

АСИМПТОТИКИ РОЗПОДІЛІВ ГУСТИНИ, ІМПУЛЬСНИХ РОЗПОДІЛІВ
ТА ФОРМФАКТОРІВ ТРИНУКЛОННИХ ЯДЕР

© 2010 Д. В. П'ятницький, І. В. Сименог

Інститут теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова НАН України, Київ

Досліджено структурні функції тринуклонних ядер ${}^3\text{H}$ і ${}^3\text{He}$ і встановлено асимптотики розподілів густини нуклонів на великих відстанях на основі розрахованих з високою точністю хвильових функцій зв'язаних станів. Підтверджено асимптотичну поведінку імпульсних розподілів нуклонів для великих імпульсів у термінах потенціалів взаємодії. Виявлено, що асимптотики формфакторів нуклонів у тричастинкових системах для великих переданих імпульсів і використовуваних нами гаусоїдних нуклон-нуклонних потенціалів взаємодії не відповідають асимптотиці, обговорюваній іншими авторами.

Ключові слова: тринуклонні ядра, розподіл густини, імпульсний розподіл, формфактор, асимптотики.

Вступ

На основі розроблених в [1 - 4] оптимізаційних варіаційних схем прецизійних розрахунків та побудованих варіантів потенціалів ядерної взаємодії отримано достатньо надійний сумісний опис основних параметрів дво-, три- та чотири-нуклонних систем. При цьому прецизійні розрахунки характеристик тринуклонних ядер ${}^3\text{H}$ і ${}^3\text{He}$ виконано на основі представлення без ізоспіну [4] з використанням варіаційного методу Гальоркіна з гаусоїдним базисом. Хвильові функції тринуклонних систем, які одержано з варіаційного розрахунку, можуть бути використані для пошуку структурних особливостей даних систем. Виконані раніше розрахунки структурних функцій систем трьох та чотирьох нуклонів дали змогу встановити певні загальні структурні особливості малонуклонних систем. Для отриманих структурних функцій систем трьох нуклонів важливим є якісний та кількісний аналіз їхньої асимптотичної поведінки. Це підтверджують результати роботи [5] для систем трьох заряджених частинок та результати з [6] для трикластерних ядер.

У даній роботі досліджено поведінку розподілів густини нуклонів на великих відстанях, а також проаналізовано асимптотику імпульсних розподілів для великих значень імпульсів нуклонів у тринуклонних ядрах. Дано розрахункове підтвердження експериментального факту про наявність різкої зміни в імпульсних розподілах при переході від малих до великих імпульсів. Перевірено асимптотику, яка відома з роботи [7] для імпульсних розподілів при великих імпульсах, і отримано задовільне узгодження з нею. У роботі розглянуто питання про асимптотичну поведінку формфакторів тринуклонних ядер при великих значеннях переданих імпульсів. Тут ситуація є значно складнішою і результати з [7] не узгоджуються з нашими прецизійними розрахунками.

Методи розрахунків

Методи прецизійних розрахунків параметрів основного стану тринуклонних ядер докладно розглядалися в роботах [1, 2] і тому тут зупинимося на них лише коротко. Розглядаються основні стани тринуклонних ядер ${}^3\text{H}$ (*nnp*) і ${}^3\text{He}$ (*ppn*) із сферично-симетричними потенціалами нуклон-нуклонної взаємодії. Парні потенціали взаємодії вибрані у майоранівській формі. Радіальна залежність просторових компонентів потенціалів взаємодії вибрана у формі суперпозиції гаусоїд

$V(r_{ij}) = \sum_{k=1}^3 V_{(0)k} \exp(-r_{ij}^2/r_{0k}^2)$ з параметрами з роботи [1].

Розрахунки зв'язаних станів систем трьох нуклонів ${}^3\text{H}$ і ${}^3\text{He}$ виконані з використанням представлення без ізоспіну, де протони й нейтрони вважаються різними частинками. Зауважимо, що представлення без ізоспіну є дуже зручним у застосуванні й повністю еквівалентно [4] стандартному формалізму ізоспіну. У даному представленні повна хвильова функція тринуклонних систем, антисиметрична за тотожними нуклонами, задається у вигляді добутку спінових (ζ', ζ'') і просторових (Φ_1, Φ_2) функцій

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\zeta' \Phi_1 + \zeta'' \Phi_2). \tag{1}$$

Для тринуклонних ядер ${}^3\text{H}$ і ${}^3\text{He}$ зі спіном $S = 1/2$ необхідно розв'язувати системи двох рівнянь Шрьодінгера для симетричної (Φ_1) і антисиметричної (Φ_2) відносно перестановки просторових компонент хвильової функції тотожних нуклонів.

У розрахунковій схемі використовується варіаційний метод Гальоркіна з гаусоїдним базисом, коли просторові частини пробних тричастинкових функцій з нульовим кутовим моментом мають вигляд

$$\Phi_\nu = \hat{S} \sum_{i=1}^{K_\nu} N_i^{(\nu)} \varphi_i^{(\nu)} = \hat{S} \sum_{i=1}^{K_\nu} N_i^{(\nu)} e^{-a_i r_{i2}^2 - b_i r_{i3}^2 - c_i r_{i3}^2},$$

$$\nu = \overline{1,2}, \quad (2)$$

з відповідною симетризацією (\hat{S} - оператор симетризації відносно перестановок тотожних нуклонів ($1 \leftrightarrow 2$), а a_i, b_i, c_i - нелінійні варіаційні параметри). У розрахунках по чергово використовувалися стохастичні та різні детерміновані схеми мінімізації функціонала енергії за нелінійними варіаційними параметрами для прискорення розрахунків і досягнення максимальної точності.

