86	0,14	2,25		
Світло-сірий лісовий зв'язнопіщаний	0,024	0,055	1650	0,14	0,20	0,40	3,67	3,43	0,10	9,20		
Темно-сірий лісовий легкосуглинний	0,024	0,011	740	0,40	0,10	0,33	2,20	0,41	0,12	1,39		
Дерново-підзолистий зв'язнопіщаний (ДПЗП-1)	0,024	0,014	720	0,023	0,16	0,41	1,85	0,35	0,10	1,07		

Ґрунт	Розпад	Винос	Імобілізація радіонукліда				Накопичення рослинами			a
	$\lambda_0$	$\lambda_{och}^*$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$c_1$	$c_2$	CR <sub>0</sub>	CR <sub>∞</sub>	$\beta$	
Дерново-підзолистий зв'язнопіщаний (ДПЗП-2)	0,024	0,042	720	0,023	0,16	0,41	5,23	5,23	0,13	8,61
Дерново-підзолистий середньосуглинний	0,024	0,008	1170	0,01	0,31	0,05	2,07	1,16	0,26	1,86
Чорнозем південний важкосуглинний	0,024	0,033	1170	0,01	0,31	0,05	1,52	0,63	0,20	1,11
Лугово-чорноземний важкосуглинний	0,024	0,012	1170	0,01	0,31	0,05	1,69	0,49	0,27	0,84
Чорнозем реградований середньосуглинний	0,024	-	720	0,023	0,16	0,41	1,77	0,75	0,27	1,18
Темно-сірий лісовий середньосуглинний	0,024	0,014	720	0,023	0,16	0,41	2,91	0,72	0,33	1,15
Чорнозем типовий важкосуглинний	0,024	0,025	1170	0,01	0,31	0,05	1,28	0,54	0,33	0,85
Чорнозем типовий середньосуглинний	0,024	0,011	1170	0,01	0,31	0,05	3,33	0,46	0,24	0,97

Таблиця 7. Значення параметрів моделі прогнозу середнього накопичення <sup>137</sup>Cs багаторічними злаковими травами

Ґрунт	Розпад	Винос	Імобілізація радіонукліда				Накопичення рослинами			a
	$\lambda_0$	$\lambda_{och}^*$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$c_1$	$c_2$	CR <sub>0</sub>	CR <sub>∞</sub>	$\beta$	
Дерново-підзолистий рихлопіщаний	0,023	0,0086	1000	0,5	0,65	0,31	1,61	0,17	0,24	5,57
Слабогумусований пісок (рихлопіщаний)	0,023	0,0084	1000	0,5	0,65	0,31	8,46	0,24	0,80	5,90
Дерново-підзолистий супіщаний	0,023	0,0066	1000	0,5	0,65	0,31	1,35	0,068	0,35	2,08
Дерново-підзолистий легкосуглинний	0,023	0,0068	1500	0,72	0,67	0,28	0,61	0,011	0,45	0,30
Світло-сірий лісовий зв'язнопіщаний	0,023	0,0058	1000	0,5	0,65	0,31	0,91	0,061	0,36	1,53
Темно-сірий лісовий легкосуглинний	0,023	0,0073	1500	0,72	0,67	0,28	0,056	0,012	0,80	0,24
Дерново-підзолистий зв'язнопіщаний (ДПЗП-1)	0,023	0,0081	1000	0,5	0,65	0,31	0,081	0,014	0,69	0,35
Дерново-підзолистий зв'язнопіщаний (ДПЗП-2)	0,023	0,009	1000	0,5	0,65	0,31	0,161	0,062	0,20	1,72
Дерново-підзолистий середньосуглинний	0,023	0,0034	1300	0,34	0,85	0,12	0,315	0,007	0,37	0,26
Чорнозем південний важкосуглинний	0,023	0,0084	1300	0,34	0,85	0,12	0,058	0,0065	1,04	0,21
Лугово-чорноземний важкосуглинний	0,023	0,0113	1300	0,34	0,85	0,12	0,084	0,0063	1,00	0,20
Чорнозем реградований середньосуглинний	0,023	0,006	1300	0,34	0,85	0,12	0,266	0,035	1,00	1,13

Ґрунт	Розпад	Винос	Імобілізація радіонукліда				Накопичення рослинами			a
	$\lambda_0$	$\lambda_{och}^*$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$c_1$	$c_2$	$CR_0$	$CR_\infty$	$\beta$	
Чорнозем типовий важкосуглинний	0,023	0,0022	1300	0,34	0,85	0,12	0,19	0,0073	1,78	0,24
Чорнозем типовий середньосуглинний	0,023	0,0035	1300	0,34	0,85	0,12	0,088	0,0055	0,57	0,18

\* Стандартне відхилення для параметрів  $\lambda_{och}$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $CR_0$ ,  $CR_\infty$ ,  $\beta$  становить 25 - 40 % від наведених у таблиці значень указаних параметрів:  $\lambda_0$  – константа фізичного розпаду радіонукліда, рік<sup>-1</sup>;  $\lambda_{och}$  – константа напівочищення орного горизонту ґрунту, рік<sup>-1</sup>;  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $CR_0$ ,  $CR_\infty$ ,  $\beta$  параметри моделі (5.8); a – коефіцієнт зв'язку між динамікою зміни в часі коефіцієнтів накопичення  $^{90}\text{Sr}$  рослинами та динамікою зміни суми вмісту в ґрунті водорозчинних і обмінних форм радіонукліда.

