

І. О. Корж, А. Д. Фурса

*Інститут ядерних досліджень НАН України, Київ***ЕНЕРГЕТИЧНІ СПЕКТРИ НЕПАРНИХ ЯДЕР В УЗАГАЛЬНЕНІЙ МОДЕЛІ**

У рамках узагальненої моделі ядра обчислено енергетичні спектри та досліджено структуру хвильових функцій основних і збуджених станів непарних ядер  $^{25}\text{Mg}$ ,  $^{41}\text{K}$  та  $^{65}\text{Cu}$ . Висока якість опису енергетичних спектрів обумовлена точними розрахунками всіх елементів енергетичної матриці. Показано, що знайдена структура хвильових функцій дозволяє надійніше обрати модель ядра і метод розрахунків перерізів непружного розсіяння нуклонів непарними ядрами.

*Ключові слова:* непарні ядра, енергетична структура, узагальнена модель ядра, стани ядер, хвильові функції.

**Вступ**

Одним із важливих завдань ядерної фізики є вивчення структури ядер і пояснення їхніх властивостей на підставі відомої з експерименту взаємодії між нуклонами. Але побудова послідовної теорії ядер та ядерних процесів стикається з великими труднощами, пов'язаними як з недостатнім знанням природи ядерної взаємодії, так і з складним характером багатонуклонних систем. Проте відсутність строгих методів розрахунку багаточастинкових систем із сильною взаємодією змушує обмежуватися використанням феноменологічних моделей, які вводяться для опису певних властивостей ядер.

Найбільш значного успіху в розумінні структури основних і збуджених станів атомних ядер вдалося досягти в рамках узагальненої моделі ядра, яка є синтезом оболонкової та краплинної моделей. У ній припускається незалежність руху окремих нуклонів у самоузгодженному полі, яке змінюється повільно. Ця модель, як і оболонкова, враховує ступені свободи, пов'язані з рухом одного або кількох зв'язаних нуклонів у самоузгодженному полі. Узагальнена модель, як і краплинна, враховує колективні ступені свободи, пов'язані зі зміною форми та орієнтації ядра в просторі. Звичайно, в узагальненій моделі припускається, що одночастинковий і колективний рухи розділяються і розглядаються незалежно. Саме цю модель і використано нами для розрахунків енергетичних спектрів та дослідження структури хвильових функцій основних і збуджених станів непарних ядер середньої атомної ваги.

Знайдена структура хвильових функцій основних і збуджених станів непарних ядер дозволяє надійніше обрати модель для розрахунків перерізів непружного розсіяння нуклонів цими ядрами в широкій області енергій.

**Теоретичні основи узагальненої моделі ядра**

У ділянці масових чисел, де стани парнопарних ядер мають вібраційну природу, властивості ядер з непарним  $A$  виявляються складнішими і менш зрозумілими. Для опису структури непарних ядер припускається прista модель, в якій ядро розглядається як парно-парний остов з однією частинкою поза ним. Остов вважається рідкою краплиною зі сталою густиною і різкою границею, яка визначається загальновідомою формулою мультипольного розкладу радіуса поверхні ядра, яке зазнає коливання [1]

$$R(\theta, \varphi) = R_0 \left[ 1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu}^* Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \right], \quad (1)$$

де  $R_0$  – рівноважний радіус ядра,  $\alpha_{\lambda\mu}$  – тензор, що описує колективний рух збудженого остова.

Зміна середнього потенціалу ядра, обумовлена коливаннями мультипольності  $\lambda$ , приводить до появи зв'язку між вібраційними ступенями свободи та ступенями свободи окремих частинок. У сферичних ядрах взаємодія одночастинкового і колективного рухів припускається відносно слабкою. Гамільтоніан усієї системи має вигляд [1]

$$H = H_C + H_P + H_{int}. \quad (2)$$

Коливання остова з малими амплітудами описані колективним гамільтоніаном гармонічного осцилятора  $H_C$  з власними частотами  $\omega_\lambda$  [2]

$$H_C = \sum_{\lambda\mu} \left( \frac{1}{2B_\lambda} \pi_{\lambda\mu}^\dagger \pi_{\lambda\mu} + \frac{1}{2} C_\lambda \alpha_{\lambda\mu}^\dagger \alpha_{\lambda\mu} \right) \equiv \sum_{\lambda\mu} \omega_\lambda \left( b_{\lambda\mu}^\dagger b_{\lambda\mu} + \frac{1}{2} \right),$$

$$\omega_\lambda = \left( \frac{C_\lambda}{B_\lambda} \right)^{1/2}. \quad (3)$$

© І. О. Корж, А. Д. Фурса, 2015

Коливальні кванти (фонони) характеризуються кутовим моментом  $\lambda$ , парністю  $(-1)^\lambda$ , масовим параметром  $B_\lambda$  та жорсткістю  $C_\lambda$ . Перехід від колективних змінних  $\pi_{\lambda\mu}$ ,  $\alpha_{\lambda\mu}$  до бозонних операторів вторинного квантування  $b_{\lambda\mu}$  здійснено за допомогою канонічного перетворення