У роботі були використані такі нуклон-нуклонні потенціали взаємодії, як київські потенціали K1 і K2, що сконструйовані нами [1, 3] для узгодження якомога більшої кількості експериментальних даних для двох, трьох і чотирьох нуклонів та популярні зараз потенціали Мінесоти (M) і Ефнана - Танга (AT).

Однонуклонні розподіли густини

Масовий однонуклонний розподіл густини частинок визначається як

$$\rho(r) = \langle \Psi | \frac{1}{A} \sum_{i=1}^A \delta(\vec{r} - (\vec{r}_i - \vec{R}_{c.m.})) | \Psi \rangle, \quad (3)$$

де Ψ - хвильова функція (1) ядерної системи. Хвильові функції тринуклонних систем беремо з прецизійного варіаційного розрахунку і, отже, очікуємо, що результати для розподілів густини також мають високу точність. У визначенні (3) для розрахунку густини протонів або нейтронів сума береться, відповідно, за протонами або нейтронами. Як хвильові функції, так і розподіли густини нормовані на одиницю - $\int d\vec{r} \rho(r) = 1$.

На рис. 1 зображено розраховані розподіли густини протонів в ядрі ${}^3\text{He}$ з використанням нуклон-нуклонних потенціалів взаємодії M, AT, K1 і K2. Звернемо увагу, що на відносно значних відстанях $r \geq 1,0$ Фм поведінка розподілів для різних потенціалів достатньо близька. Ця універсальність у поведінці розподілів густини є наслідком того, що вибрані потенціали дають близькі значення енергій зв'язку та розмірів даного ядра. У той же час на малих відстанях у розподілах густини проявляються певні немонотонності в залежності від величини короткосяжного відштовхування між нуклонами. Так, розподіл густини протонів для потенціалу M має дуже незначну немонотонність, оскільки цей потенціал містить відносно невеликі компоненти відштовхування на малих відстанях (див. параметри потенціалів в [1]).

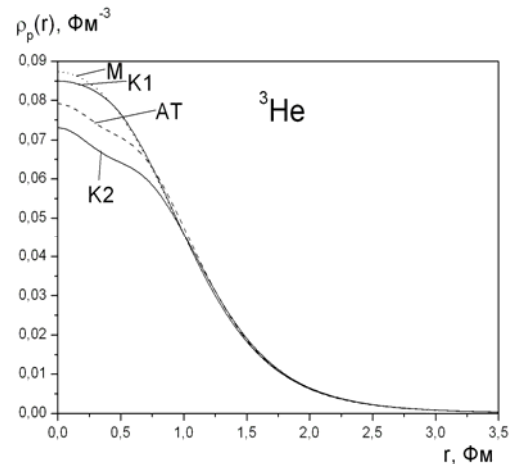


Рис. 1. Розподіли густини протонів в ядрі ${}^3\text{He}$ з потенціалами M, AT, K1 і K2.

На кривій для потенціалу AT немонотонність вже є дещо більшою, оскільки тут більше відштовхування. Немонотонність же розподілів густини протонів для потенціалу K2 є найбільшою, оскільки найбільшим є відштовхування в потенціалі K2. У потенціалі K1 поєднані як компоненти з сильним відштовхуванням, так і лише притягувальні компоненти, зокрема між протонами. У розподілах $\rho_p(r)$ основну роль грає взаємодія між протонами в синглетному стані, яка є чисто притягувальною, тому крива $\rho_p(r)$ для K1 займає певне проміжне положення серед інших кривих. Зауважимо також, що, наскільки нам відомо, усі наявні в літературі мікроскопічні розрахунки розподілів густини різних авторів з потенціалами з нежорстким кором не мають провалів у центрі ядра.

Зосередимо тепер увагу на варіанті київського потенціалу ядерної взаємодії K2, який дає найкращі узгодження з експериментальними даними одночасно для двох, трьох та чотирьох нуклонів. У випадку ядра ${}^3\text{He}$ розраховані в [1] енергія зв'язку $B({}^3\text{He}) = 7,691$ МеВ та кулонівська енергія, як різниця енергій зв'язку тритона (${}^3\text{H}$) та ${}^3\text{He}$ $E_C \equiv B({}^3\text{H}) - B({}^3\text{He}) = 0,784$ МеВ, знаходяться у відповідності з експериментальними даними $B_{\text{exp.}}({}^3\text{He}) = 7,718$ МеВ та $E_{C(\text{exp.})} = 0,764$ МеВ. Використання отриманих варіаційних хвильових функцій з потенціалом K2 для ядер ${}^3\text{H}$ та ${}^3\text{He}$ для розрахунку всіх розподілів густини дало змогу отримати результати, що представлені на рис. 2. У першу чергу наголосимо, що для всіх розподілів характерним є суттєва немонотонність залежно від відстані до центра мас ядер. Так, нейтронний розподіл густини в ${}^3\text{H}$ має нерегулярність у вигляді майже "полички" на відстанях в околі 0,5 Фм, що близько до радіуса відштовхування в

потенціалі K2. Нами були додатково виконані розрахунки з використанням певних варіантів потенціалів взаємодії, що не містили відштовхування, і в таких випадках подібні нерегулярності були відсутні. Звернемо увагу на те, що розподіли густини попарно групуються для парних та непарних нуклонів у різних ядрах, що є наслідком значного ослаблення притягувальної взаємодії між тотожними нуклонами в порівнянні з триплетною взаємодією для різних нуклонів. У той же час у кожній парі кривих на рис. 2 (наприклад, протонний розподіл в ${}^3\text{He}$ та нейтронний розподіл в ${}^3\text{H}$) відчутна роль кулонівського відштовхування – розподіл $\rho_p(r)$ в ${}^3\text{He}$ на більших відстанях дещо більший від розподілу $\rho_n(r)$ в ${}^3\text{H}$. А оскільки всі розподіли нормовані однаково на одиницю, то на малих відстанях відповідно нейтронний розподіл дещо більший від протонного розподілу для відповідних ядер.

