

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ ГЛАУБЕРА ДЛЯ РАСЧЕТА ПОЛНЫХ СЕЧЕНИЙ ДИФРАКЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ГИПЕРТРИТОНОВ С ПРОТОНАМИ

М. В. Евланов, А. М. Соколов, В. К. Тартаковский, В. В. Давидовский

Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев

Выполненные точно и в приближении Глаубера расчеты полных сечений дифракционного взаимодействия гипертритонов с протонами в трехкластерной модели показывают, что это приближение удовлетворительно лишь при достаточно малых (в рамках экспериментальных погрешностей) значениях энергии связи гипертритона.

С помощью полученной в нашей работе [1] общей формулы (12) для полного сечения σ_t дифракционного взаимодействия падающих трехкластерных ядер, в частности гипертритонов (${}^3_\Lambda H \rightarrow \Lambda + n + p$) с различными сильно поглощающими сферическими атомными ядрами с резким краем, в [1] произведены точные расчеты сечений $\sigma_t \equiv \sigma_t^T$ взаимодействия гипертритонов с рядом легких, средних и тяжелых ядер. В трехкластерной модели рассматриваемое полное сечение σ_t с учетом многократного (двух- и трехкратного) рассеяния выражается окончательно через трехкратные интегралы. Другие интегральные сечения будут в этом случае еще сложнее.

Поскольку размеры падающего гипертритона заметно превосходят размеры самых тяжелых атомных ядер, это обстоятельство можно попытаться использовать для представления дифракционных сечений и, прежде всего, полного сечения σ_t в более простом виде, имея в виду использование классического приближения Глаубера [2]. Это приближение может быть справедливо в том случае, когда размеры падающего ядра (в нашем случае гипертритона) значительно превосходят радиусы R_j области взаимодействия каждого j -го кластера (в нашем случае каждого из трех барионов в ${}^3_\Lambda H$) с ядром мишени. В общем случае

$$R_j = r_0(A_j^{1/3} + A^{1/3}), \quad r_0 \approx 1 \text{ Фм}, \quad (1)$$

где A_j – число барионов в j -м кластере падающего ядра (у нас $A_j = 1$ и поэтому все три радиуса взаимодействия одинаковы: $R_j = R$); A – массовое число ядра-мишени.

Рассматривая сначала гипертритон как связанную двухкластерную систему точечного Λ -гиперона и структурного дейтрона, полное сечение $\sigma_t = \sigma_t^G$ в приближении Глаубера можно выразить через среднее $\langle r^{-2} \rangle$, определяемое формулой

$$\langle r^{-2} \rangle = \int d\vec{r} \cdot r^{-2} |\varphi(r)|^2, \quad (2)$$

где $\varphi(r)$ – внутренняя волновая функция гипертритона, описывающая относительное движение Λ -гиперона и дейтрона (\vec{r} – радиус-вектор, соединяющий эти два кластера). В самом деле, в приближении Глаубера структурный формфактор гипертритона

$$\Phi(q) = \int d\vec{r} \cdot \exp(-i\vec{q}\vec{r}) \cdot |\varphi(r)|^2, \quad \Phi(0) = 1, \quad (3)$$

где \vec{q} – переданный импульс ($\hbar = c = 1$), заменяется на выражение [2 - 4]

$$\Phi(q) = 2\pi\delta^{(2)}(\vec{q}) \cdot \langle r^{-2} \rangle, \quad \delta^{(2)}(\vec{q}) \rightarrow \frac{1}{\pi q} \delta(q). \quad (4)$$

Тогда полное сечение (12) работы [1] сводится к более простому выражению

$$\sigma_t^G = 6\pi R^2 - 2\pi R^2 \left\langle \frac{R^2}{r^2} \right\rangle - 4\pi R^2 \left(1 - \frac{1}{2} \left\langle \frac{R^2}{r^2} \right\rangle \right) \int_0^\infty dq \cdot \Phi_d(q) \frac{J_1^2(qR)}{q}, \quad (5)$$

