

В. А. Бабенко, Н. М. Петров

Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова НАН Украины, Киев

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕОРИИ ЭФФЕКТИВНОГО РАДИУСА И АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ПО РАССЕЯНИЮ НЕЙТРОНОВ ПРОТОНАМИ В ОБЛАСТИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЙ

С использованием подгонки синглетной функции эффективного радиуса $k \operatorname{ctg} \delta_s$ полиномами для современных экспериментальных фаз нейтрон-протонного рассеяния группы GWU рассчитаны значения синглетных низкоэнергетических параметров рассеяния: $a_s = -23,719085$ фм, $r_{0s} = 2,625917$ фм, $v_{2s} = 0,0008677$ фм³, $v_{3s} = -0,01328$ фм⁵, $v_{4s} = 0,2370$ фм⁷. Разложение теории эффективного радиуса с использованием полученных параметров прецизионно описывает синглетную экспериментальную фазу рассеяния δ_s при энергиях $T \lesssim 10$ МэВ. Установлено, что низкоэнергетические параметры np -рассеяния для экспериментальных данных группы GWU существенно отличаются от низкоэнергетических параметров для экспериментальных данных ниймегенской группы. Показано, что полученные параметры, соответствующие экспериментальным фазам рассеяния группы GWU, в отличие от параметров, соответствующих фазам рассеяния ниймегенской группы, приводят к очень хорошему согласию рассчитанных сечений np -рассеяния с их экспериментальными значениями.

Ключевые слова: теория эффективного радиуса, низкоэнергетические синглетные параметры рассеяния, np -рассеяние, фазы рассеяния, $T \lesssim 10$ МэВ.

Введение

Согласно теории эффективного радиуса имеет место общее выражение для фазы нейтрон-протонного (np) рассеяния δ [1, 2]

$$k \operatorname{ctg} \delta = -\frac{1}{a} + \frac{1}{2} r(0, E) k^2, \quad (1)$$

где a и $r(0, E)$ являются соответственно длиной рассеяния и зависящим от энергии эффективным радиусом np -взаимодействия. При этом энергия относительного движения двух сталкивающихся частиц E связана с волновым числом k соотношением $E = \hbar^2 k^2 / 2m$, где \hbar – приведенная постоянная Планка, а m – приведенная масса np -системы. Определение функции $r(0, E)$ в виде интегрального представления через волновые функции дано в [1, 2]. Соотношение (1) является точным. Для малых энергий E относительного движения частиц зависящую в общем случае от энергии величину $r(0, E)$ можно, в первом приближении, считать постоянной. Эту постоянную физическую величину $r_0 \equiv r(0, 0)$ обычно называют эффективным радиусом действия ядерных сил, поскольку она характеризует расстояние, на котором действуют ядерные силы. Ввиду слабой и плавной зависимости функции $r(0, E)$ от энергии вблизи нуля ее можно разложить в ряд Тейлора - Маклорена по степеням величины k^2

$$r(0, E) = r_0 + 2v_2 k^2 + 2v_3 k^4 + \dots, \quad (2)$$

где параметры v_n ($n = 2, 3, \dots$) называются параметрами формы нуклон-нуклонного взаимодействия. Из формул (1) и (2) нетрудно получить хорошо известное разложение функции эффективного радиуса $k \operatorname{ctg} \delta$ в ряд по степеням k^2 [1, 2]:

$$k \operatorname{ctg} \delta = -\frac{1}{a} + \frac{1}{2} r_0 k^2 + v_2 k^4 + v_3 k^6 + \dots. \quad (3)$$

Разложение (3) является наиболее удобным и широко используемым методом анализа экспериментальных данных по нуклон-нуклонному рассеянию при низких энергиях, а параметры этого разложения, наряду с параметрами дейтрона, являются фундаментальными величинами, играющими центральную роль в исследовании сильного нуклон-нуклонного взаимодействия. Эти величины также имеют важное значение при построении различных реалистических моделей ядерных сил, которые, в свою очередь, являются основой при изучении структуры ядер и различных ядерных процессов. Отметим, что наряду с размерными параметрами формы v_n достаточно часто, особенно в более ранних работах, употребляются безразмерные параметры формы P_n , которые связаны с параметрами v_n соотношением

$$v_n = (-1)^{n-1} P_n r_0^{2n-1}. \quad (4)$$

Низкоэнергетические параметры разложения (3), включая параметры формы v_n высокого порядка, в последнее время широко обсуждаются и рассчитываются при рассмотрении NN -взаимодействия в рамках киральной эффективной теории поля (EFT) [3 - 10]. Процедура подхода EFT состоит в выписывании самого общего эффективного лагранжиана, удовлетворяющего основным принципам симметрии, а также некоторому набору самосогласованных условий, и в использовании этого лагранжиана для вычисления амплитуд различных процессов в терминах определенных контролируемых разложений по степеням энергий и импульсов согласно так называемой киральной теории возмущений с последующей фиксацией констант выбранного лагранжиана. Коэффициенты, входящие в эффективный лагранжиан EFT, обычно называют низкоэнергетическими константами, поскольку в них содержится вся информация фундаментальной теории, необходимая для вычисления низкоэнергетических наблюдаемых величин. Основным преимуществом метода EFT является возможность осуществления систематического и последовательного разложения по малому параметру, которое организует и расширяет более ранние феноменологические модели ядерных процессов и обеспечивает строгую связь с квантовой хромодинамикой – признанной микроскопической теорией сильного взаимодействия.

Таким образом, одним из основных вопросов описания NN -взаимодействия в подходе EFT является вопрос об определении низкоэнергетических констант эффективного лагранжиана EFT [5 - 8]. Поскольку было показано [6], что разложение (3) теории эффективного радиуса прямо соответствует перенормированной EFT, то отсюда следует возможность извлечения низкоэнергетических констант лагранжиана непосредственно из низкоэнергетических параметров рассеяния [7, 8]. Реализация этого подхода требует явного знания низкоэнергетических параметров разложения (3) теории эффективного радиуса с целью использования их в качестве входных параметров. Последний факт вызывает большой интерес к определению значений низкоэнергетических параметров рассеяния, в том числе высокого порядка, и их сравнению с аналогичными параметрами, рассчитываемыми в EFT [7, 9, 10]. В связи с вышеизложенным чрезвычайно важным является надежное и точное определение параметров разложения (3).