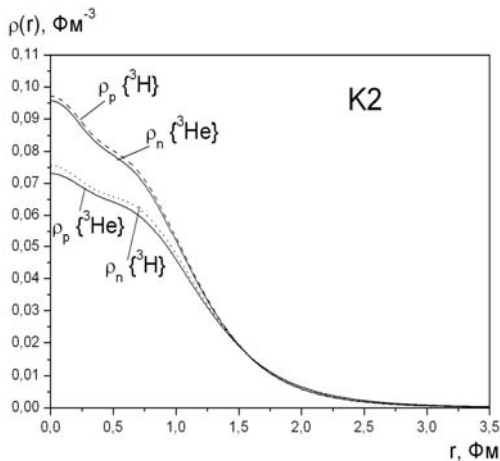


Рис. 2. Розподіли густини нейтронів і протонів в ядрах ${}^3\text{H}$ та ${}^3\text{He}$ з потенціалом K2.

Досить виразно немонотонна поведінка розподілів густини проявляється, якщо зобразити різницю протонного і нейтронного розподілів густини $\Delta\rho(r) = \rho_p(r) - \rho_n(r)$. З рис. 3 видно, що протон в ядрі ${}^3\text{H}$ знаходиться дещо ближче до центра мас, ніж нейтрони, оскільки між нейтронами ядерна взаємодія має місце лише в синглетному за спіном стані і тут притягування слабкіше, ніж у потенціалі взаємодії між нейтроном та протоном у триплетному за спіном стані. І в загальному випадку різних варіантів ядерних потенціалів для різниці $\Delta\rho(r)$ спостерігається універсальна залежність, подібна рис. 3. Що стосується ядра ${}^3\text{He}$, то тепер різниця розподілів нейтронного та протонного розподілів густини значною мірою повторює залежність з рис. 3, оскільки кулонівське відштовхування для цих дзеркальних ядер не є таким вже важливим. Немонотонність

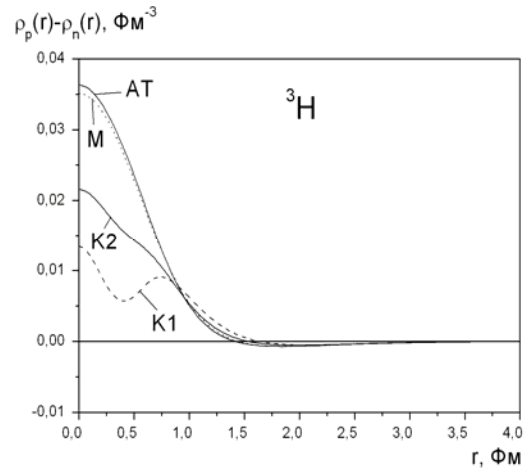


Рис. 3. Різниця протонного і нейтронного розподілів густини в ядрі ${}^3\text{H}$ для різних потенціалів.

в різниці $\Delta\rho(r)$ з рис. 3 для потенціалів M, AT і K2 дещо згладжена, оскільки відштовхування в цих потенціалах однакового радіуса і обидва розподіли $\rho_p(r)$ і $\rho_n(r)$ окремо мають однакове розташування цих немонотонностей, які частково скорочуються в різниці $\Delta\rho(r)$. У той же час для варіанта потенціалу K1 в ядрі ${}^3\text{H}$ нейтрон-нейтронний потенціал не містить відштовхування й немонотонність різниці $\Delta\rho(r)$ визначається лише структурними особливостями протонного розподілу, оскільки він визначається значною мірою триплетним pn -потенціалом зі значним відштовхуванням на малих відстанях.

Тепер перейдемо до встановлення поведінки розподілів густини нуклонів в асимптотичній границі великих відстаней r . Як відомо, для двочастинкових систем (дейтрона) проста асимптотика хвильової функції породжує очевидну асимптотику розподілу густини $\rho(r \rightarrow \infty) \approx \frac{\rho_0}{r^2} e^{-2\alpha r}$, де показник в експоненті визначається через енергію зв'язку дейтрона $\alpha \equiv \sqrt{2\mu_{np}\epsilon_d}$. У загальному випадку N -частинкової системи можна очікувати [2] наступну асимптотику для масового розподілу густини частинок

$$\rho(r \rightarrow \infty) \approx \frac{\rho_0}{r^{\frac{3N-2}{2}}} e^{-2\sqrt{Nm|E|r}}, \quad (4)$$

де енергія в експоненті визначається повною енергією системи відносно найближчої порогової енергії підсистем, а m - маса частинок. Для протонного розподілу в ядрі ${}^3\text{H}$ і нейтронного розподілу в ядрі ${}^3\text{He}$, коли зв'язаних підсистем не існує, асимптотика розподілів густин визначається асимптотикою Меркур'єва [8, 9] для тричастинкової хвильової функції і набуває вигляду

$$\rho(r \rightarrow \infty) \approx \frac{\rho_0}{r^{3/2}} e^{-2\sqrt{3m|E|r}}. \quad (5)$$

Зручно ввести певну модифікацію асимптотики (5), щоб уникнути сингулярності при $r \rightarrow 0$

$$\rho_{\text{asympt.}}(r \rightarrow \infty) \approx \frac{\rho_0}{(r^2 + C \langle r^2 \rangle)^{3/4}} e^{-2\sqrt{3m|E|r}}. \quad (6)$$

Тут введено для більш розумного визначення розподілу на малих відстанях параметр середньо-квадратичного радіуса $\langle r^2 \rangle$ та параметр підгонки C . Середньо-квадратичні радіуси взято з робіт [1, 2].