$$\begin{aligned}\alpha_{\lambda\mu} &= \left( \frac{1}{2B_\lambda\omega_\lambda} \right)^{1/2} \left[ b_{\lambda\mu}^\dagger + (-1)^\mu b_{\lambda-\mu} \right], \\ \pi_{\lambda\mu} &= i \left( \frac{B_\lambda\omega_\lambda}{2} \right)^{1/2} \left[ (-1)^\mu b_{\lambda-\mu}^\dagger - b_{\lambda\mu} \right].\end{aligned}\quad (4)$$

У сферичному ядрі взаємодія нуклон-фонон вміщує скалярний добуток тензорів

$$H_{\text{int}} = -k(r) \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu}^* Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \equiv -k(r) \sum_{\lambda} (\mathbf{a}_\lambda \cdot \mathbf{Y}_\lambda), \quad (5)$$

де  $r, \theta, \varphi$  – сферичні координати непарної частинки, а  $k(r)$  – радіальна залежність потенціалу взаємодії непарної частинки з поверхневим фононом збудженого парно-парного остова.

За одночастинковий доданок у виразі (2) узято потенціал гармонічного осцилятора. Для нього радіальна частина оператора взаємодії нуклона з фононом буде мати вигляд

$$k(r) = gr \frac{dV}{dr} = gM\omega_0^2 r^2, \quad (6)$$

де  $M$  – маса нуклона;  $\omega_0$  – осциляторний параметр гамільтоніану  $H_p$ ;  $g$  – константа взаємодії (додатковий параметр).

Хвильові функції ядерних станів непарного ядра з повним кутовим моментом  $J$  і його проекцією  $M$ , які відповідають гамільтоніану нульового наближення  $H_C + H_p$ , мають вигляд

$$|NRj; JM\rangle = \sum_{m_1 m_2} C_{Rm_1 jm_2}^{JM} |Rm_1\rangle |jm_2\rangle, \quad (7)$$

де  $R$  – кутовий момент  $N$ -фононного стану.

Відповідні енергії нульового наближення дорівнюють  $N\hbar\omega_\lambda + \varepsilon_j$ . В основному стані ядра фононів немає ( $N = 0$ ), а непарна частинка знаходиться в стані  $|jm\rangle$ , тобто базові безфононні стани мають вигляд

$$|00j; JM\rangle = |0\rangle |jm\rangle, \quad J=j. \quad (8)$$

Основний стан парно-парного остова – це фо-

нонний вакуум  $|0\rangle$ . Перший збуджений стан його є однофононним  $\lambda^\pi$  станом з хвильовою функцією

$$|1\lambda m_1\rangle = b_{\lambda m_1}^\dagger |0\rangle. \quad (9)$$

Далі розташовані двофононні стани з хвильовими функціями

$$|2Rm_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\mu_1 \mu_2} C_{\lambda\mu_1 \lambda\mu_2}^{Rm_1} b_{\lambda\mu_1}^\dagger b_{\lambda\mu_2}^\dagger |0\rangle, \quad R = 0, 2, 4, \dots, 2\lambda. \quad (10)$$

Відповідні базові стани непарного ядра для однофононного стану мають вигляд

$$|1\lambda j; JM\rangle = \sum_{m_1 m_2} C_{\lambda m_1 jm_2}^{JM} b_{\lambda m_1}^\dagger |0\rangle |jm_2\rangle, \quad J = |j - \lambda|, \dots, j + \lambda, \quad (11)$$

а для двофононного стану

$$|2Rj; JM\rangle = \sum_{m_1 m_2} C_{Rm_1 jm_2}^{JM} |2Rm_1\rangle |jm_2\rangle. \quad (12)$$

Однофононний стан парно-парного ядра за рахунок взаємодії  $H_{\text{int}}$  перетворюється у непарному ядрі в мультиплет  $(2\lambda + 1)$ -станів, якщо  $j > \lambda$ , або  $(2j + 1)$ -станів, якщо  $j < \lambda$ . У випадку  $H_{\text{int}} = 0$  цей мультиплет вироджується в один енергетичний рівень з енергією, яка дорівнює сумі енергій однофононного та одонуклонного станів. Подібні мультиплети з'являються і для двофононних станів (за винятком двофононного стану  $0^+$ ).