В работе [11] с использованием подгонки триплетной функции эффективного радиуса $k \operatorname{ctg} \delta_l$ полиномами и рациональными функция-

ми для новейших экспериментальных данных по фазам рассеяния группы GWU [12] (хорошо известная база NN -данных SAID) нами были рассчитаны значения триплетных низкоэнергетических параметров np -рассеяния, включая значения параметров формы высокого порядка. Полученные значения низкоэнергетических параметров дают очень хорошее описание триплетной фазы рассеяния в широком интервале энергий при использовании разложения (3) с небольшим числом членов. В частности, полином пятой степени по k^2 описывает триплетную экспериментальную фазу рассеяния группы GWU в интервале энергий в лабораторной системе координат (л. с. к.) $T \leq 50$ МэВ с точностью $\sim 0,02^\circ$, что в относительных единицах составляет величину $\sim 0,03\%$.

В настоящей работе с использованием подгонки синглетной функции эффективного радиуса $k \operatorname{ctg} \delta_s$ полиномами для фаз рассеяния группы GWU (база NN -данных SAID) [12] с высокой степенью точности рассчитаны значения синглетных низкоэнергетических параметров np -рассеяния, которые при низких энергиях позволяют прецизионно описать экспериментальную фазу рассеяния $\delta_s(k)$.

Используя низкоэнергетические параметры np -рассеяния, соответствующие фазам рассеяния группы GWU [12] и ниймегенской группы [13], проведен анализ экспериментальных данных по рассеянию нейтронов протонами в области энергий от 0 до 5 МэВ [14 - 24]. Показано, что параметры, соответствующие экспериментальным фазам рассеяния группы GWU, в отличие от параметров, соответствующих фазам рассеяния ниймегенской группы, приводят к очень хорошему согласию рассчитанных сечений с их экспериментальными значениями.

Определение синглетных низкоэнергетических параметров np -рассеяния из экспериментальных данных фазового анализа

Триплетные низкоэнергетические параметры np -рассеяния, включая параметры формы высокого порядка v_n , были определены нами [11] путем подгонки функции эффективного радиуса $k \operatorname{ctg} \delta_l$ полиномами и рациональными функциями. На основе анализа новейших экспериментальных данных по фазам np -рассеяния американской группы GWU [12] были получены следующие значения триплетных низкоэнергетических параметров np -рассеяния:

$$a_t = 5,4030 \text{ фм}, r_{0t} = 1,7494 \text{ фм}, v_{2t} = 0,163 \text{ фм}^3, \\ v_{3t} = 0,037 \text{ фм}^5, v_{4t} = 0,0083 \text{ фм}^7, v_{5t} = 0,0019 \text{ фм}^9. \quad (5)$$

Разложение теории эффективного радиуса (3) с использованием низкоэнергетических параметров (5) очень хорошо описывает триплетную экспериментальную фазу рассеяния группы GWU в широком интервале энергий. В частности, полином пятой степени по k^2 описывает фазу рассеяния в интервале энергий $T \leq 50$ МэВ с точностью $\sim 0,02^\circ$, что сравнимо с погрешностью округления, составляющей величину $0,005^\circ$. Относительная погрешность описания в этом случае составляет $\sim 0,03\%$.

Для определения синглетных низкоэнергетических параметров np -рассеяния применим полиномиальную подгонку функции эффективного радиуса $k \text{ ctg } \delta_s$. При этом для определения длины рассеяния a_s и эффективного радиуса рассеяния r_{0s} будем использовать приближение эффективного радиуса [25 - 29], т.е. полином первой степени разложения (3)

$$k \text{ ctg } \delta_s = -\frac{1}{a_s} + \frac{1}{2} r_{0s} k^2. \quad (6)$$

В качестве фазы рассеяния для расчета a_s и r_{0s} будем использовать результаты парциально-волнового фазового анализа (PWA), полученные американской группой GWU [12]. Значения фаз рассеяния группы GWU приведены в градусах с точностью до двух цифр после запятой, т.е. погрешность фаз рассеяния в этом случае (погрешность округления) составляет величину $0,005^\circ$. При подгонке будем использовать условие, чтобы максимальная погрешность фазы рассеяния на подгоняемом интервале $0 \leq T \leq T_{\max}$ не превышала погрешности округления, т.е.

$$\Delta_{\max} \leq 0,005^\circ. \quad (7)$$

Результаты расчетов длины рассеяния a_s и эффективного радиуса r_{0s} для различных интервалов $0 \leq T \leq T_{\max}$ приведены в табл. 1.

Шаг по энергии в этих расчетах выбирался равным $\Delta T = 0,01$ МэВ. Следует отметить, что результаты расчета параметров a_s и r_{0s} слабо зависят от ширины интервала подгонки T_{\max} . Как видно из табл. 1, различие результатов подгонки для разных интервалов не превышает $0,0002$ фм

для длины рассеяния a_s и эффективного радиуса r_{0s} . В качестве окончательных значений a_s и r_{0s} можно принять средние арифметические значения этих параметров, приведенных в табл. 1, с учетом погрешностей, обусловленных различием значений этих параметров на разных интервалах:

$$a_s = -23,719102(24) \text{ фм}, \quad (8)$$

$$r_{0s} = 2,625912(40) \text{ фм}. \quad (9)$$

Таблица 1. Результаты расчета синглетных длины рассеяния a_s и эффективного радиуса r_{0s} по экспериментальной синглетной фазе np -рассеяния группы GWU [12] путем подгонки функции эффективного радиуса $k \text{ ctg } \delta_s$ полиномом первой степени на различных интервалах

T_{\max} , МэВ	a_s , фм	r_{0s} , фм	Δ_{\max} , град
0,55	-23,7190781	2,6258281	0,0048705
0,65	-23,7191101	2,6259465	0,0048890
0,80	-23,7191115	2,6259517	0,0048898
3,02	-23,7191076	2,6259192	0,0049478

Примечание. T_{\max} – максимальная энергия интервала подгонки $0 \leq T \leq T_{\max}$; Δ_{\max} – максимальная погрешность описания экспериментальной фазы рассеяния на подгоняемом интервале.