На рис. 4, як характерний приклад, зображено розподіл густини нейтрона в ядрі ${}^3\text{He}$ для потенціалу K2 (суцільна крива) і асимптотика цього розподілу (пунктирна крива) в напівлогарифмічному масштабі, звідки досить чітко видно ступінь узгодженості асимптотики (6) і розрахунків вже для відстаней $r \approx 1,5$ Фм. Для більшої наглядності на вставці до рис. 4 наведено відношення розрахованого розподілу до його асимптотики згідно з формулою (6). Для пошуку асимптотичних коефіцієнтів нормування ρ_0 ми розглядали для зручності логарифм від розподілу “ $-\ln(\rho)$ ”, що суттєво покращувало точність визначення асимптотичного коефіцієнта нормування ρ_0 . Асимптотики відповідних розподілів густини простежуються в межах від 2 - 3 до 12 - 14 Фм, а при більших відстанях вже втрачається точність розрахунку розподілів.

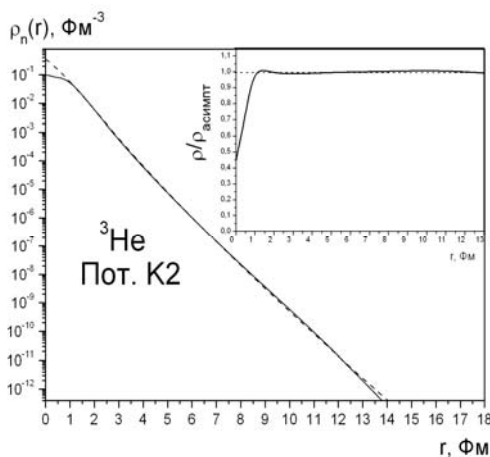


Рис. 4. Розподіл густини нейтрона в ядрі ${}^3\text{He}$ (суцільна лінія) і його асимптотика (для потенціалу K2). Вставка вгору - відношення розподілу густини до його асимптотики.

Асимптотичні коефіцієнти у випадках нейтронного розподілу в ядрі ${}^3\text{H}$ і протонного розподілу в ядрі ${}^3\text{He}$ знаходяться за формулою, анало-

гічною (6), лише енергія E в експоненті тепер є різницею повної енергії зв'язку відповідного ядра і енергії зв'язку дейтрона як кластера для відповідного потенціалу ядерної взаємодії. У цьому випадку асимптотика настає при дещо більших радіусах з 4 - 5 Фм і простежується до 11 - 13 Фм. Зауважимо, що в даному випадку достатньо сильно зв'язаної системи трьох нуклонів, на відміну від сильно кластеризованого слабо зв'язаного ядра ${}^6\text{Li}$ [6], як тричастинкової системи, реалізується інша асимптотика за всіма трьома частинками.

Для всіх розглядуваних потенціалів взаємодії отримані асимптотичні параметри для розподілів густини наведено в табл. 1. Зазначимо, що у всіх випадках константи C , що характеризують розподіли на відносно невеликих відстанях, достатньо близькі між собою для одного й того ж ядра, але досить суттєво відрізняються для різних ядер. Асимптотичні коефіцієнти нормування ρ_0 також достатньо універсальні для одного й того ж ядра. Але для більш слабо зв'язаного ядра ${}^3\text{He}$, де в експоненті (6) стоїть менший показник, асимптотичний коефіцієнт нормування стає меншим, ніж для більш сильно зв'язаної системи ${}^3\text{H}$. Аналогічна тенденція проявляється і при порівнянні розподілів нейтронів та протонів для одного й того ж ядра. Якщо порівнювати в деталях асимптотичні константи нормування для різних потенціалів взаємодії, то відзначимо, що найбільше ρ_0 у випадку потенціалу K2, де найбільше відштовхування, а найменше у випадку потенціалу M, де відштовхування найменше.

Нарешті, відзначимо певні особливості в порівнянні розподілів густини та кореляційних функцій, які докладно розглядалися в [1], з огляду на наявність у розподілах густини немонотонності на менших відстанях. Оскільки парні кореляційні функції визначають імовірність двох нуклонів в ядрі знаходитись на певній відстані між собою, то відштовхування на малих відстанях проявляє себе в них у вигляді провалу на малій відстані, після якого є певний максимум. Отже, двом нуклонам в ядрі „вигідно” розташовуватись на певній проміжній відстані між собою, тоді як імовірність їх знаходження на дуже малих відстанях між собою суттєво подавлена відштовхуванням у потенціалі ядерної взаємодії. У той же час розподіли густини визначають імовірність нуклонам знаходитись в ядрі на певній відстані від центра мас ядра і поведінка розподілів густини залежно від відштовхування у взаємодії є іншою. На перший погляд здається, що при дуже сильному відштовхуванні в розподілах густини повинні виникати провали на малій відстані ана-

Таблиця 1. Асимптотичні коефіцієнти в розподілах густини (ρ) для тринуклонних ядер