где $\Phi_d(q)$ есть формфактор дейтрона

$$\Phi_d(q) = \int d\vec{s} |\varphi_d(s)|^2 \cdot \exp(-i\vec{q}\vec{s}), \quad (6)$$

а $\varphi_d(s)$ – его внутренняя волновая функция (\vec{s} – вектор, соединяющий нейтрон и протон). (Полная волновая функция гипертритона представляется здесь, как и в [1], в виде произведения $\varphi(r)\varphi_d(s)$.)

Заметим, что приближение Глаубера [2] было сформулировано на несколько лет раньше появления известной общей дифракционной теории Глаубера - Ситенко [4].

Для расчетов испо ~~ввум~~ в качестве $\varphi(r)$ функцию Хюльтена

$$\varphi(r) = \sqrt{\frac{\alpha_\Lambda \beta_\Lambda (\alpha_\Lambda + \beta_\Lambda)}{2\pi(\beta_\Lambda - \alpha_\Lambda)^2}} \cdot \frac{\exp(-\alpha_\Lambda r) - \exp(-\beta_\Lambda r)}{r}, \quad \alpha_\Lambda = \frac{1}{\hbar} \sqrt{\frac{2M_\Lambda M_d \varepsilon_\Lambda}{M_\Lambda + M_d}}, \quad (7)$$

где M_Λ и M_d – массы Λ -гиперона и дейтрона; ε_Λ – энергия связи гипертритона относительно развала ${}^3_\Lambda H$ на Λ -гиперон и дейтрон. Для функции (7) среднее от $\frac{1}{r^2}$, входящее в формулу (5), находится в явном виде:

$$\langle r^{-2} \rangle = \frac{2\alpha_\Lambda \beta_\Lambda (\alpha_\Lambda + \beta_\Lambda)}{(\beta_\Lambda - \alpha_\Lambda)^2} \ln \frac{(2\alpha_\Lambda)^{2\alpha_\Lambda} (2\beta_\Lambda)^{2\beta_\Lambda}}{(\alpha_\Lambda + \beta_\Lambda)^{2(\alpha_\Lambda + \beta_\Lambda)}}. \quad (8)$$

Волновую функцию $\varphi_d(s)$ также брали в виде хюльтеповской зависимости, так что $\varphi_d(s)$ имела точно такой же вид, как и (7), но с заменой $\vec{r} \rightarrow \vec{s}$, $\alpha_\Lambda \rightarrow \alpha_d$, $\beta_\Lambda \rightarrow \beta_d$, $\varepsilon_\Lambda \rightarrow \varepsilon_d$, $M_\Lambda \rightarrow M_n$, $M_d \rightarrow M_p$ (M_n и M_p – массы нейтрона и протона). Видим, что в этом случае сечение (5) сводится всего лишь к однократному интегрированию.

Отметим, что в приближении Глаубера малым по сравнению с единицей должен быть параметр

$$\frac{R^2}{\langle r^2 \rangle} = \frac{R^2}{\int d\vec{r} r^2 |\varphi(r)|^2}, \quad (9)$$

где $\langle r^2 \rangle^{1/2}$ имеет смысл среднеквадратичного радиуса гипертритона, определяющего его размеры (которые значительно превосходят размеры дейтрона), а входящий же в формулу (5) параметр $\left\langle \frac{R^2}{r^2} \right\rangle$ может быть порядка и даже больше единицы. Так, при наиболее вероятных значениях энергии связи гипертритона $\varepsilon_\Lambda = 0,13$ МэВ и параметра $\beta_\Lambda = 1,45$ Фм⁻¹ имеем

$\langle r^2 \rangle^{1/2} = 11,11 \text{ Фм}$, в то время как $\langle r^{-2} \rangle^{-1/2} = 2,03 \text{ Фм}$, так что при этом параметр $\left\langle \frac{R^2}{r^2} \right\rangle$

приблизительно в 30 раз превосходит отношение $\frac{R^2}{\langle r^2 \rangle}$.