Приближение эффективного радиуса (6) с найденными нами таким образом значениями параметров позволяет прецизионно ($\Delta_{\max} \leq 0,005^\circ$) описать экспериментальную синглетную фазу рассеяния до энергий ~ 3 МэВ ($\Delta_{\max} = 0,00497^\circ$). При этом в интервале $T \leq 10$ МэВ точность описания составляет величину $\sim 0,01^\circ$, а в интервале $T \leq 25$ МэВ величину $\sim 0,1^\circ$, что в относительных единицах составляет соответственно $\sim 0,002$ и $\sim 0,2\%$. Полученные значения (8) и (9) низкоэнергетических параметров рассеяния значительно отличаются от экспериментальных значений этих параметров

$$a_s = -23,748(10) \text{ фм}, \quad (10)$$

$$r_{0s} = 2,75(5) \text{ фм}, \quad (11)$$

рекомендованных на данный момент [30].

Для расчета синглетных параметров формы v_{ns} с использованием экспериментальной фазы рассеяния будем использовать подгонку функции эффективного радиуса $k \text{ ctg } \delta_s$ полиномами различной степени N

$$k \operatorname{ctg} \delta_s = -\frac{1}{a_s} + \frac{1}{2} r_{0s} k^2 + \sum_{n=2}^N v_{ns} k^{2n}, \quad (12)$$

т. е. будем описывать фазу рассеяния разложением теории эффективного радиуса (3) с конечным числом членов. При этом в качестве метода подгонки нами применяется непосредственное варьирование параметров полинома (12) заданной фиксированной степени N с минимизацией максимального абсолютного отклонения теоретической фазы рассеяния, определяемой формулой (12), от экспериментальной фазы группы GWU [12] на заданном интервале энергий. Поскольку значения экспериментальных фаз рассеяния группы GWU в зависящем от энергии парциально-волновом анализе этой группы приведены без экспериментальных погрешностей, то мы принимаем в качестве их погрешностей имеющуюся погрешность округления, которая составляет, как отмечалось выше, величину $0,005^\circ$. При подгонке при этом используется условие, чтобы максимальная погрешность фазы рассеяния на подгоняемом интервале $0 \leq T \leq T_{\max}$ не превышала погрешности округления.

Значения длины рассеяния a_s , эффективного радиуса r_{0s} и параметра формы v_{2s} далее являются фиксированными и принимаются равными

$$a_s = -23,7190848 \text{ фм}, \quad (13)$$

$$r_{0s} = 2,6259173 \text{ фм}, \quad (14)$$

$$v_{2s} = 0,0008677 \text{ фм}^3. \quad (15)$$

Значения (13) - (15) этих параметров были рассчитаны нами из подгонки экспериментальной функции эффективного радиуса $k \operatorname{ctg} \delta_s$ полиномом четвертой степени ($N = 4$), который позволяет прецизионно описать экспериментальную фазу рассеяния в области энергий $T \lesssim 18 \text{ МэВ}$. Значения (13) и (14) длины рассеяния a_s и эффективного радиуса r_{0s} в этом случае находятся в полном согласии со значениями (8) и (9), которые были определены путем подгонки функции $k \operatorname{ctg} \delta_s$ полиномом первой степени в области энергий до 3 МэВ .

Результаты расчета синглетных параметров формы v_{ns} ($n \geq 3$) по экспериментальной синглетной фазе np -рассеяния группы GWU [12] путем подгонки функции эффективного радиуса $k \operatorname{ctg} \delta_s$ полиномами различной степени N ($N \geq 4$) при фиксированных значениях длины рассеяния, эффективного радиуса и параметра формы v_{2s} (13) - (15) приведены в табл. 2. Как видно из табл. 2, параметр v_{3s} слабо зависит от степени полинома N начиная с полинома четвертой степени. Значения параметра v_{4s} для полиномов седьмой - девятой степени практически оказались одинаковыми. В качестве окончательных значений параметров формы v_{3s} и v_{4s} примем значения, соответствующие полиному девятой степени

$$v_{3s} = -0,01328 \text{ фм}^5, v_{4s} = 0,2370 \text{ фм}^7. \quad (16)$$

Таблица 2. Результаты расчета синглетных низкоэнергетических параметров формы v_{ns} ($n \geq 3$) по экспериментальной синглетной фазе np -рассеяния группы GWU [12] путем подгонки функции эффективного радиуса $k \operatorname{ctg} \delta_s$ полиномами различной степени N ($N \geq 4$) при фиксированных значениях длины рассеяния $a_s = -23,7190848 \text{ фм}$, эффективного радиуса $r_{0s} = 2,6259173 \text{ фм}$ и параметра формы $v_{2s} = 0,0008677 \text{ фм}^3$

N	4	5	6	7	8	9
$T_{\max}, \text{ МэВ}$	17,91	21,90	31,17	45,55	57,55	68,09
$v_{3s}, \text{ фм}^5$	-0,015340	-0,015980	-0,015177	-0,014188	-0,013323	-0,013280
$v_{4s}, \text{ фм}^7$	0,28550	0,29240	0,27374	0,25549	0,23946	0,23700
$v_{5s}, \text{ фм}^9$	—	-0,017140	0,10509	0,22600	0,33600	0,36410
$v_{6s}, \text{ фм}^{11}$	—	—	-0,24445	-0,58567	-0,93636	-1,06838
$v_{7s}, \text{ фм}^{13}$	—	—	—	0,34691	0,87410	1,17401
$v_{8s}, \text{ фм}^{15}$	—	—	—	—	-0,30270	-0,63050
$v_{9s}, \text{ фм}^{17}$	—	—	—	—	—	0,13840

Примечание. T_{\max} – максимальная энергия интервала подгонки $0 \leq T \leq T_{\max}$. Максимальная погрешность описания экспериментальной фазы рассеяния на подгоняемом интервале Δ_{\max} во всех случаях не превышает величину $0,005^\circ$.