Питання перевірки моделі і розрахунку прогнозних оцінок розглядаються в другій частині статті.

### Висновки

1. Розроблено математичні моделі динаміки накопичення  $^{90}\text{Sr}$  і  $^{137}\text{Cs}$  багаторічними злаковими травами з контрастних за властивостями ґрунтів на пізній фазі радіаційної аварії.

2. На основі експериментальних даних оцінено параметри моделей багаторічної динаміки вивезення  $^{90}\text{Sr}$  і  $^{137}\text{Cs}$  з кореневмісного горизонту

ґрунтів, іммобілізації радіонуклідів у ґрунтах, надходження радіонуклідів у рослини з 15 контрастних за властивостями ґрунтів.

3. В якості основного алгоритму отримання прогнозних оцінок динаміки надходження радіонуклідів у рослини на пізній фазі радіаційної аварії використано оцінки динаміки вмісту у ґрунтах водорозчинних та обмінних форм радіонуклідів.

4. Розраховано прогнозні оцінки динаміки надходження радіонуклідів у рослини на пізній фазі радіаційної аварії.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Іванов Ю.О.* Динаміка перерозподілу радіонуклідів у ґрунтах і рослинності // *Чернобыль. Зона відчуження.* (Зб. наук. праць). - К., Наук. думка, 2001. - С. 47 - 76.
2. *Prister B.S., Barjakhtar V.G., Pereplyatnikova L.V. et al.* Experimental Substantiation and Parametrization of the Model Describing  $^{137}\text{Cs}$  and  $^{90}\text{Sr}$  Behavior in a Soil-Plant System // *Environ. Sci. & Pollut. Res. Special Issue.* - 2003. - No. 1. - P. 126 - 136.
3. *Іванов Ю.А.* Автореабилитационные процессы в экосистемах на отчужденных территориях и их учет при планировании реабилитационных мероприятий // *Тез. докл. Междунар. науч. семин. «Радиоэкология Чернобыльской зоны»*, 27 - 29 сент. 2006 г., Славутич. - Славутич, 2006. - С. 80 - 82.
4. *Фесенко С.В., Санжарова Н.И., Алексахин Р.М., Спиридонов С.И.* Изменение биологической доступности  $^{137}\text{Cs}$  после аварии на Чернобыльской АЭС // *Почвоведение.* - 1995. - № 4. - С. 508 - 513.
5. *Котова А.Ю.* Исследование механизмов сорбции и биологической доступности  $^{90}\text{Sr}$ ,  $^{106}\text{Ru}$ ,  $^{137}\text{Cs}$  и  $^{144}\text{Ce}$  в почвах различных типов: автореф. дис. ... канд. биол. наук. - Обнинск, 1998. - 27 с.
6. *Іванов Ю.А., Левчук С.Е., Хомутинин Ю.В. и др.* Подвижность  $^{90}\text{Sr}$  и  $^{137}\text{Cs}$  в контрастных по свойствам почвах // *Ядерная физика та енергетика.* - 2013. - Т. 14, № 3. - С. 288 - 294.
7. *Іванов Ю.О., Хомутинин Ю.В.* Довготривала динаміка надходження  $^{90}\text{Sr}$  і  $^{137}\text{Cs}$  в злакові трави з контрастних за властивостями ґрунтів // *Наукові доповіді Національного університету біоресурсів і природокористування України.* - 2014. - № 5. - Режим доступу: [http://nbuv.gov.ua/j-pdf/Nd\\_2014\\_5\\_11.pdf](http://nbuv.gov.ua/j-pdf/Nd_2014_5_11.pdf).
8. *Іванов Ю.О., Малоштан І.М., Кулик І.В., Павлюченко В.В.* Іммобілізація  $^{90}\text{Sr}$  і  $^{137}\text{Cs}$  у контрастних за властивостями ґрунтах // *Ядерная физика та енергетика.* - 2014. - Т. 15, № 3. - С. 277 - 284.
9. *Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д.* Прикладная статистика. Исследование зависимостей. - М.: Финансы и статистика, 1985. - 488 с.
10. *Афифи А., Эйзен С.* Статистический анализ. Подход с использованием ЭВМ. - М.: Мир, 1992. - 488 с.