Коли враховується взаємодія  $H_{\text{int}}$ , то змішуються всі мультиплети з однаковим спіном та парністю. Особливо це стосується випадку, коли  $H_{\text{int}}$  вміщує, окрім членів першого порядку по  $\alpha_{\lambda\mu}$ , ще й нелінійні члени. Якщо взаємодія достатньо слабка, тобто коли величини  $|\langle 0 | \alpha_\lambda | \lambda \rangle|$  малі, то змішуватися будуть лише ті стани (7), які відрізняються один від одного одним  $\lambda$ -фононом. Це зумовлено тим, що оператори народження і знищення фононів входять в  $H_{\text{int}}$  тільки лінійно. Наприклад, основний стан (8) змішується з усіма станами  $|1\lambda j'; JM\rangle$ , для яких матричний елемент взаємодії, який відповідає народженню або поглинанню кванта, відрізняється від нуля:

$$\langle 1\lambda j'; JM | H_{\text{int}} | 00j; JM \rangle = \langle 00j; JM | H_{\text{int}} | 1\lambda j'; JM \rangle. \quad (13)$$

Тобто з основним станом безпосередньо змі-

шуються лише однофононні стани з непарною частинкою, яка знаходиться у тій самій або в іншій  $j$ -оболонці. Рівняння (13) випливає з ермітості оператора  $H_{\text{int}}$ , завдяки чому його матричні елементи для хвильових функцій (8) виявляються дійсними. З іншого боку, однофононні стани (11) будуть змішуватися взаємодією  $H_{\text{int}}$  з двофононними станами (12), які також, як і однофононні, будуть давати внесок як в основний, так і в збуджені стани непарного ядра. Це змішування визначається матричним елементом

$$\langle 2R' j'; JM | H_{\text{int}} | 1\lambda j; JM \rangle = \langle 1\lambda j; JM | H_{\text{int}} | 2R' j'; JM \rangle. \quad (14)$$

Для обчислення матричних елементів скалярних або тензорних операторів ми будемо використовувати методи алгебри Рака, які повною мірою викладено в монографії [3]. У загальному випадку матричний елемент оператора взаємодії можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} \langle N'_\lambda R' j'; JM | H_{\text{int}} | N_\lambda R j; JM \rangle &\equiv \\ &\equiv -\langle N'_\lambda R' j'; JM | k(r)(\mathbf{a}_\lambda \cdot \mathbf{Y}_\lambda) | N_\lambda R j; JM \rangle = \\ &= (-1)^{J+R+j'} \left\{ \begin{matrix} R' R \lambda \\ j j' \lambda \end{matrix} \right\} \langle N'_\lambda R' \| \alpha_\lambda \| N_\lambda R \rangle \langle j' \| k(r) Y_\lambda \| j \rangle, \\ &|N_\lambda - N'_\lambda| = 1. \end{aligned} \quad (15)$$

Зведений матричний елемент колективного оператора  $\alpha_{\lambda\mu}$  для багатофононних станів зв'язується з відповідними генеалогічними коефіцієнтами для бозонних систем і потребує спеціальної техніки для їхнього одержання. Тут ми обмежимося випадками одно та двофононних станів, для яких цей зведений матричний елемент обчислюється дуже просто. Так, для переходів між однофононним станом і вакуумом отримаємо

$$\begin{aligned} \langle 0 \| \alpha_\lambda \| \lambda \rangle &= (-1)^\lambda \left( \frac{2\lambda+1}{2B_\lambda \omega_\lambda} \right)^{1/2}, \\ \langle \lambda \| \alpha_\lambda \| 0 \rangle &= \left( \frac{2\lambda+1}{2B_\lambda \omega_\lambda} \right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (16)$$

Другий зведений матричний елемент у виразі (15) має відношення до переходу, який здійснює непарний нуклон

$$\begin{aligned} \langle j' \| k(r) Y_\lambda \| j \rangle &= \\ &= (-1)^{j-j'+\lambda} \left[ \frac{(2\lambda+1)(2j+1)}{4\pi} \right]^{1/2} C_{j_2^1 \lambda 0}^{j_2^1} \langle n' l' | k(r) | nl \rangle. \end{aligned} \quad (17)$$

Таким чином, для переходів, що зв'язують однофононні стани з вакуумом, матричний елемент (15) записується як

$$\begin{aligned} \langle 1\lambda j'; JM | H_{\text{int}} | 00j; JM \rangle &= \\ &= (-1)^{j+j'} \left( \frac{2\lambda+1}{4\pi} \right)^{1/2} \left( \frac{\hbar\omega_\lambda}{2C_\lambda} \right)^{1/2} C_{j_2^1 \lambda 0}^{j_2^1} \langle n' l' | k(r) | nl \rangle, \end{aligned} \quad (18)$$

де із закону збереження парності випливає, що величина  $l+l'+\lambda$  повинна бути парною.