${}^3\text{He}$		K2	K1	AT	M
n	$\rho_0, \Phi_M^{1/2}$	5,207	4,953	4,759	4,711
	C	1,75	1,75	1,75	1,75
p	$\rho_0, \Phi_M^{1/2}$	4,263	4,137	3,857	5,104
	C	1,59	1,6	1,54	1,9
${}^3\text{H}$		K2	K1	AT	M
n	$\rho_0, \Phi_M^{1/2}$	6,359	5,641	6,050	6,007
	C	2,0	2,0	2,0	2,0
p	$\rho_0, \Phi_M^{1/2}$	6,686	6,234	6,297	6,172
	C	2,0	2,0	2,05	2,1

логічно, як і в парних кореляційних функціях. Насправді ж збільшення відштовхування призводить лише до збільшення немонотонності (див. рис. 1 - 4) і криві розподілів густини будуть в певній мірі опускатися й розтягуватися, але провалу на малій відстані не буде. Таким чином, якщо мова йде про кореляцію між двома нуклонами, то вплив відштовхування просто не дає нуклонам наблизитися один до одного, а якщо ж мова про нуклон і центр мас системи, то тут вплив відштовхування є суттєво більш усередненим. Це призводить до того, що при наявності помірного відштовхування в потенціалах взаємодії на малих відстанях між нуклонами в розподілах густини не спостерігаються провали, а лише з'являється певна немонотонність.

Імпульсні розподіли нуклонів

Розглянемо асимптотики розрахованих нами імпульсних розподілів нуклонів для тринуклонних ядер ${}^3\text{H}$ і ${}^3\text{He}$. Імпульсні розподіли нуклонів у малонуклонних системах визначаються безпосередньо через отримані нами хвильові функції в імпульсному представленні

$$n_i(k) = \langle \tilde{\Psi} | \delta(\vec{k} - \vec{k}_i + \vec{P}_{c.m.}) | \tilde{\Psi} \rangle, \quad (7)$$

тут $\tilde{\Psi}$ - хвильова функція системи трьох нуклонів в імпульсному представленні, а $\vec{P}_{c.m.}$ - імпульс центра мас. Отримання імпульсного представлення $\tilde{\Psi}$ для функцій (2) у гаусоїдній формі є досить простою задачею і хвильові функції $\tilde{\Psi}$ також є суперпозицією гаусоїд. Отже, розрахунки імпульсних розподілів також є досить простими.

Експериментальні дані відносно імпульсних розподілів протонів у тринуклонному ядрі ${}^3\text{He}$ та певні модельні представлення обговорювалися в [10], а порівняння даних величин з експериментом вже розглянуто в [1]. Метою даної роботи є розгляд асимптотичної поведінки імпульсних розподілів при великих імпульсах нуклонів.

Асимптотика для імпульсних розподілів була запропонована в роботі [7] у вигляді (з точністю до множника перед виразом)

$$n(k) \sim \left(\frac{v(k)}{k^2} \right)^2, \quad k \rightarrow \infty, \quad (8)$$

де $v(k)$ - Фур'є-компонента відповідного потенціалу нуклон-нуклонної взаємодії. У випадку потенціалів взаємодії в гаусоїдній формі $V(r) = V_0 \exp(-(r/r_0)^2)$, які ми використовуємо, компонента Фур'є $v(k)$ також має гаусоїдний

вигляд $v(k) = \pi^{\frac{3}{2}} V_0 r_0^3 \exp\left(-\frac{r_0^2 k^2}{4}\right)$ і асимптотика

(8) повинна мати вигляд гаусоїди, розділеної на k^4 . У той же час зауважимо тут, що згідно з недавнім результатом [11] для найпростішої системи двох частинок з гаусоїдними потенціалами взаємодії асимптотики хвильових функцій і, тим самим, імпульсних розподілів спадають суттєво повільніше (8). Скоріше всього таке уповільнення асимптотик хвильових функцій мало б бути і для трьох частинок, але це питання залишається відкритим.

На рис. 5 наведено графік імпульсного розподілу протонів у тритоні, розрахований для потенціалу M. Тут побудовано також криві для асимптотики (8) з використанням компоненти потенціалу взаємодії з найменшим радіусом (для великих k) та крива для малих k , що відповідає найбільшому радіусу в потенціалах (притягування в синглеті). Досить чітко видно, що дані асимптотики задовільно узгоджуються з розрахованим імпульсним розподілом у різних областях імпульсів і, таким чином, отримано пояснення наявності зміни режиму поведінки імпульсних розподілів завдяки наявності притягування та відштовхування в ядерних потенціалах взаємодії істотно різних радіусів дії. Імпульсні розподіли та їхня асимптотика для інших потенціалів взаємодії мають вигляд досить близький до рис. 5,

але асимптотика на них простежується не так чітко, оскільки вони мають дещо складніший вигляд, особливо потенціал К2, в якого є різні притягувальні й відштовхувальні компоненти.

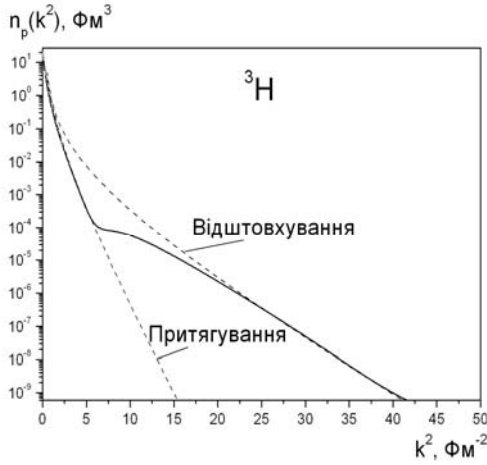


Рис. 5. Імпульсний розподіл протонів в ядрі ³Н для потенціалу М. Пунктиром зображено асимптотики.