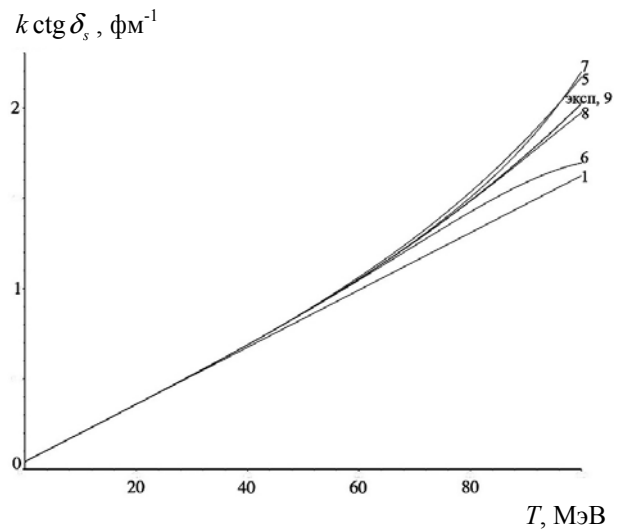
Параметры (13) - (16) с высокой степенью надежности определяют разложение функции $k \operatorname{ctg} \delta_s$ в нуле, т. е. являются параметрами формы в разложении эффективного радиуса. Полином четвертой степени с этими параметрами прецизионно описывает экспериментальную фазу рассеяния $\delta_s(k)$ при низких энергиях в области $T \lesssim 10$ МэВ. С расширением области описания абсолютная и относительная погрешности рассчитанных фаз рассеяния постепенно увеличиваются и в интервале $T \lesssim 25$ МэВ достигают соответственно величин $\sim 0,025^\circ$ и $\sim 0,05\%$, а в интервале $T \lesssim 50$ МэВ эти погрешности соответственно равны $\sim 0,09^\circ$ и $\sim 0,2\%$. Таким образом, полином четвертой степени позволяет очень хорошо описать экспериментальную фазу рассеяния в весьма широком интервале энергий.

Значения параметров ν_{ns} для $n \geq 5$ являются менее определенными и с меньшей степенью надежности являются низкоэнергетическими параметрами формы разложения эффективного радиуса, поскольку полиномы с использованием этих параметров приближают функцию эффективного радиуса $k \operatorname{ctg} \delta_s$ не только вблизи нуля, но и на значительно более широком интервале ($T_{\max} \geq 30$ МэВ). По этой причине приближение функции $k \operatorname{ctg} \delta_s$ полиномами степени $N \geq 5$ следует рассматривать как аппроксимацию полиномом, хорошо приближающим эту функцию в широкой области энергий.

Описание “экспериментальной” синглетной функции эффективного радиуса $k \operatorname{ctg} \delta_s$ полиномами различной степени, соответствующими различным приближениям разложения теории эффективного радиуса (3), показано на рисунке. “Экспериментальная” функция $k \operatorname{ctg} \delta_s$, как видно, является плавной и монотонной функцией энергии в широком интервале. Также из рисунка видно, что последовательное увеличение степени аппроксимирующего полинома приводит к улучшению описания функции эффективного радиуса $k \operatorname{ctg} \delta_s$ и соответственно фазы рассеяния, а также к расширению интервала описания.

В частности, полином девятой степени практически точно (погрешность $\sim 0,005^\circ$) описывает экспериментальную фазу рассеяния до энергий ~ 80 МэВ. Таким образом, полученные нами значения низкоэнергетических параметров дают хорошее описание фазы рассеяния в широком интервале энергий при использовании разложения (3) теории эффективного радиуса с неболь-

шим числом членов. Последнее указывает на существенную точность и пользу разложения эффективного радиуса для описания экспериментальных данных по np -рассеянию в противоположность утверждениям некоторых работ [31].



Зависимость синглетной функции эффективного радиуса $k \operatorname{ctg} \delta_s$ от энергии в л. с. к. для различных приближений разложения теории эффективного радиуса (3). Цифры возле кривых – порядок приближения.

Значения низкоэнергетических параметров разложения (3) теории эффективного радиуса в триплетном и синглетном состояниях, рассчитанные нами для NN -данных группы GWU, приведены в табл. 3. Для сравнения в этой же таблице приведены также параметры np -рассеяния для NN -данных ниймегенской группы [9, 31]. Как видно из табл. 3, полученные нами значения низкоэнергетических параметров для NN -данных группы GWU существенно отличаются от параметров, полученных для базы NN -данных ниймегенской группы. Причем данное отличие носит не только количественный, но и качественный характер.

Полное сечение рассеяния нейтронов на протонах при малых энергиях, рассчитанное с использованием низкоэнергетических параметров, соответствующих фазам рассеяния группы GWU и ниймегенской группы

Полное усредненное по спидам сечение рассеяния медленных нейтронов свободными протонами имеет вид

$$\sigma = \frac{3\pi}{k^2 (1 + (\operatorname{ctg} \delta_t)^2)} + \frac{\pi}{k^2 (1 + (\operatorname{ctg} \delta_s)^2)}, \quad (17)$$

где $k \operatorname{ctg} \delta_v$ ($v=t,s$) определяется формулой (3). С использованием низкоэнергетических параметров разложения эффективного радиуса, приведенных в табл. 3, в соответствии с формулами (3), (17) нами было рассчитано полное сечение рассеяния нейтронов на протонах в интервале энергий от 0 до 5 МэВ. Результаты расчета сечения с использованием параметров, соответ-

ствующих фазам рассеяния группы GWU [12] и ниймегенской группы [13], приведены в табл. 4. В этой же таблице приведены экспериментальные значения сечения np -рассеяния σ [14 - 24]. В первой строке табл. 4 приведены значения полного сечения рассеяния нейтронов нулевой энергии свободными протонами σ_0 .

Таблица 3. Низкоэнергетические параметры np -рассеяния в триплетном (3S_1) и синглетном (1S_0) спиновых состояниях для экспериментальных фаз рассеяния группы GWU [12] и ниймегенской группы [13]

Спиновое состояние	Фазовый анализ	a , фм	r_0 , фм	v_2 , фм ³	v_3 , фм ⁵	v_4 , фм ⁷
3S_1	GWU	5,4030	1,7494	0,163	0,037	0,0083
3S_1	Nijmegen	5,420	1,753	0,040	0,672	-3,96
1S_0	GWU	-23,7191	2,6259	0,0008677	-0,01328	0,2370
1S_0	Nijmegen	-23,739	2,68	-0,48	4,0	-20,0

П р и м е ч а н и е. Низкоэнергетические параметры np -рассеяния в триплетном и синглетном спиновых состояниях для экспериментальных фаз рассеяния ниймегенской группы взяты соответственно из работ [31] и [9].