Ю. А. Иванов, Ю. В. Хомутинин

Украинский НИИ сельскохозяйственной радиологии НУБиП Украины, Чабаны

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ МИГРАЦИИ  $^{90}\text{Sr}$  И  $^{137}\text{Cs}$   
В КОМПОНЕНТАХ ПОЧВЕННО-РАСТИТЕЛЬНОГО ПОКРОВА АГРОЦЕНОЗОВ  
НА ПОЗДНЕЙ ФАЗЕ РАДИАЦИОННОЙ АВАРИИ  
I. ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ И ЕЕ ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ**

Разработана и параметризирована математическая модель для прогнозирования динамики накопления  $^{90}\text{Sr}$  и  $^{137}\text{Cs}$  многолетними злаковыми травами из контрастных по свойствам почв на поздней фазе радиационной аварии. Разработанная модель позволяет учитывать роль процессов, которые определяют динамику поступления радионуклидов в растения (вынос  $^{90}\text{Sr}$  и  $^{137}\text{Cs}$  из корнеобитаемого слоя почвы, их иммобилизацию и физический распад).

*Ключевые слова:* математическая модель,  $^{90}\text{Sr}$ ,  $^{137}\text{Cs}$ , прогнозирование динамики накопления растениями, поздняя фаза аварии.

Yu. O. Ivanov, Yu. V. Khomutinina

Ukrainian Research Institute for Agricultural Radiology of NUBiP of Ukraine, Chabany

**MATHEMATICAL MODELLING OF DYNAMICS OF  $^{90}\text{Sr}$  AND  $^{137}\text{Cs}$  MIGRATION IN COMPONENTS  
OF AGROCENOSISES SOIL-PLANT COVER AT THE LATE PHASE OF RADIATION ACCIDENT.  
I. CONSTRUCTION OF THE MODEL AND ITS PARAMETRIZATION**

Mathematical models aiming to predict  $^{90}\text{Sr}$  and  $^{137}\text{Cs}$  accumulation dynamics in perennial cereal grasses from the soils, contrasted by properties, at the late phase of the radiation accident were elaborated and parameterized. The obtained models permit to account a role of the processes determining dynamics of radionuclides intake in plants ( $^{90}\text{Sr}$  and  $^{137}\text{Cs}$  carry-over from the root-inhabited layer of soil, its immobilization and physical decay).

*Keywords:* mathematical model,  $^{90}\text{Sr}$ ,  $^{137}\text{Cs}$ , prediction of accumulation dynamics in plants, late phase of an accident.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Ivanov Yu.O.* // Chornobyl'. Zona vidchuzhennya. (Zb. nauk. prats'). - Kyiv, Nauk. dumka, 2001. - P. 47 - 76. (Ukr)
2. *Prister B.S., Barjakhtar V.G., Pereplyatnikova L.V. et al.* Experimental Substantiation and Parametrization of the Model Describing  $^{137}\text{Cs}$  and  $^{90}\text{Sr}$  Behavior in a Soil-Plant System // Environ. Sci. & Pollut. Res. Special Issue. -2003. - No. 1. - P. 126 - 136.
3. *Ivanov Yu.A.* // Intern. Scientific seminar «Radioekologiya Chernobyl'skoj zony»: abstracts, 27 - 29 Sent. 2006, Slavutich. - Slavutich, 2006. - P. 80 - 82. (Rus)
4. *Fesenko S.V., Sanzharova N.I., Aleksakhin R.M., Spiridonov S.I.* // Pochvovedenie. - 1995. - No. 4. - P. 508 - 513. (Rus)
5. *Kotova A.Yu.* Investigation of mechanisms of sorption and  $^{90}\text{Sr}$ ,  $^{106}\text{Ru}$ ,  $^{137}\text{Cs}$  and  $^{144}\text{Ce}$  bioavailability in the different types of soil: PhD Thesis abstract. - Obninsk, 1998. - 27 p. (Rus)
6. *Ivanov Yu.A., Levchuk S.E., Khomutinina Yu.V. et al.* // Nucl. Phys. At. Energy. - 2013. - Vol. 14, No. 3. - P. 288 - 294. (Rus)
7. *Ivanov Yu.O., Khomutinina Yu.V.* // Naukovi dopovidi Natsional'nogo universytetu bioresursiv i pryrodokorystuvannya Ukrayiny. - 2014. - No. 5. - [http://nbuv.gov.ua/j-pdf/Nd\\_2014\\_5\\_11.pdf](http://nbuv.gov.ua/j-pdf/Nd_2014_5_11.pdf). (Ukr)
8. *Ivanov Yu.O., Maloshtan I.M., Kulyk I.V., Pavlyuchenko V.V.* // Nucl. Phys. At. Energy. - 2014. - Vol. 15, No. 3. - P. 277 - 284. (Ukr)
9. *Ajvazyan S.A., Enyukov I.S., Meshalkin L.D.* Applied statistics. Research of dependencies. - Moskva: Finansy i statistika, 1985. - 488 p. (Rus)
10. *Ajfi A., Ejzen S.* Statistical analysis. The approach of using a computer. - Moskva: Mir, 1992. - 488 p. (Rus)

Надійшла 25.03.2015

Received 25.03.2015