Розглянемо тепер обчислення матричних елементів (14), які пов'язують однофононні базові стани з двофононними. Згідно з виразом (15)

$$\begin{aligned} \langle 2R' j'; JM | H_{\text{int}} | 1\lambda j; JM \rangle &= \\ &= -(-1)^{J+\lambda+j'} \left\{ \begin{matrix} R' \lambda \lambda \\ j j' J \end{matrix} \right\} \langle 2R' \| \alpha_\lambda \| 1\lambda \rangle \langle j' \| k(r) Y_\lambda \| j \rangle. \end{aligned} \quad (19)$$

Використовуючи явні вирази для колективних хвильових функцій (9) і (10), неважко отримати зведені матричні елементи колективного оператора  $\alpha_{\lambda\mu}$ :

$$\langle 2R' \| \alpha_\lambda \| 1\lambda \rangle = \sqrt{2(2R'+1)} \left( \frac{\hbar\omega_\lambda}{2C_\lambda} \right)^{1/2},$$

$$\langle 1\lambda \| \alpha_\lambda \| 2R' \rangle = (-1)^\lambda \sqrt{2(2R'+1)} \left( \frac{\hbar\omega_\lambda}{2C_\lambda} \right)^{1/2}. \quad (20)$$

Другий вираз у (20) можна отримати також із загального співвідношення, яке пов'язує прямий та зворотний зведені матричні елементи

$$\langle 1\lambda \| \alpha_\lambda \| 2R' \rangle = (-1)^{\lambda-R'} \langle 2R' \| \alpha_\lambda \| 1\lambda \rangle^*. \quad (21)$$

Остаточний вигляд матричного елемента (19) буде

$$\begin{aligned} \langle 2R' j'; JM | H_{\text{int}} | 1\lambda j; JM \rangle &= \\ &= -(-1)^{j+j} \left[ \frac{(2\lambda+1)(2j+1)(2R'+1)}{2\pi} \right]^{1/2} \times \\ &\times C_{j_2^1 \lambda 0}^{j_2^1} \left\{ \begin{matrix} R' \lambda \lambda \\ j j' J \end{matrix} \right\} \left( \frac{\hbar\omega_\lambda}{2C_\lambda} \right)^{1/2} \langle n' l' | k(r) | nl \rangle. \end{aligned} \quad (22)$$

Для сферично симетричного потенціалу гармонічного осцилятора радіальна хвильова функція виражається через вироджену гіпергеометричну функцію згідно з [4]

$$R_{nl}(r) = (-1)^n \left\{ 2\alpha^3 \frac{\Gamma(n+l+\frac{3}{2})}{n!} \right\}^{1/2} \times \\ \times \frac{(\alpha r)^l}{\Gamma(l+\frac{3}{2})} \exp\left(-\frac{\alpha^2 r^2}{2}\right) F\left(-n, l+\frac{3}{2}, \alpha^2 r^2\right), \quad (23)$$

де  $\alpha = \sqrt{M\omega_0}$ ;  $M$  – маса нуклона. Розрахунки радіальних матричних елементів із хвильовими функціями (23) дуже важкі і громіздкі. Кінцевий результат можна виразити через гамма-функції Ейлера  $\Gamma(x)$  як

$$\langle n'l' | k(r) | nl \rangle = \\ = g\omega_0 (-1)^n \left[ \frac{\Gamma\left(n+l+\frac{3}{2}\right)n!}{\Gamma\left(n'+l'+\frac{3}{2}\right)n'!} \right]^{1/2} \times \\ \times \sum_{p=0}^n \frac{(-1)^p \Gamma\left(\frac{l+l'}{2} + p + \frac{5}{2}\right) \Gamma\left(\frac{l-l'}{2} + p + 2\right)}{p!(n-p)! \Gamma\left(l+p+\frac{3}{2}\right) \Gamma\left(\frac{l-l'}{2} + p + 2 - n'\right)}. \quad (24)$$

Тут  $N = 2n+l$ ,  $N' = 2n'+l'$ , а  $n$  і  $n'$  – радіальні квантові числа радіальних функцій (23) для початкового і кінцевого станів нуклона, який здійснює перехід між цими станами.

Енергетичні рівні основного та збуджених станів непарних ядер було отримано шляхом діагоналізації енергетичної матриці

$$\| (\varepsilon_{NR} + \varepsilon_j) \delta_{NRj}^{N'R'j'} + \langle N'R'j'; JM | H_{int} | NRj \rangle \| . \quad (25)$$

Багатокомпонентні хвильові функції ядерних рівнів отримано в цьому підході як коефіцієнти лінійних перетворень, що зводять матрицю (25) до діагонального вигляду.

Як приклад нижче будуть наведені результати чисельних розрахунків енергетичних спектрів і відповідних хвильових функцій основних і збуджених станів непарних ядер середньої атомної ваги додатної ( $^{25}\text{Mg}$ ,  $^{41}\text{K}$ ) і від'ємної ( $^{65}\text{Cu}$ ) парності, а також проведено порівняння з експериментальними спектрами. Зазначимо, що на відміну від попередніх аналогічних розрахунків спектрів непарних ядер у даній роботі точно обраховано всі матричні елементи енергетичних матриць із реалістичним одночастинковим потенціалом Нільссона замість покладання радіаль-

них матричних елементів константами, які визначаються з процедури підгонки теоретичних рівнів до експериментальних.