Таблица 4. Полное сечение рассеяния нейтрона на протоне, рассчитанное с использованием низкоэнергетических параметров разложения эффективного радиуса для экспериментальных фаз рассеяния группы GWU [12] и ниймегенской группы [13]

T , МэВ	Полное сечение σ , бн		
	GWU PWA	Nijmegen PWA	Эксперимент
0	20,4256	20,4728	20,423(9)*
0,002	20,1621	20,2079	20,165(16)**
0,023645	17,7384	17,7727	17,740(23) [19]
0,143	11,1600	11,1743	11,21(3) [18]
0,145	11,0974	11,1115	11,09(2) [17]
0,4926	6,188	6,196	6,202(11) [20]
1,005	4,245	4,252	4,228(18) [21]
2,535	2,538	2,542	2,536(4) [22]
3,186	2,207	2,210	2,206(7) [23]
4,749	1,694	1,696	1,690(7) [24]

* Средневзвешенное значение сечений $\sigma_0 = 20,436(23)$ бн [14] и $\sigma_0 = 20,420(10)$ бн [15].

** Средневзвешенное значение сечения $\sigma = 20,180(20)$ бн [17] и сечения $\sigma = 20,130(30)$ бн [18].

Значение полного сечения при нулевой энергии

$$\sigma_0 = 20,4256 \text{ бн}, \quad (18)$$

соответствующее экспериментальным фазам рассеяния группы GWU, находится в очень хорошем согласии со средневзвешенным значением

$$\sigma_0 = 20,423(9) \text{ бн} \quad (19)$$

экспериментальных сечений Хоука $\sigma_0 = 20,436(23)$ бн [14] и Херста $\sigma_0 = 20,420(10)$ бн [15]. В то же время сечение (18) не согласуется с экспериментальным сечением $\sigma_0 = 20,491(14)$ бн Дилга [16]. Сечение Дилга является завышенным по сравнению с сечением

(18) на более чем 4,5 стандартных отклонения. Значение сечения

$$\sigma_0 = 20,4728 \text{ бн}, \quad (20)$$

соответствующее экспериментальным фазам рассеяния ниймегенской группы, хорошо согласуется со средневзвешенным значением

$$\sigma_0 = 20,476(12) \text{ бн}, \quad (21)$$

сечений Хоука $\sigma_0 = 20,436(23)$ бн [14] и Дилга $\sigma_0 = 20,491(14)$ бн [16]. Такое согласие не является случайным, а напрямую связано с тем фактом, что в PWA ниймегенской группы значения сечений Хоука и Дилга использовались в качестве входных экспериментальных параметров.

Как следует из табл. 4, полные сечения np -рассеяния, рассчитанные с использованием параметров, соответствующих фазам рассеяния группы GWU находятся в очень хорошем согласии с экспериментальными данными в интервале энергий от 0 до 5 МэВ. Отличие рассчитанных сечений от их экспериментальных значений для большинства энергий не превышает 0,5 стандартного отклонения. Исключение составляют значения сечений при энергиях 0,143 и 0,4926 МэВ. Экспериментальные значения сечений при этих энергиях являются несколько завышенными по сравнению с сечениями, рассчитанными с использованием параметров, соответствующих фазам группы GWU, что указывает на то, что эти сечения находятся в противоречии с другими экспериментальными сечениями измеренными в области энергий от 0 до 5 МэВ.

Сечения np -рассеяния, рассчитанные с параметрами, соответствующими экспериментальным фазам рассеяния ниймегенской группы, как видно из табл. 4, являются завышенными и с экспериментом согласуются значительно хуже, чем сечения, рассчитанные с параметрами, соответствующими фазам рассеяния группы GWU. Особенно это относится к области энергий меньших 0,1 МэВ. Отличие рассчитанного сечения при энергии 0,002 МэВ от его экспериментального значения в случае ниймегенских параметров составляет 2,7 стандартного отклонения, а в случае параметров группы GWU 0,2 стандартного отклонения. То же самое относится и к энергии 0,023645 МэВ, для которой аналогичные стандартные отклонения для параметров Nijmegen и GWU составляют соответственно 1,42 и 0,07.

Таким образом, экспериментальные фазы рассеяния ниймегенской группы [13], в отличие от фаз рассеяния группы GWU [12], недостаточно точно описывают экспериментальные данные в области низких энергий. Рассчитанные сечения в этом случае являются существенно завышенными по сравнению с их экспериментальными значениями. Последнее связано с завышенным значением $\sigma_0 = 20,491(14)$ бн сечения Дилга [16], которое входит в базу NN -данных ниймегенской группы. Поскольку ниймегенские фазы рассеяния находятся в противоречии с экспериментальными данными по np -рассеянию в области низких энергий, то они являются менее корректными по сравнению с фазами рассеяния группы GWU. На этот факт следует обратить серьезное внимание, поскольку все современные реалистические NN потенциалы второго поколения [32 - 37] основаны на подгонке к базе NN -данных ниймегенской группы и по этой причине недо-

статочно точно описывают современные экспериментальные данные при низких энергиях.

Заключение

В заключение сформулируем и обсудим основные результаты и выводы. В настоящей работе с использованием подгонки синглетной функции эффективного радиуса в области низких энергий определены значения длины рассеяния $a_s = -23,719102(24)$ фм и эффективного радиуса $r_{0s} = 2,625912(40)$ фм в синглетном спиновом состоянии 1S_0 np -системы. Эти значения низкоэнергетических параметров a_s и r_{0s} существенно отличаются от рекомендованных на данный момент значений $a_s = -23,748(10)$ фм и $r_{0s} = 2,75(5)$ фм [30]. Полученные нами значения a_s и r_{0s} позволяют в приближении эффективного радиуса прецизионно с точностью $\sim 0,005^\circ$ описать синглетную фазу np -рассеяния группы GWU [12] до энергий ~ 3 МэВ, а в интервале энергий $T \leq 25$ МэВ с точностью $\sim 0,1^\circ$, что в относительных единицах составляет величину $\sim 0,2\%$.

Путем подгонки экспериментальной синглетной функции эффективного радиуса $k \operatorname{ctg} \delta_s$ группы GWU полиномами различной степени N найдены значения синглетных низкоэнергетических параметров np -рассеяния $a_s = -23,719085$ фм, $r_{0s} = 2,625917$ фм, $v_{2s} = 0,0008677$ фм³, $v_{3s} = -0,01328$ фм⁵, $v_{4s} = 0,2370$ фм⁷. Полином четвертой степени с использованием этих параметров позволяет прецизионно описать синглетную экспериментальную фазу np -рассеяния в интервале энергий $T \lesssim 10$ МэВ. С расширением области описания абсолютная и относительная погрешности рассчитанных фаз рассеяния постепенно увеличиваются и в интервале $T \lesssim 25$ МэВ достигают соответственно величин $\sim 0,025^\circ$ и $\sim 0,05\%$, а в интервале $T \lesssim 50$ МэВ эти погрешности соответственно равны $\sim 0,09^\circ$ и $\sim 0,2\%$.