Формфактори для тринуклонних систем

Розглянемо тепер структурні особливості формфакторів для тринуклонних ядер ³Н і ³Не. Формфактор визначається як Фур'є-компонента відповідного розподілу густини (усі розподіли густини нормовані на одиницю)

$$F(q) = \int \exp(-i\vec{q}\vec{r}) \rho(r) d\vec{r} . \quad (9)$$

Для малих переданих імпульсів $q \rightarrow 0$ розвинення в ряд має, як відомо, вигляд

$$F(q) \approx 1 - \frac{q^2}{6} \langle r^2 \rangle + \frac{q^4}{120} \langle r^4 \rangle + \dots , \quad (10)$$

де $\langle r^2 \rangle = \int d\vec{r} r^2 \rho(r)$ - квадрат середньо-квадратичного радіуса, розрахунки якого для різних потенціалів наведено в [2], а $\langle r^4 \rangle = \int d\vec{r} r^4 \rho(r)$ - четверта степінь радіуса $\langle r^4 \rangle^{1/4}$, який можна назвати "середньо-четвертичним радіусом". Результати розрахунків для $\langle r^4 \rangle^{1/4}$ наведено в табл. 2. З порівняння цих результатів, зокрема, випливає, що середньо-квадратичні радіуси є дещо меншими за відповідні середньо-четвертичні радіуси $\langle r^4 \rangle^{1/4}$. Цей факт можна пояснити тим, що при домноженні $r^2 \rho(r)$ на ще одну степінь r^2 максимум підінтегрального виразу в $\langle r^4 \rangle$ зсувається в бік ще більших відстаней.

Таблиця. 2. Протонні і нейтронні радіуси $\langle r^4 \rangle^{1/4}$ тринуклонних ядер ³Н і ³Не (в одиницях ФМ)

Потенціал	³ Не		³ Н	
	р	н	р	н
К2	2,272	2,004	1,971	2,203
К1	2,252	1,99	1,962	2,195
АТ	2,229	1,96	1,938	2,183
М	2,265	1,984	1,957	2,211

Тепер повернемося до аналізу залежностей формфакторів від квадрата переданого імпульсу q^2 в більш широкому інтервалі. На рис. 6 для потенціалу К2 і ядра ³Н представлено (суцільна крива) протонний формфактор (точніше, його значення по модулю) згідно з виразом (9). Там же зображено криві при малих переданих імпульсах з формули (10) відповідно, з урахуванням лише доданка з $\langle r^2 \rangle$ і з урахуванням обох доданків $\langle r^2 \rangle$ і $\langle r^4 \rangle$. Видно, що розвинення (10) дає опис формфактора лише при дуже малих переданих імпульсах (до 2 ФМ⁻²) і не спостерігається збіжність. Цей факт означає, що розвинення (10) не може слугувати для визначення середньо-квадратичних радіусів з високою точністю.

Пропонуємо для малих переданих імпульсів користуватися замість формули (10) модифікованою апроксимаційною формулою

$$F(q) \approx \left(\frac{q_{1\min}^2 - q^2}{q_{1\min}^2 + q^2} \right) \frac{1}{(1 + q^2 \alpha + q^4 \beta + q^6 A + q^8 B)} , \quad (11)$$

де $\alpha = \frac{1}{6} \langle r^2 \rangle - \frac{2}{q_{1\min}^2}$, $\beta = \frac{\langle r^2 \rangle}{6} \alpha - \frac{1}{120} \langle r^4 \rangle + \frac{2}{q_{1\min}^4}$. Апроксимація (11) за модулем на рис. 6 зображена кривою 3, де використано такі значення параметрів: $q_{1\min}^2 = 14,64$ ФМ⁻², $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 1,613$ ФМ, $\langle r^4 \rangle^{1/4} = 1,971$ ФМ, $\alpha = 0,297016$ ФМ², $\beta = 0,012359$ ФМ⁴, $A = 0,0005$ ФМ⁶, $B = 0,00005$ ФМ⁸. Ці значення параметрів показують, що знаменник у виразі (11) характеризується певною збіжністю. Параметри А та В уведено для ще кращого опису роз-

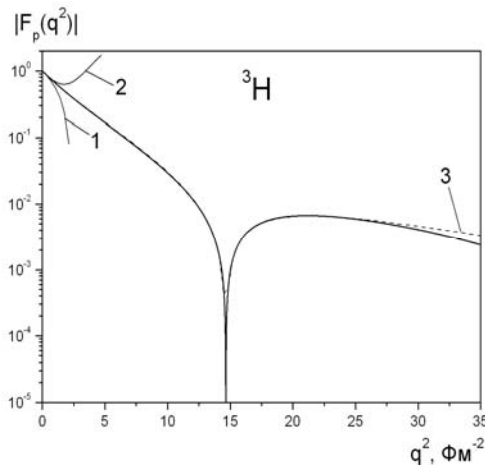


Рис. 6. Формфактор протонів в ядрі ${}^3\text{H}$ (потенціал K2): 1 та 2 - урахування двох та трьох доданків з формули (10); 3 - апроксимація формулою (11).

рахунків в інтервалі з включеним першим провалом. У певному сенсі формула (11) має вигляд Паде-наближення, коли формфактор апроксимується відношенням поліномів по q^2 . Тут явно виділена поведінка формфактора поблизу “провалу” в околі $q^2 \approx q_{\text{min}}^2 \approx 14,64 \text{ Фм}^{-2}$ і тоді замішок стає структурно гладкою функцією, для якої більш доцільно використати розвинення для оберненої функції. Таким чином, для отримання з більш високою точністю середньоквадратичних радіусів з експериментальних даних по формфакторах доцільно використовувати розвинення типу (11). Зауважимо, що недавно достатньо вдалі феноменологічні параметризації формфакторів для малонуклонних ядер запропоновано в роботі [12]. Відзначимо також, що вище ми обговорювали зарядові формфактори для точкових нуклонів, а для більш детального порівняння з експериментом необхідно також урахувати неточковість нуклонів, що вже зроблено в роботі [1].