### Чисельні розрахунки енергетичних спектрів непарних ядер $^{65}\text{Cu}$ , $^{41}\text{K}$ і $^{25}\text{Mg}$

Як приклад обчислення енергетичних спектрів непарних ядер нами детально проведено чисельні розрахунки енергетичного спектра ядра  $^{65}\text{Cu}$ .

На сьогодні існує достатня кількість експериментальної інформації щодо властивостей низько розташованих рівнів непарних ізотопів міді [5]. Уперше модель збудженого остова для розрахунку спектрів цих ядер була успішно застосована в роботах [6, 7], але деякі особливості не були задовільно пояснені. Головним недоліком цих і наступних розрахунків енергетичних спектрів ядер міді та інших непарних ядер, які будуть розгляdatися нижче, є відсутність точних розрахунків радіальних матричних елементів оператора взаємодії нуклон-фонон і покладання їх константами, що є не досить віправданим, бо, як показують наші розрахунки, вони можуть різнистися в кілька разів. Завдяки цьому можна досягти набагато кращого узгодження розрахованих спектрів з експериментальними.

Ми розглядаємо непарне ядро  $^{65}\text{Cu}$  як сферичний остов  $^{64}\text{Ni}$  з  $Z = 28$  і  $N = 36$  плюс непарний протон. Протонна оболонка  $1f_{7/2}$  в ядрі  $^{64}\text{Ni}$  повністю заповнена. Останній непарний протон може знаходитися в одночастинкових станах  $2p_{3/2}$ ,  $1f_{5/2}$  і  $2p_{1/2}$ , які розташовані вище за оболонку  $1f_{7/2}$ . Усі ці стани знаходяться в головній осциляторній оболонці  $3\omega_0$  і становлять одночастинковий базис розкладу ядерної хвильової функції непарного ядра  $^{65}\text{Cu}$ . Послідовності одночастинкових станів у моделі оболонок, які найкраще узгоджуються з експериментальними даними, розраховані в [4] для різних областей масових чисел  $A$ , які й використані в усіх наших розрахунках. Тепер щодо станів ядра остова, які враховувалися в розрахунках. Ми вилучали всі стани з числом фононів більше двох. У  $^{64}\text{Ni}$  перший збуджений стан – однофононний  $2^+$ ,  $\omega_2 = 1,346$  MeV, а двофононні стани  $0^+$ ,  $2^+$ ,  $4^+$  всі вироджені і мають енергію  $2\omega_2$ . Парність ядерних станів  $^{65}\text{Cu}$  від'ємна завдяки парності базисних одночастинкових станів  $2p_{3/2}$ ,  $1f_{5/2}$ ,  $2p_{1/2}$ .

Параметр жорсткості  $C_2$  для квадрупольного фонона може бути розрахований з використанням експериментального значення зведеній ймовірності електричного E2-переходу за формулою роботи [8]

$$C_2 = \frac{5}{2} \hbar \omega_2 \left( \frac{3}{4\pi} Z e R^2 \right)^2 B(E2; 0^+ \rightarrow 2^+)^{-1},$$

$$R = 1,2 A^{1/3}. \quad (26)$$

Там же у вигляді рисунка наведено результати таких розрахунків для багатьох ядер періодичної системи. Експериментальні енергетичні характеристики перших однофононних  $2^+$  і  $3^-$ -станів для ядер  $60 \leq A \leq 102$  наведено в роботі [9].

У розрахунках ми використали значення  $C_2 = 98,8$  MeВ, що відповідає зведеній імовірності  $B(E2; 0^+ \rightarrow 2^+) = 810 \cdot e^2$  Фм<sup>4</sup>. З метою найкращого опису експериментальних рівнів ми варіювали три параметри: дві відстані між одночастинковими рівнями і інтенсивність нуклон-фононної взаємодії  $g$ . Їхні величини виявилися такими:

$$\Delta(1f_{5/2} - 2p_{3/2}) = 1,46 \text{ MeВ},$$

$$\Delta(2p_{1/2} - 2p_{3/2}) = 2,09 \text{ MeВ}, g = 0,52. \quad (27)$$

На рисунку наведено порівняння експериментальних і розрахованих енергетичних спектрів від'ємної парності, а в таблиці наведено коефіцієнти базових станів  $|NRj; J\rangle$  з повним спіном  $J$  для найнижчих станів  $^{65}\text{Cu}$ .