Проведено сравнение триплетных и синглетных низкоэнергетических параметров np -рассеяния для NN -данных группы GWU [12] и NN -данных ниймегенской группы [13]. Установлено, что низкоэнергетические параметры для данных группы GWU существенно отличаются от параметров для данных ниймегенской группы. Как видно из табл. 3, отличие параметров формы для данных этих двух групп носит не только количественный, но и качественный характер.

Обсудим более подробно причины столь существенного отличия полученных нами в результате расчетов для экспериментальных данных группы GWU низкоэнергетических параметров np -рассеяния от рекомендованных ранее значений [30] и от соответствующих параметров для данных ниймегенской группы [13, 9, 31]. Основная причина этого различия состоит, по-видимому, в том, что использовавшиеся в [13] и [30] экспериментальные NN -данные при низких энергиях содержали экспериментальное значение полного сечения np -рассеяния при нулевой энергии $\sigma_0 = 20,491(14)$ бн, измеренное в 1975 г. Дилгом [16]. Однако же экспериментальный результат Дилга является сильно завышенным и противоречит целому ряду предыдущих экспериментальных измерений величины σ_0 , в частности, измерению 1971 г. Хоука $\sigma_0 = 20,436(23)$ бн [14], а также более позднему измерению 1984 г. Херста $\sigma_0 = 20,420(10)$ бн [15]. При этом результат Херста [15] оставался и до сих пор остается малоизвестным и редко учитывается при обработке экспериментальных NN -данных при низких энергиях, в частности он не был включен в ниймегенскую базу NN -данных [13], а в момент составления обзора-компиляции [30] 1983 г. он вообще еще не был известен. Однако измерение Херста [15] вплоть до сегодняшнего дня остается последним экспериментальным измерением величины полного сечения np -рассеяния при нулевой энергии и очень хорошо согласуется с другими экспериментальными измерениями этой величины, за исключением измерения Дилга [16]. Кроме того, результат Дилга не согласуется также с измерениями полного сечения np -рассеяния в области энергий в несколько килоэлектронвольт, в частности, с измерением величины σ при энергии $T = 24$ кэВ японской группы [19]. Все вышеизложенное, а также ряд других соображений и аргументов [38], указывает на то, что результат Дилга, по-видимому, является ошибочным, как указывалось ранее в ряде работ [19, 38, 39]. В то же время погрешность измерения Дилга более чем в полтора раза меньше погрешности измерения Хоука и гораздо меньше погрешностей более ранних экспериментов. Вследствие этого измерение Дилга оказало доминирующее влияние при статистической обработке NN -данных при низких энергиях ниймегенской группой [13] и фактически оказалось главным фактором в определении длин np -рассеяния в триплетном и синглетном спиновых состояниях в [13] и [30]. Напомним, что длины np -рассеяния в триплетном и синглетном состояниях определяются обычно исходя из заданных величин полного сечения np -рассеяния при нуле-

вой энергии и когерентной длины np -рассеяния. Последнее приводит к достаточно сильному различию в длинах рассеяния, если при их определении существенно отличаются значения полного сечения np -рассеяния при нулевой энергии. Отметим при этом тот чрезвычайно важный и существенный факт, что база NN -данных группы GWU [12] (хорошо известная ранее как база NN -данных SAID) не включает в себя экспериментальное сечение Дилга. В то же время ниймегенская база NN -данных содержит измерение Дилга в качестве входного параметра. Таким образом, различие значений длин рассеяния для фаз рассеяния группы GWU и ниймегенской группы напрямую связано с тем фактом, что в парциально-волновом анализе ниймегенской группы, в отличие от PWA группы GWU, используется значение сечения при нулевой энергии Дилга. Последнее приводит к завышенным по абсолютной величине значениям ниймегенских длин рассеяния по сравнению с длинами рассеяния, полученными для фаз рассеяния группы GWU. Различие же в последующих параметрах разложения (3) теории эффективного радиуса является прямым и непосредственным следствием различия в длинах рассеяния, поскольку параметры формы NN -взаимодействия являются весьма тонкими и сильно чувствительными по отношению к другим характеристикам параметрами NN -взаимодействия. В частности, параметры формы v_n весьма чувствительны по отношению к изменению длины рассеяния. Так, нами было показано, что изменение значения триплетной длины рассеяния a_t всего лишь на несколько десятых процента приводит к изменению значения параметра формы v_{2t} в несколько раз [11]. Изменения же при этом в параметрах формы более высокого порядка могут оказаться еще более значительными. Таким образом, подводя итог данному обсуждению, отметим, что база NN -данных группы GWU [12] является, с нашей точки зрения, более правильной и предпочтительной при низких энергиях, чем ниймегенская база NN -данных [13], поскольку не включает в себя сомнительного измерения Дилга [16].

Также в настоящей работе с использованием низкоэнергетических параметров, соответствующих фазам np -рассеяния группы GWU и ниймегенской группы, были проанализированы экспериментальные данные по рассеянию нейтронов протонами в области энергий от 0 до 5 МэВ. Показано, что параметры, соответствующие экспериментальным фазам рассеяния группы GWU, в отличие от параметров, соответствующих фазам рассеяния ниймегенской группы, приводят к очень хорошему согласию рассчитанных сечений np -рассеяния с их эксперимен-

тальными значениями. Сечения *np*-рассеяния, рассчитанные с параметрами, соответствующими фазам рассеяния ниймегенской группы, в области энергий меньших 0,1 МэВ являются завышенными по сравнению с их экспериментальными значениями. На это следует обратить серьезное внимание, поскольку все современные реалистические *NN*-потенциалы второго поколения [32 - 37], которые в настоящее время широко используются в низкоэнергетической ядерной физике, основаны на подгонке к базе *NN*-данных нийме-

генской группы.

Выражаем искреннюю благодарность П. Н. Вороне, Р. В. Хакенбургу и В. Ф. Харченко за обсуждение затронутых в статье вопросов.