Якщо в потенціалах взаємодії між нуклонами на малих відстанях міститься відштовхування, то формфактори мають, як мінімум, один провал. У загальному випадку цих провалів може бути й більше, але при значних переданих імпульсах вже може грати суттєву роль неточність у розрахунках. Крім того, поведінка формфакторів для великих переданих імпульсів відповідає малим відстаням, де з фізичної точки зору вже необхідно враховувати неточковість нуклонів, кваркові ефекти та інші релятивістські ефекти. Зауважимо також, що через наявність значної кількості провалів у формфакторах для більш простого дослідження асимптотик ми модифікували формфактори, виключаючи наявні провали, наступним чином:

$$F_{\text{modif.}}(q^2) = F(q^2) \frac{\prod_i (q^2 + q_{i \text{ min}}^2)}{\prod_i (q^2 - q_{i \text{ min}}^2)}, \quad (12)$$

де $q_{i \text{ min}}$ - положення провалів у формфакторі. У результаті маємо гладкі криві, зручні для дослідження асимптотики.

У роботах [13 - 18] запропоновано й детально вивчено асимптотичні формули для визначення формфакторів при великих переданих імпульсах при певних припущеннях відносно класу потенціалів. У загальному вигляді для A -нуклонного ядра дана формула має вигляд

$$F(q) \sim \left(\frac{v(q)}{q^2} \right)^{A-1}, \quad q \rightarrow \infty. \quad (13)$$

тут $v(q)$ - компонента Фур'є потенціалу взаємодії. У конкретному випадку тринуклонних ядер формула (13) має вигляд

$$F(q) \sim \left(\frac{v(q)}{q^2} \right)^2, \quad q \rightarrow \infty. \quad (14)$$

Формула (14) аналогічна формулі (8) для асимптотик імпульсних розподілів. Але співставлення поведінки розрахункових імпульсного розподілу і формфактора для однієї й тієї ж системи, заданого нуклона та однакових потенціалів взаємодії показує, що формфактор спадає повільніше за імпульсний розподіл. Якщо розрахункові імпульсні розподіли задовільно узгоджуються з формулою (8), то для формфакторів формула (14) не виправдалась. Більше того, якщо у виразі для $v(q)$ показник в експоненті зменшити в 10 разів, то асимптотика формфактора буде непогано відповідати розрахункам, але це є суто чисельним фактом. Зауважимо, що у всіх роботах [7, 13 - 18] фактично обговорювався лише клас потенціалів юкавівської форми, коли Фур'є-компоненти потенціалів спадають як $1/q^2$, і для яких виправдана асимптотика (14). У випадку використовуваних нами потенціалів у гаусоїдній формі асимптотики (13, 14) повинні мати інший вигляд, як це показано для двочастинкових задач у [11].

Було виконано перевірку відповідності різних форм асимптотичної поведінки розрахунковим формфакторам в області великих переданих імпульсів. Так, розрахунки показали, що асимптотики у вигляді $\sim 1/q^8$ не виконуються навіть у випадку наявності кулонівської взаємодії. Також виявлено, що формфактори для використовуваних гаусоїдних потенціалів спадають швидше за

$$\sim \frac{\exp(-Kq)}{q^4}, \text{ але повільніше за } \sim \frac{\exp(-Lq^2)}{q^4}.$$

Для опису поведінки формфакторів в області великих переданих імпульсів найкраще підходять

$$\text{формули вигляду } \sim \frac{\exp(-Mq\sqrt{\ln(q)})}{q^4}.$$

Хоча питання пошуку асимптотик формфакторів нуклонів для тринуклонних ядер при великих q залишається значною мірою відкритим.

Висновки

У підсумку відзначимо, що в роботі на основі виконаних з високою точністю для різних нуклон-нуклонних потенціалів взаємодії варіаційних розрахунків для зв'язаних станів тринуклонних ядер встановлено достатньо універсальні асимптотики розподілів густин нуклонів на

великих відстанях і знайдено асимптотичні коефіцієнти нормування. Для імпульсних розподілів отримано задовільне узгодження асимптотики при великих імпульсах нуклонів з асимптотикою, що відома з літератури. Дано просте пояснення залежності зміни режиму в імпульсних розподілах нуклонів у тринуклонних ядрах від наявності притягувальних і відштовхувальних компонентів у потенціалах нуклон-нуклонної взаємодії.