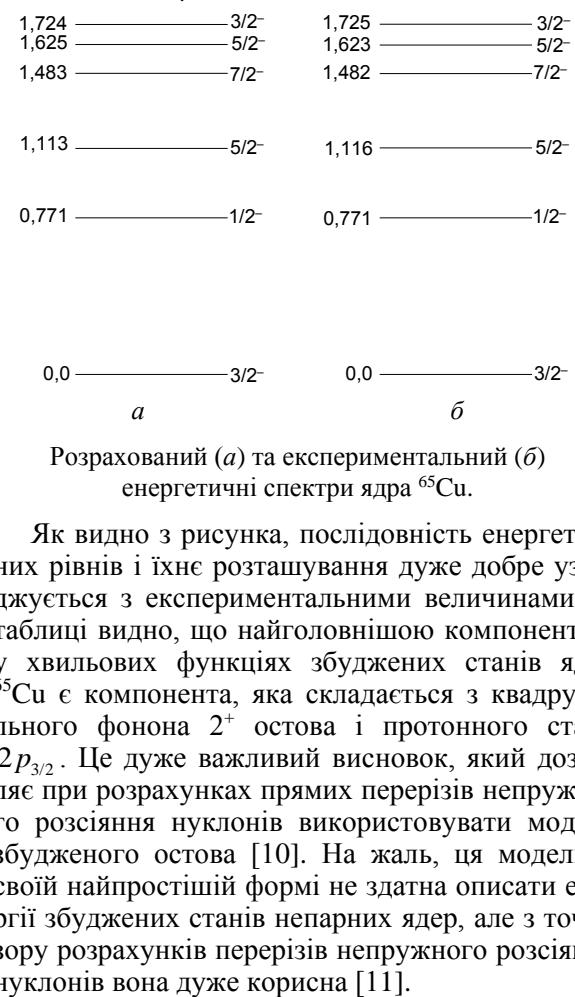
**Структура хвильових функцій основного та збуджених станів\* ядра  $^{65}_{29}\text{Cu}_{36}$**

$J^\pi$	NRj					
	$00\frac{1}{2}$	$00\frac{3}{2}$	$00\frac{5}{2}$	$12\frac{1}{2}$	$12\frac{3}{2}$	$12\frac{5}{2}$
$3/2^-_{gs}$		-0,898		-0,175	0,369	0,109
$1/2^-$	-0,519				0,747	-0,278
$5/2^-$			0,590	0,214	0,662	-0,233
$7/2^-$					0,888	0,004
$3/2^-$		0,374		0,071	0,869	-0,008

\* У таблиці опущені внески двофононних станів у хвильовій функції через їхній незначний внесок.

У подальшому коротко викладемо результати числових розрахунків енергетичних спектрів непарних ядер  $^{41}\text{K}$  і  $^{25}\text{Mg}$ . Для цих ядер чисельні розрахунки енергетичних спектрів проведено за такою ж схемою, як і для ядра  $^{65}\text{Cu}$ .

Непарне ядро  $^{41}\text{K}$  будемо розглядати як парно-парний сферичний остов  $^{42}\text{Ca}$  з  $Z = 19$  із  $N = 22$  плюс протонна дірка. На протонній підоболонці  $1d_{3/2}$  головної оболонки  $2\omega_0$  в ядрі  $^{42}\text{Ca}$  знаходиться чотири протони, які не дають ніякого внеску в кутовий момент ядерних станів. Протонна дірка непарного ядра  $^{41}\text{K}$  може розташуватися в



Розрахований (a) та експериментальний (b) енергетичні спектри ядра  $^{65}\text{Cu}$ .

Як видно з рисунка, послідовність енергетичних рівнів і їхнє розташування дуже добре узгоджується з експериментальними величинами. Із таблиці видно, що найголовнішою компонентою у хвильових функціях збуджених станів ядра  $^{65}\text{Cu}$  є компонента, яка складається з квадрупольного фонона  $2^+$  остова і протонного стану  $2p_{3/2}$ . Це дуже важливий висновок, який дозволяє при розрахунках прямих перерізів непружного розсіяння нуклонів використовувати модель збудженого остова [10]. На жаль, ця модель у своїй найпростішій формі не здатна описати енергії збуджених станів непарних ядер, але з точки зору розрахунків перерізів непружного розсіяння нуклонів вона дуже корисна [11].

одночастинкових станах  $1d_{3/2}$ ,  $2s_{1/2}$  і  $1d_{5/2}$  головної оболонки  $2\omega_0$ , які і становлять одночастинковий базис розкладу ядерних хвильових функцій непарного ядра  $^{41}\text{K}$ . Парність ядерних станів  $^{41}\text{K}$  буде додатною завдяки парності базисних однодіркових станів  $1d_{3/2}$ ,  $2s_{1/2}$ ,  $1d_{5/2}$ .

Перший збуджений стан  $^{42}\text{Ca}$  є квадрупольний фонон  $2^+$ ,  $\omega_2 = 1,525$  MeВ. Розрахований параметр жорсткості (26) квадрупольного фонона в  $^{42}\text{Ca}$   $C_2 = 63$  MeВ відповідає зведеній імовірності (в одиницях Вігнера)  $B(E2; 0^+ \rightarrow 2^+)(w.u.) = 9,66$ .