Данная работа частично поддержана целевой программой НАН Украины “Микроскопические и феноменологические модели фундаментальных физических процессов в микро- и макромире”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ситенко О.Г., Тартаковський В.К.* Теорія ядра. - К.: Либідь, 2000. - 608 с.
2. *Гольдбергер М., Ватсон К.* Теория столкновений / Пер. с англ. М. К. Поливанова и А. Т. Филиппова. - М.: Мир, 1967. - 824 с.
3. *Cohen T.D., Hansen J.M.* Low Energy Theorems for Nucleon-Nucleon Scattering // *Phys. Rev.* - 1999. - Vol. C59, No. 1. - P. 13 - 20.
4. *Cohen T.D., Hansen J.M.* Testing Low Energy Theorems in Nucleon-Nucleon Scattering // *Phys. Rev.* - 1999. - Vol. C59, No. 6. - P. 3047 - 3051.
5. *Bedaque P.F., van Kolck U.* Effective Field Theory for Few-Nucleon Systems // *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* - 2002. - Vol. 52. - P. 339 - 396.
6. *van Kolck U.* Effective Field Theory of Short-Range Forces // *Nucl. Phys.* - 1999. - Vol. A645, No. 2. - P. 273 - 302.
7. *Valderrama M.P., Arriola E.R.* Determination of Low Energy Parameters for NN-Scattering at N^4 LO in All Partial Waves with $j \leq 5$. - arXiv:nucl-th/0407113v1, 2004. - 19 p.
8. *Valderrama M.P., Arriola E.R.* Renormalization of Singlet NN-Scattering with One Pion Exchange and Boundary Conditions // *Phys. Lett.* - 2004. - Vol. B580, No. 3 - 4. - P. 149 - 156.
9. *Epelbaum E., Glöckle W., Meissner U.-G.* Improving the Convergence of the Chiral Expansion for Nuclear Forces - II: Low Phases and the Deuteron // *Eur. Phys. J.* - 2004. - Vol. A19, No. 3. - P. 401 - 412.
10. *Epelbaum E., Glöckle W., Meissner U.-G.* The Two-Nucleon System at Next-To-Next-To-Next-To-Leading Order // *Nucl. Phys.* - 2005. - Vol. A747, No. 2-4. - P. 362 - 424.
11. *Бабенко В.А., Петров Н.М.* О триплетных низкоэнергетических параметрах нуклон-нуклонного рассеяния // *Ядерная физика.* - 2006. - Т. 69, вып. 9. - С. 1586 - 1605.
12. *Arndt R.A., Briscoe W.J., Strakovsky I.I., Workman R.L.* Partial-Wave Analysis Facility SAID, The George Washington University, Washington [http://gwdac.phys.gwu.edu]; *Arndt R.A., Strakovsky I.I., Workman R.L.* Nucleon-Nucleon Elastic Scattering to 3 GeV // *Phys. Rev.* - 2000. - Vol. C62, No. 3. - P. 034005.
13. *Nijmegen NN-Online program* [http://nn-online.org]; *Stoks V.G.J., Klomp R.A.M., Rentmeester M.C.M., de Swart J.J.* Partial-Wave Analysis of All Nucleon-Nucleon Scattering Data Below 350 MeV // *Phys. Rev.* - 1993. - Vol. C48, No. 2. - P. 792 - 815.
14. *Houk T.L.* Neutron-Proton Scattering Cross Section at a Few Electron Volts and Charge Independence // *Phys. Rev.* - 1971. - Vol. C3, No. 5. - P. 1886 - 1903.
15. *Hurst P.* Thesis // *Fac. of Phys., Technische Universität München.* - 1984; *Koester L., Waschowski W., Meier J.* Cross Sections for Neutrons of 1970 eV and Contributions to Fundamental Neutron Interactions // *Z. Phys.* - 1990. - Vol. A337, No. 3. - P. 341 - 348.
16. *Dilg W.* Measurement of the Neutron-Proton Total Cross Section at 132 eV // *Phys. Rev.* - 1975. - Vol. C11, No. 1. - P. 103 - 109.
17. *Кирилюк А.Л., Гребнев А.В., Ворона П.Н., Гнидак Н.Л.* Изучение взаимодействия промежуточных нейтронов с тритием и водородом // *Нейтронная физика: Материалы I Междунар. конф. (Киев, 14 - 18 сент. 1987 г.).* - М., 1988. - Т. II. - С. 298 - 302.
18. *Koester L., Waschowski W., Meier J.* Cross Sections for Neutrons of 1970 eV and Contributions to Fundamental Neutron Interactions // *Z. Phys.* - 1990. - Vol. A337, No. 3. - P. 341 - 348.
19. *Fujita Y., Kobayashi K., Oosaki T., Block R.C.* Measurement of the Neutron-Proton Total Cross Section Using 24 keV Iron Filtered Neutrons // *Nucl. Phys.* - 1976. - Vol. A258, No. 1. - P. 1 - 9.
20. *Engelke C.E., Benenson R.E., Melkonian E., Lebowitz J.M.* Precision Measurements of the *n-p* Total Cross Section at 0.4926 and 3.205 MeV // *Phys. Rev.* - 1963. - Vol. 129, No. 1. - P. 324 - 337.
21. *Fields R.E., Becker R.L., Adair R. K.* Measurement of the Neutron-Proton Cross Section at 1.0 and 2.5 MeV // *Phys. Rev.* - 1954. - Vol. 94, No. 2. - P. 389 - 398.
22. *Davis J.C., Weaver K.A., Hilscher D. et al.* Total Cross Section of Protons for 2.5-MeV Neutrons //