У даній роботі запропоновано зручні перетворення формфакторів, що дало можливість явно виділити „провали” у формфакторах, і тоді розвинення їх у ряд для малих переданих імпульсів дозволяє більш надійно визначати відповідні розміри досліджуваних систем. Відносно асимптотик формфакторів виявлено, що проста формула через компоненти потенціалів, яка зустрічається в літературі, не виправдовує себе, зокрема у випадку потенціалів взаємодії в гаусоїдному вигляді.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. П'ятницький Д.В., Симоног І.В. Ядерні потенціали взаємодії для сумісного опису малонуклонних систем і структурні функції тринуклонних ядер // УФЖ. - 2008. - Т. 53. - С. 629 - 639.
2. П'ятницький Д.В., Симоног І.В. Кореляційні функції, імпульсні розподіли та коефіцієнти кластеризації для тринуклонних ядер // Ядерна фізика та енергетика. - 2009. - Т. 10, № 1. - С. 36 - 44.
3. Гринюк Б.Є., П'ятницький Д.В., Симоног І.В. Структурні особливості ядра ${}^4\text{He}$ у мікроскопічному підході // УФЖ. - 2007. - Т. 52. - С. 424 - 435.
4. Simenog I.V., Dotsenko I.S., Grinyuk B.E. Advantages of a representation without use of the isospin formalism, and precise study of few-nucleon systems // Ukr. Fiz. Zh. - 2002. - Vol. 47. - P. 129 - 137.
5. Кузьменко М.В., Симоног І.В. Структурні особливості систем трьох заряджених частинок // ЖФД. - 2010. - Т. 10 (прийнято до друку).
6. Гринюк Б.Є., Симоног І.В. Особливості асимптотик розподілів густини і формфакторів ядер ${}^6\text{Li}$ та ${}^6\text{He}$ у тричастинковій моделі // УФЖ. - 2010. - Т. 55, № 4 (прийнято до друку).
7. Amado R.D., Woloshyn R.M. Momentum distributions in the nucleus // Phys. Lett. - 1976. - Vol. 62B, No. 3. - P. 253 - 255.
8. Меркурьев С.П. Об асимптотическом виде трехчастичных волновых функций дискретного спектра // ЯФ. - 1974. - Т. 19. - С. 447 - 461.
9. Меркурьев С.П., Фаддеев Л.Д. Квантовая теория рассеяния для систем нескольких частиц. - М: Наука, 1985. - 398 с.
10. Ciofi degli Atti C., Simula S. Realistic model of the nucleon spectral function in few- and many-nucleon systems // Phys. Rev. C. - 1996. - Vol. 53. - P. 1689 - 1710.
11. Simenog I.V., Grinyuk B.E., Polischuk Z.I. Асимптотики хвильових функцій зв'язаних станів двох частинок в імпульсному представленні // УФЖ. - 2010 (направлено до друку).
12. Бережной Ю.А., Корда В.Ю., Гах А.Г. Зарядові формфактори та густини ядер ${}^2\text{D}$, ${}^3\text{H}$, ${}^3\text{He}$ і ${}^4\text{He}$ // УФЖ. - 2009. - Т. 54, № 6. - С. 551 - 558.
13. Drell S.D., Finn A.C., Goldhaber M.H. Electromagnetic form factors for composite particles at large momentum transfer // Phys. Rev. - 1967. - Vol. 157, No. 5. - P. 1402 - 1411.
14. Alabiso C., Schierholz G. Asymptotic behavior of form factors for two- and three-body bound states // Phys. Rev. D. - 1974. - Vol. 10, No. 3. - P. 960 - 967.
15. Карнаков Б.М. Форм-фактор составных частиц в квантовой механике при больших передачах импульса // ЯФ. - 1974. - Т. 19, вып. 5 - С. 1122 - 1135.
16. Narodetsky I.M., Simonov Yu.A., Palumbo F. Asymptotic behaviour of the form factor for non-relativistic many-body systems // Phys. Lett. - 1975. - Vol. 58B, No. 2. - P. 125 - 128.
17. Beck D.H., Kowalski S.B., Schulze M.E. et al. Tritium form factors at low q // Phys. Rev. C. - 1984. - Vol. 30, No. 5. - P. 1403 - 1408.
18. Krutov A.F., Troitsky V.E., Tsirova N.A. Asymptotic estimation of some multiple integrals and the electromagnetic form factors at high momentum transfer // J. Phys. A. - 2008. - Vol. 41. - P. 255401.

**АСИМПТОТИКИ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ПЛОТНОСТИ, ИМПУЛЬСНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ
И ФОРМФАКТОРОВ ТРЕХНУКЛОННЫХ ЯДЕР**

Д. В. Пятницкий, И. В. Сименог

Исследованы структурные функции трехнуклонных ядер ${}^3\text{H}$ и ${}^3\text{He}$ и установлены асимптотики распределений плотности нуклонов на больших расстояниях на основе рассчитанных с высокой точностью волновых функций связанных состояний. Подтверждено асимптотическое поведение импульсных распределений нуклонов для больших импульсов в терминах потенциалов взаимодействия. Выявлено, что асимптотики формфакторов нуклонов в трехчастичных системах для больших переданных импульсов и использованных нами гауссоидальных нуклон-нуклонных потенциалов взаимодействия не отвечают асимптотике, обсуждаемой другими авторами.

Ключевые слова: трехнуклонные ядра, распределение плотности, импульсное распределение, формфактор, асимптотики.

**ASYMPTOTICS OF DENSITY DISTRIBUTIONS, MOMENTUM DISTRIBUTIONS
AND FORM FACTORS OF THREE-NUCLEON NUCLEI**

D. V. Piatnytskyi, I. V. Simenog

The structure functions of three-nucleon nuclei ${}^3\text{H}$ and ${}^3\text{He}$ are investigated, and asymptotics of density distributions of nucleons at large distances are established using bound state wave functions with high precision. Asymptotic behavior of nucleon momentum distributions at high momenta is verified in terms of potentials of interaction. It is noticed that the asymptotics of form factors of nucleons in three-particle systems at high momentum transfer didn't fit the asymptotics discussed by other authors in case of nucleon-nucleon potentials in gaussian form.

Keywords: three-nucleon nuclei, density distributions, momentum distributions, form factors, asymptotics.

Надійшла до редакції 26.03.10,
після доопрацювання - 15.04.10.