З метою найкращого опису експериментальних рівнів ми варіювали три параметри: дві відстані між одночастинковими рівнями та інтенсивність нуклон-фононної взаємодії, які виявилися такими:

$$\Delta(1d_{3/2} - 1d_{5/2}) = 2,17 \text{ MeB},$$

$$\Delta(2s_{1/2} - 1d_{5/2}) = 1,12 \text{ MeB}, g = 0,12. \quad (28)$$

Порівняння експериментальних і розрахованих енергетичних рівнів ядра  $^{41}\text{K}$  вказують на те, що послідовність енергетичних рівнів і їхнє розташування дуже добре узгоджується з експериментальними величинами. Ця якість опису енергетичних спектрів обумовлена точними розрахунками всіх елементів енергетичної матриці. Аналіз коефіцієнтів розкладу хвильових функцій цих станів по базовим компонентам  $|NRj; J\rangle$  із повним спіном  $J$  для найнижчих рівнів  $^{41}\text{K}$  указує на те, що домінування у структурі рівнів мультиплету однофононної компоненти  $|12\frac{3}{2}\rangle$  простежується не завжди. Так, збуджений стан  $1/2^+$  має практично одночастинкову природу, тоді як у станах  $5/2^+$  і  $7/2^+$  домінує однофононна компонента.

Непарне ядро  $^{25}\text{Mg}$  будемо розглядати як парно-парний сферичний остов  $^{24}\text{Mg}$  із  $Z = 12$  і  $N = 12$  плюс непарний нейtron. На нейtronній оболонці  $1d_{5/2}$  головної оболонки  $2\omega_0$  ядра  $^{24}\text{Mg}$  знаходяться чотири спарених нейtronів, які зумовлюють нульовий спін цього ядра. Останній непарний нейtron у  $^{25}\text{Mg}$  може розташовуватися в одночастинкових станах  $1d_{5/2}$ ,  $2s_{1/2}$  і  $1d_{3/2}$  головної осциляторної оболонки  $2\omega_0$ , які становлять одночастинковий базис розкладу ядерної хвильової функції непарного ядра  $^{25}\text{Mg}$ . Тепер щодо станів остова, які враховувалися в розрахунках. Ми вилучали всі стани з числом фононів більше двох. У  $^{24}\text{Mg}$  перший збуджений стан однофононний  $2^+$ ,  $\omega_2 = 1,369 \text{ MeB}$ , а двофононні стани  $0^+$ ,  $2^+$ ,  $4^+$  усі вироджені і мають енергію  $2\omega_2$ . Парність ядерних станів  $^{25}\text{Mg}$  буде додатною завдяки парності базисних одночастинкових станів. Параметр жорсткості  $C_2$  для квадрупольного фонону в ядрі  $^{24}\text{Mg}$  розраховувався з використанням експериментального значення

зведеної ймовірності електричного E2-переходу  $B(E2; 0^+ \rightarrow 2^+)(w.u.) = 21,5$  за формулою (26). Одержано значення  $C_2 = 9,1 \text{ MeB}$ . Щоб покращити опис експериментальних рівнів, ми варіювали три параметри: дві відстані між одночастинковими рівнями та інтенсивність нуклон-фононної взаємодії. Вони виявилися такими:

$$\Delta(1d_{3/2} - 1d_{5/2}) = 1,36 \text{ MeB},$$

$$\Delta(2s_{1/2} - 1d_{5/2}) = 2,36 \text{ MeB}, g = 0,21. \quad (29)$$

Порівняння експериментальних і розрахованих енергетичних спектрів рівнів додатної парності вказують на те, що послідовність багатьох енергетичних рівнів та їхнє розташування добре узгоджується з експериментальними величинами. Ця якість опису, як зазначалося вище, обумовлена точними розрахунками всіх елементів енергетичної матриці. Виняток становлять лише другі розв'язки для рівнів  $1/2^+$  і  $3/2^+$  енергетичної матриці, які змінюють послідовність. Аналіз коефіцієнтів базових станів  $|NRj; J\rangle$  із повним спіном  $J$  для найнижчих станів  $^{25}\text{Mg}$  указує на те, що домінування у структурі рівнів мультиплету однофононної компоненти  $|12\frac{5}{2}\rangle$  простежується не завжди. Так, у збудженному стані  $3/2^+$  переважає внесок одночастинкової компоненти, тоді як у станах  $1/2^+$ ,  $7/2^+$  і  $9/2^+$  домінує однофононна компонента.