Как показали наши численные расчеты, сечения σ_i^T и σ_i^G могут быть близкими по величине лишь для достаточно легких ядер мишени при энергии связи гипертритона ε_Λ , заметно меньшей оптимального значения $\varepsilon_\Lambda = 0,13 \text{ МэВ}$. Поэтому проводить исследование справедливости приближения Глаубера, когда $\frac{R^2}{\langle r^2 \rangle} \ll 1$, при вычислении сечений

дифракционного взаимодействия гипертритонов с ядрами остается фактически лишь для протонной мишени, когда в формуле (1) необходимо положить $A = 1$. В этом случае можно использовать еще и тот факт, что размеры дейтрона, входящего в состав гипертритона, также заметно превосходят размеры ядра-мишени, а именно протона, и радиус взаимодействия ядерных сил R :

$$R^2 \ll \langle s^2 \rangle = \int d\vec{s} \cdot s^2 |\varphi_d(s)|^2. \quad (10)$$

В этом случае дейтронный формфактор $\Phi_d(q)$, входящий в формулу (5), можно заменить, подобно (4), на выражения

$$\Phi_d(q) = 2\pi \delta^{(2)}(\vec{q}) \cdot \langle s^{-2} \rangle, \quad (11)$$

$$\left\langle \frac{1}{s^2} \right\rangle = \int d\vec{s} \cdot s^{-2} |\varphi_d(s)|^2. \quad (12)$$

Интеграл в формуле (5) в этом приближении будет равен

$$\int_0^\infty dq \cdot \Phi_d(q) \frac{J_1^2(qR)}{q} = \frac{1}{4} \left\langle \frac{R^2}{s^2} \right\rangle. \quad (13)$$

В результате полное сечение в приближении Глаубера, когда выполняются уже два условия $\frac{R^2}{\langle r^2 \rangle} \ll 1$ и $\frac{R^2}{\langle s^2 \rangle} \ll 1$, с учетом выражения (8) запишется в явном виде:

$$\sigma_i^{GA} = 6\pi R^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \left\langle \frac{R^2}{r^2} \right\rangle - \frac{1}{6} \left\langle \frac{R^2}{s^2} \right\rangle + \frac{1}{12} \left\langle \frac{R^2}{r^2} \right\rangle \left\langle \frac{R^2}{s^2} \right\rangle \right). \quad (14)$$

Ясно, что при выполнении условия $R^2 \ll \langle s^2 \rangle$ будет выполняться и условие $R^2 \ll \langle r^2 \rangle$, так что из двух этих условий можно оставить только одно, а именно $R^2 \ll \langle s^2 \rangle$.

В настоящей работе произведены расчеты полного сечения дифракционного взаимодействия падающих гипертритонов с протонами в трехкластерной модели для ${}^3_\Lambda H$ как по точной формуле (12) для σ_i^T работы [1], так и по формулам (5) для σ_i^G и (14) для σ_i^{GA} настоящей работы в приближении Глаубера. Численные значения параметров хьюльте-новских функций $\beta_\Lambda, \beta_d, \varepsilon_d$ были зафиксированы и брались следующими: $\beta_\Lambda = 1,45 \text{ Фм}^{-1}$,