- Phys. Rev. - 1971. - Vol. C4, No. 4. - P. 1061 - 1069.
23. *Davis J.C., Barschall H.H.* Adjustments in the n-p singlet effective range // Phys. Lett. - 1968. - Vol. B27, No. 10. - P. 636 - 637.
24. *Hafner E.M., Hornyak W.F., Falk C.E. et al.* The Total n-p Scattering Cross Section at 4.75 Mev // Phys. Rev. - 1953. - Vol. 89, No. 1. - P. 204 - 222.
25. *Ландау Л.Д., Смородинский Я.А.* Рассеяние протонов протонами // ЖЭТФ. - 1944. - Т. 14, вып. 7 - 8. - С. 269 - 278.
26. *Schwinger J.S.* A Variational Principle for Scattering Problems // Phys. Rev. - 1947. - Vol. 72, No. 8. - P. 742.
27. *Blatt J.M., Jackson J.D.* On the Interpretation of Neutron-Proton Scattering Data by the Schwinger Variational Method // Phys. Rev. - 1949. - Vol. 76, No. 1. - P. 18 - 37.
28. *Bethe H.A.* Theory of the Effective Range in Nuclear Scattering // Phys. Rev. - 1949. - Vol. 76, No. 1. - P. 38 - 50.
29. *Хюльтен Л., Сугавара М.* Проблема взаимодействия двух нуклонов // Структура атомного ядра / Пер. с англ.; Под ред А. С. Давыдова. - М.: ИЛ, 1959. - С. 7 - 165.
30. *Dumbrajs O., Koch R., Pilkuhn H. et al.* Compilation of Coupling Constants and Low-Energy Parameters // Nucl. Phys. - 1983. - Vol. B216, No. 2. - P. 277 - 335.
31. *de Swart J.J., Terheggen C.P.F., Stoks V.G.J.* The Low-Energy Neutron-Proton Scattering Parameters and the Deuteron. - arXiv:nucl-th/9509032v1, 1995. - 10 p.
32. *Machleidt R.* High-Precision, Charge-Dependent Bonn Nucleon-Nucleon Potential // Phys. Rev. - 2001. - Vol. C63, No. 2. - 024001.
33. *Machleidt R.* A Consistent Meson-Theoretic Description of the NN-Interaction // Few-Body Problems in Physics: Proceedings of the IX European Conference (Tbilisi, 25 - 31 Aug. 1984). - World Sci., Singapore; Philadelphia, 1984. - P. 218 - 233.
34. *Stoks V.G.J., Klomp R.A.M., Terheggen C.P.F., de Swart J.J.* Construction of High-Quality NN Potential Models // Phys. Rev. - 1994. - Vol. C49, No. 6. - P. 2950 - 2962.
35. *Wiringa R.B., Stoks V.G.J., Schiavilla R.* Accurate Nucleon-Nucleon Potential with Charge-Independence Breaking // Phys. Rev. - 1995. - Vol. C51, No. 1. - P. 38 - 51.
36. *Machleidt R., Sammarruca F., Song Y.* Nonlocal Nature of the Nuclear Force and its Impact on Nuclear Structure // Phys. Rev. - 1996. - Vol. C53, No. 4. - P. R1483 - R1487.
37. *Kukulin V.I., Pomerantsev V.N., Faessler A.* Generalized Orthogonality-Condition Model for the NN Interaction // Phys. Rev. - 1999. - Vol. C59, No. 6. - P. 3021 - 3034; The Complete Version of Moscow NN Potential. - arXiv:nucl-th/9903056v1, 1999. - 40 p.
38. *Hackenburg R.W.* Neutron-Proton Effective Range Parameters and Zero-Energy Shape Dependence // Phys. Rev. - 2006. - Vol. C73, No. 4. - P. 044002.
39. *Бабенко В.А., Петров Н.М.* Определение низкоэнергетических параметров *np*-рассеяния из современных экспериментальных данных фазового анализа // Ядерная физика. - 2007. - Т. 70, вып. 4. - С. 699 - 705.

В. О. Бабенко, М. М. Петров

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ТЕОРІЇ ЕФЕКТИВНОГО РАДІУСА ТА АНАЛІЗ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДАНИХ ІЗ РОЗСІЯННЯ НЕЙТРОНІВ ПРОТОНАМИ В ОБЛАСТІ НИЗЬКИХ ЕНЕРГІЙ

З використанням підгонки синглетної функції ефективного радіуса $k \operatorname{ctg} \delta_s$ поліномами для сучасних експериментальних фаз нейтрон-протонного розсіяння групи GWU розраховано значення синглетних низькоенергетичних параметрів розсіяння: $a_s = -23,719085$ фм, $r_{0s} = 2,625917$ фм, $v_{2s} = 0,0008677$ фм³, $v_{3s} = -0,01328$ фм⁵, $v_{4s} = 0,2370$ фм⁷. Отримані значення низькоенергетичних параметрів прецизійно описують синглетну експериментальну фазу розсіяння δ_s при низьких енергіях в області $T \lesssim 10$ MeV із використанням розкладу теорії ефективного радіуса. Установлено, що низькоенергетичні параметри *np*-розсіяння для експериментальних даних групи GWU суттєво відрізняються від низькоенергетичних параметрів для експериментальних даних ніймегенської групи. Показано, що отримані параметри, які відповідають експериментальним фазам розсіяння групи GWU, на відміну від параметрів, які відповідають фазам розсіяння ніймегенської групи, приводять до вельми доброго узгодження розрахованих перерізів *np*-розсіяння з їхніми експериментальними значеннями.

Ключові слова: теорія ефективного радіуса, низькоенергетичні синглетні параметри розсіяння, *np*-розсіяння, фази розсіяння, $T \lesssim 10$ MeV.

V. A. Babenko, N. M. Petrov

EVALUATION OF THE EFFECTIVE RANGE PARAMETERS AND THE ANALYSIS OF NEUTRON-PROTON SCATTERING DATA IN THE LOW-ENERGY REGION

Singlet low-energy parameters of neutron-proton scattering are calculated on the basis of approximating the singlet effective-range function $k \cot \delta_s$ by polynomials with the help of the latest experimental data on phase shifts of np -scattering from the SAID nucleon-nucleon database (data of the GWU group). The obtained values of the singlet low-energy parameters are $a_s = -23.719085$ fm, $r_{0s} = 2.625917$ fm, $v_{2s} = 0.0008677$ fm³, $v_{3s} = -0.01328$ fm⁵, $v_{4s} = 0.2370$ fm⁷. With the obtained values of the low-energy parameters, precise description of singlet phase shift in the energy interval $T \lesssim 10$ MeV is received by using the effective-range expansion. Low-energy neutron-proton scattering parameters for the experimental data from the SAID database differ markedly from the analogous results obtained for data of the Nijmegen group. Obtained effective range parameters corresponding to the experimental data from the SAID database lead to an extremely well description of experimental total cross section of neutron-proton scattering, which is in contrast to the set of the effective range parameters of the Nijmegen group.

Keywords: effective range parameters, singlet low-energy parameters of neutron-proton scattering, np -scattering, scattering phase shifts, $T \lesssim 10$ MeV.

Надійшла 26.06.2012

Received 26.06.2012