## Висновки

У роботі в рамках узагальненої моделі ядра (модель взаємодіючих нуклонів і фононів) обчислено енергетичні спектри та досліджено структуру хвильових функцій основних і збуджених станів непарних ядер  $^{25}\text{Mg}$ ,  $^{41}\text{K}$  та  $^{65}\text{Cu}$ . За результатами обчислень установлено, що висока якість опису енергетичних спектрів обумовлена точними розрахунками всіх елементів енергетичної матриці. Показано, що знайдена структура хвильових функцій дозволяє надійніше обрати модель ядра і метод розрахунків перерізів непружного розсіяння нуклонів непарними ядрами.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Eisenberg J., Greiner W. Nuclear theory. Vol. 1. Nuclear models. Collective and single-particle phenomena. - Amsterdam - London: North-Holland publishing company, 1970.
2. Давыдов А.С. Возбужденные состояния атомных ядер. - М.: Атомиздат, 1967.
3. Варшавович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К. Квантовая теория углового момента. - М.: Наука, 1975.
4. Соловьев В.Г. Теория атомного ядра. - М.: Энергоиздат, 1981.
5. Auble R.L. // Nucl. Data Sheets. - 1979. - Vol. 28. - P. 559.

- 
6. Lawson R.D., Uretsky J.L. Center-of-Gravity theorem in nuclear spectroscopy // Phys. Rev. - 1957. - Vol. 108. - P. 1300.
  7. De-Shalit A. Core excitations in nondeformed odd A-nuclei // Phys. Rev. - 1961. - Vol. 122. - P. 1530 - 1536.
  8. Бор О., Моттельсон Б. Структура атомного ядра. Т. 2. - М.: Мир, 1977.
  9. Соловьев В.Г. Теория сложных ядер. - М.: Наука, 1971.
  10. Hodgson P.E. // Nuclear reaction and nuclear structure. - London: Clarendon Press, 1971.
  11. Korzh I., Sklyar M. Contribution of direct processes to cross sections of fast neutron scattering by copper nuclei // Ukr. J. Phys. - 2002. - Vol. 47. - P. 525 - 531.

**И. А. Корж, А. Д. Фурса**

*Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев*

## ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СПЕКТРЫ НЕЧЕТНЫХ ЯДЕР В ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ

В рамках обобщенной модели ядра рассчитаны энергетические спектры и исследована структура волновых функций основных и возбужденных состояний нечетных ядер  $^{25}\text{Mg}$ ,  $^{41}\text{K}$  и  $^{65}\text{Cu}$ . Высокое качество описания энергетических спектров обусловлено точными расчетами всех элементов энергетической матрицы. Показано, что найденная структура волновых функций позволяет надежнее выбрать модель ядра и метод расчета сечений неупругого рассеяния нуклонов нечетными ядрами.

*Ключевые слова:* нечетные ядра, энергетическая структура ядер, обобщенная модель ядра, состояния ядра, волновые функции.

**I. O. Korzh, A. D. Foursat**

*Institute for Nuclear Research, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv*

## ENERGY SPECTRA OF ODD NUCLEI IN THE GENERALIZED MODEL

Based on the generalized nuclear model, energy spectra of the odd nuclei of such elements as  $^{25}\text{Mg}$ ,  $^{41}\text{K}$ , and  $^{65}\text{Cu}$  are determined, and the structure of wave functions of these nuclei in the excited and normal states is studied. High quality in determining the energy spectra is possible due to the accurate calculations of all elements of the energy matrix. It is demonstrated that the structure of the wave functions so determined provides the possibility to more accurately select the nuclear model and the method for calculating the nucleon cross-sections of the inelastic scattering of nucleons by odd nuclei.

*Keywords:* odd nuclei, energy structure nuclei, generalized nuclear model, states nucleus, wave function.

## REFERENCES

1. Eisenberg J., Greiner W. Nuclear theory. Vol. 1. Nuclear models. Collective and single-particle phenomena. - Amsterdam - London: North-Holland publishing company, 1970.
2. Davydov A.S. The excited states of atomic nuclei. - Moskva: Atomizdat, 1967. (Rus)
3. Varshalovich D.A., Moskalev A.N., Khersonskij V.K. The quantum theory of angular momentum. - Moskva: Nauka, 1975. (Rus)
4. Solov'ev V.G. The theory of the atomic nucleus. - Moskva: Energoizdat, 1981. (Rus)
5. Auble R.L. // Nucl. Data. Sheets. - 1979. - Vol. 28. - P. 559.
6. Lawson R.D., Uretsky J.L. Center-of-Gravity theorem in nuclear spectroscopy // Phys. Rev. - 1957. - Vol. 108. - P. 1300.
7. De-Shalit A. Core excitations in nondeformed odd A-nuclei // Phys. Rev. - 1961. - Vol. 122. - P. 1530 - 1536.
8. Bor O., Mottelson B. The structure of the atomic nucleus. Vol. 2. - Moskva: Mir, 1977. (Rus)
9. Solov'ev V.G. The theory of complex nuclei. - Moskva: Nauka, 1971. (Rus)
10. Hodgson P.E. // Nuclear reaction and nuclear structure. - London: Clarendon Press, 1971.
11. Korzh I., Sklyar M. Contribution of direct processes to cross sections of fast neutron scattering by copper nuclei // Ukr. J. Phys. - 2002. - Vol. 47. - P. 525 - 531.

Надійшла 11.02.2015  
Received 11.02.2015