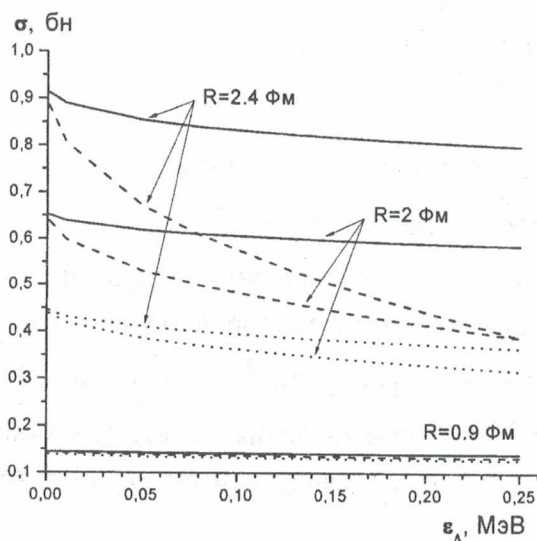
$\beta_d = 1,2 \text{ Фм}^{-1}$, $\varepsilon_d = 2,226 \text{ МэВ}$ [1], а энергию ε_Λ отделения Λ -гиперона от ядра ${}^3_\Lambda\text{H}$ меняем в достаточно широких пределах. В связи с этим заметим, что обычно приводимые в некоторых работах границы экспериментальных неопределенностей энергии связи гипертритона ($0,08 \text{ МэВ} \leq \varepsilon_\Lambda \leq 0,18 \text{ МэВ}$ [5]) необходимо, по-видимому, как указывается в работах [6, 7], заметно расширить: $0,01 \text{ МэВ} \leq \varepsilon_\Lambda \leq 0,25 \text{ МэВ}$.

Отдельно рассчитывались вклады в σ_t^T и σ_t^G сечений в импульсном приближении $\sigma_t^{T(1)}$ и $\sigma_t^{G(1)}$, а также членов двукратного ($\sigma_t^{T(2)}$ и $\sigma_t^{G(2)}$) и трехкратного ($\sigma_t^{T(3)}$ и $\sigma_t^{G(3)}$) рассеяния.

В табл. 1 - 3 представлены полученные нами результаты таких расчетов соответственно для следующих трех значений параметра r_0 в формуле (1): $r_0 = 1,2 \text{ Фм}$ [8], $r_0 = 0,45 \text{ Фм}$ [9] и $r_0 = 1 \text{ Фм}$ [10], т.е. для значений радиусов взаимодействия, равных 2,4, 0,9 и 2 Фм.

Таблица 1. Зависимость полных сечений взаимодействия гипертрионов с протонами от энергии отделения ε_Λ Λ -гиперона от ядра ${}^3_\Lambda\text{H}$ при $R = 2,4 \text{ Фм}$

Сечение, бн	ε_Λ , МэВ						
	0,001	0,01	0,05	0,08	0,13	0,18	0,25
σ_t^T	0,913	0,890	0,855	0,841	0,824	0,812	0,799
$\sigma_t^{T(1)}$	1,086	1,086	1,086	1,086	1,086	1,086	1,086
$\sigma_t^{T(2)}$	-0,177	-0,208	-0,256	-0,276	-0,299	-0,317	-0,335
$\sigma_t^{T(3)}$	0,004	0,012	0,026	0,031	0,038	0,043	0,048
σ_t^G	0,886	0,807	0,672	0,609	0,529	0,465	0,389
$\sigma_t^{G(1)}$	1,086	1,086	1,086	1,086	1,086	1,086	1,086
$\sigma_t^{G(2)}$	-0,210	-0,312	-0,486	-0,567	-0,670	-0,753	-0,850
$\sigma_t^{G(3)}$	0,011	0,034	0,072	0,090	0,113	0,132	0,154
σ_t^{GA}	0,445	0,432	0,411	0,401	0,388	0,378	0,366



Для большей наглядности на представленном рисунке изображены зависимости от ε_Λ точного полного сечения σ_t^T (сплошные кривые) и полных сечений в приближении Глаубера σ_t^G (штриховые кривые) и σ_t^{GA} (пунктирные кривые) для трех различных значений радиуса взаимодействия R . Естественно, что $\sigma_t^{T(1)} = \sigma_t^{G(1)} = \sigma_t^{GA(1)} = 6\pi R^2$, и сечения в импульсном приближении не зависят от энергии связи гипертритона ε_Λ , но зависят, согласно формуле (1), от

величины r_0 , и приведены $\sigma_i^{T(1)}$ и $\sigma_i^{G(1)}$ в трех таблицах, прежде всего, для сравнения с вкладами других слагаемых в полные сечения σ_i^T и σ_i^G . Однако видны существенные различия между $\sigma_i^{T(2)}$ и $\sigma_i^{G(2)}$ и особенно между $\sigma_i^{T(3)}$ и $\sigma_i^{G(3)}$, так что большая численная разница между всеми тремя полными сечениями σ_i^T, σ_i^G и σ_i^{GA} при одинаковых численных значениях соответствующих структурных параметров и параметров взаимодействия обусловлена только процессами многократного (дву- и трехкратного) рассеяния.

Таблица 2. То же, что и в табл. 1, но при $R = 0,9$ Фм

Сечение, бн	\mathcal{E}_Λ , МэВ						
	0,001	0,01	0,05	0,08	0,13	0,18	0,25
σ_i^T	0,145	0,144	0,143	0,142	0,141	0,141	0,1406
$\sigma_i^{T(1)}$	0,153	0,153	0,153	0,153	0,153	0,153	0,153
$\sigma_i^{T(2)}$	-0,008	-0,009	-0,010	-0,011	-0,012	-0,012	-0,013
$\sigma_i^{T(3)}$	0,00004	0,0001	0,0003	0,0004	0,0005	0,0005	0,0006
σ_i^G	0,144	0,142	0,139	0,138	0,136	0,134	0,133
$\sigma_i^{G(1)}$	0,153	0,153	0,153	0,153	0,153	0,153	0,153
$\sigma_i^{G(2)}$	-0,009	-0,011	-0,014	-0,016	-0,018	-0,019	-0,021
$\sigma_i^{G(3)}$	0,00007	0,0002	0,0005	0,0006	0,0007	0,0009	0,001
σ_i^{GA}	0,139	0,138	0,134	0,133	0,131	0,130	0,128

Таблица 3. То же, что и в табл. 1, но при $R = 2$ Фм

Сечение, бн	\mathcal{E}_Λ , МэВ						
	0,001	0,01	0,05	0,08	0,13	0,18	0,25
σ_i^T	0,652	0,639	0,619	0,611	0,601	0,593	0,585
$\sigma_i^{T(1)}$	0,754	0,754	0,754	0,754	0,754	0,754	0,754
$\sigma_i^{T(2)}$	-0,104	-0,120	-0,147	-0,158	-0,171	-0,181	-0,192
$\sigma_i^{T(3)}$	0,002	0,006	0,012	0,015	0,018	0,021	0,024
σ_i^G	0,639	0,599	0,531	0,500	0,460	0,427	0,389
$\sigma_i^{G(1)}$	0,754	0,754	0,754	0,754	0,754	0,754	0,754
$\sigma_i^{G(2)}$	-0,119	-0,168	-0,252	-0,291	-0,341	-0,381	-0,428
$\sigma_i^{G(3)}$	0,005	0,014	0,030	0,037	0,047	0,054	0,063
σ_i^{GA}	0,439	0,419	0,387	0,371	0,352	0,336	0,318

С изменением энергии связи гипертритона ε_Λ сечение Глаубера σ_t^G и отдельные вклады в него $\sigma_t^{G(2)}$ и $\sigma_t^{G(3)}$ меняются заметно сильнее, чем соответственно точное сечение σ_t^T и вклады в него $\sigma_t^{T(2)}$ и $\sigma_t^{T(3)}$. С уменьшением ε_Λ и параметра r_0 сечения σ_t^G и σ_t^{GA} становятся ближе по величине к σ_t^T , поскольку при этом параметры $\frac{R^2}{\langle r^2 \rangle}$ и $\frac{R^2}{\langle s^2 \rangle}$ также уменьшаются, т.е. приближение Глаубера улучшается.

Из табл. 1 - 3 и рисунка видно, что в численном отношении использование приближения Глаубера приводит к достаточно хорошим результатам при рассеянии гипертрионов на протонах лишь при довольно малых, по сравнению с оптимальными (но еще допустимых), значениях ε_Λ и r_0 . Однако уже при рассеянии гипертрионов даже на легчайших, но сложных ядрах приближением Глаубера можно воспользоваться только для качественных оценок сечений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Евланов М.В., Соколов А.М., Тартаковский В.К.* Теоретический анализ полного сечения гипертрионов с ядрами в трехкластерной дифракционной модели // ЯФ. - 1998. - Т. 61, № 12. - С. 2181 - 2187.
2. *Glauber R.J.* Cross sections in deuterium at high energies // Phys. Rev. - 1955. - Vol. 100, No. 1. - P. 242 - 248.
3. *Franco V., Glauber R.* High-energy deuteron cross sections // Phys. Rev. - 1966. - Vol. 142, No. 4. - P. 1195 - 1214.
4. *Ситенко А.Г.* Теория ядерных реакций. - М.: Энергоатомиздат, 1983.
5. *Juric M., Bohm G., Klabuhn J. et al.* A new determination of the binding-energy values of the light hypernuclei ($A \leq 15$) // Nucl. Phys. - 1973. - Vol. B52, No. 1. - P. 1 - 30.
6. *Avramenko S.A., Belikov Yu. A., Golokhvastov A. I. et al.* A hypernuclear program for the nuclotron accelerator // JINR Rapid Communications. - No. 5 [68]-94. - Dubna, 1994. - P. 14 - 20.
7. *Avramenko S.A., Belikov Yu. A., Golokhvastov A. I. et al.* A hypernuclear program for the nuclotron accelerator // Nucl. Phys. - 1995. - Vol. A585, No. 1, 2. - P. 91 - 95.
8. *Евланов М.В., Соколов А.М., Тартаковский В.К.* О взаимодействии гипертрионов с ядрами при средних и высоких энергиях // ЯФ. - 1997. - Т. 60, № 3. - С. 444 - 457.
9. *Тартаковский В.К., Хассан М.А., Доценко И.С.* О дифракционном взаимодействии адронов с малонуклонными ядрами. - Киев, 1977. - 41 с. - (Препр. / АН УССР. Ин-т теоретич. фізики; ИТФ-77-84Р).
10. *Федянин В.К.* Электромагнитная структура ядер и нуклонов. - М.: Высш. шк., 1967.

ВИКОРИСТАННЯ НАБЛИЖЕННЯ ГЛАУБЕРА ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ПОВНИХ ПЕРЕРІЗІВ ДИФРАКЦІЙНОЇ ВЗАЄМОДІЇ ГІПЕРТРИОНІВ З ПРОТОНАМИ

М. В. Євланов, О. М. Соколов, В. К. Тартаковський, В. В. Давидовський

Виконано точно й у наближенні Глаубера розрахунки повних перерізів дифракційної взаємодії гіпертрионів з протонами в трикластерній моделі, які показують, що це наближення задовільно лише при досить малих (у рамках експериментальних похибок) значеннях енергії зв'язку гіпертриона.

THE USE OF GLAUBER APPROXIMATION FOR CALCULATION OF TOTAL CROSS SECTIONS OF HYPERTRITON DIFFRACTIVE INTERACTION WITH PROTONS**M. V. Evlanov, A. M. Sokolov, V. K. Tartakovsky, V. V. Davydovsky**

The calculations of the total cross sections of hypertriton diffractive interaction with protons, carried out precisely and in the Glauber approximation in three cluster model show that this approximation is satisfactory only for rather small (within the limits of experimental errors) values of the hypertriton binding energy.

Поступила в редакцию 28.01.05,
после доработки – 29.04.05.