

## ОСОБЛИВОСТІ РОЗПАДУ ОБЕРТАЛЬНИХ СМУГ У СУПЕРДЕФОРМОВАНИХ ЯДРАХ

О. Я. Дзюблик, В. В. Утюж

*Інститут ядерних досліджень НАН України, Київ*

Знайдено квазікласичний розв'язок рівняння ядерного деформаційного руху в асиметричному потенціалі. Використовуючи тунелювання для енергій та хвильових функцій, було отримано формули, аналогічні тим, які було виведено раніше для двохсмугового змішування. Побудовано теорію розпаду супердеформованих обертальних смуг, заснованих на точних рівняннях для функції Гріна, де взято до уваги остаточну та електромагнітну взаємодію.

### Вступ

У середині минулого століття Струтинським [1] було показано, що потенціальна енергія, як функція параметра деформації  $\beta$ , має два мінімуми. Перший мінімум відповідає нормально деформованим ядрам ( $N$ ) із параметром деформації  $\beta_N \sim 0,2 - 0,3$ , а другий мінімум відповідає супердеформованим ядрам ( $SD$ ) з параметром деформації  $\beta_{SD} \sim 0,5 - 0,7$ . В основному стані ядра  $SD$  мінімум лежить набагато вище  $N$  мінімуму. З ростом спіну відбувається поступове підвищення першого мінімуму  $N$  і опускання другого  $SD$ . Це відбувається за рахунок того, що у виразі для ефективної потенціальної енергії ядра  $V_I(\beta)$  існує відцентровий бар'єр. У випадку аксіально-симетричних ядер, виходячи з рівняння Бора – Мотельсона, можна отримати для потенціальної енергії вираз

$$V_I(\beta) = V_0(\beta) + \frac{\hbar^2 I(I+1)}{6B\beta^2}, \quad (1)$$

де  $B$  – масовий параметр [2, 3]. Характерною рисою  $\gamma$ -спектрів  $I$  ядер є те, що для таких спектрів існує раптове падіння інтенсивності при деякому спіні  $I_{1/2}$  [4]. Цей факт був пояснений за допомогою статистичної моделі [5 - 7], основна ідея якої полягає в тому, що при спіні  $I_{1/2}$  рівень  $|s\rangle$ , що складається переважно з  $SD$  компоненти, лежить набагато вище, ніж рівень, який відповідає за основний стан ядра. Тому  $|s\rangle$  рівень знаходиться серед величезної кількості збуджених компаунд-станів  $|\alpha\rangle$ , що відповідають нормальній деформації ядра. Хвильова функція  $|s\rangle$  має хвіст у  $N$  ямі, де змішується з компаунд-станами  $|\alpha\rangle$  за допомогою залишкової взаємодії  $V'$ . Як наслідок, частина ядер переходить із  $SD$  стану в  $N$  стан. При спіні  $I_{1/2}$  імовірність того, що ядро перейде із  $SD$  стану в  $N$ , дорівнює  $F_N \sim 0,5$ . Це приводить до послаблення  $E2$  переходів усередині  $SD$  смуги та їх подальшого згасання.

Оцінку матричних елементів  $\langle \alpha | V' | s \rangle$  можна зробити, якщо ми знаємо амплітуду хвильової функції  $N$ , що змішується з  $SD$  станом. Іншими словами, нам треба одержати розв'язок рівняння Шредінгера з потенціалом  $V$ , який має два мінімуми.

У попередніх статтях [4 - 11, 14] вважалося, що тунелювання через бар'єр веде до експоненціального розпаду  $SD$  станів у  $N$  стани, де для ширини тунелювання використовували квазікласичну формулу

$$\Gamma_{tunn} = \hbar \omega, \quad \omega = (\omega_S / 2\pi) T, \quad (2)$$

де  $\omega_S$  - циклічна частота коливань в  $SD$  ямі, а  $T$  - коефіцієнт проникності бар'єра, який поділяє  $SD$  та  $N$  ями. Коефіцієнт проникності приблизно дорівнює

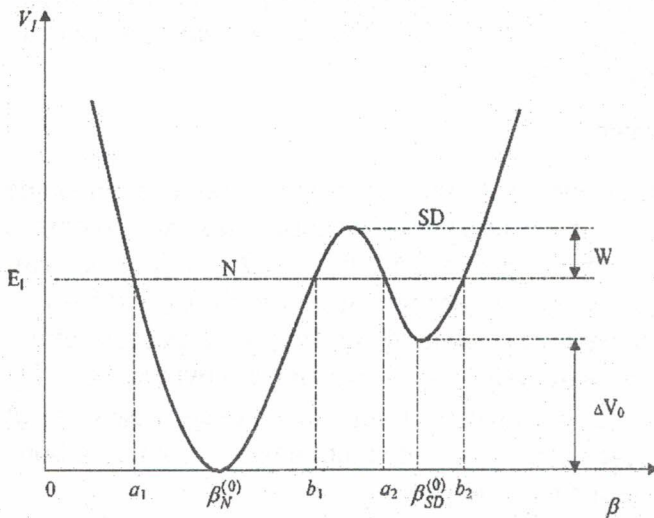
$$T \approx \exp(-2A), \quad (3)$$

де

$$A = \frac{1}{\hbar} \int_{b_1}^{a_2} d\beta |p(\beta)|, \quad (4)$$

$a_2$  та  $b_1$  - точки повороту (рисунок), а

$$p(\beta) = \sqrt{2B(E_I - V_I(\beta))}. \quad (5)$$



Вигляд потенціальної енергії із двома мінімумами при малих спінах як функція параметра деформації  $\beta$ .

Формули (3) і (4) було отримано для одновимірного випадку, коли плоска хвиля  $e^{ikx}$  із нескінченності падає на бар'єр. Використовуючи ВКБ обчислення [15, 16, 21], можна отримати хвилю  $Ce^{ikx}$ , яка проходить через бар'єр із проникністю  $T = |C|^2$ . Дані результати теорії розсіювання не можуть бути застосовані безпосередньо до зв'язаних станів, які локалізовані в потенціальній ямі. Тому у виразі (2) ймовірність переходу за одиницю часу визначається через  $T$  і так звану частоту биття частинки об стінку бар'єра  $\omega_s/2\pi$ . Приводом застосування цього коефіцієнта є те, що класична частинка, яка коливається із частотою  $\omega_s/2\pi$ , б'ється об стінку бар'єра  $\omega_s/2\pi$  раз за секунду [22].

У багатьох роботах [4 - 10, 14] було прийнято  $\Gamma_{lum} = \Gamma$ , де  $\Gamma$  - спредова ширина стану  $|s\rangle$ , яка визначається як

$$\Gamma = 2\pi |\langle \alpha | V' | s \rangle|^2 / D_N, \quad (6)$$

де  $D_N$  - середнє значення ширини між компаунд-станами  $|\alpha\rangle$ .

Але нам здається що це не зовсім так, і тому ми спробуємо це показати. Для цього зробимо прямі квазикласичні обчислення для зв'язаних станів у випадку асиметричного потенціалу з двома мінімумами.

### ВКБ розв'язок

Рівняння Бора - Моттельсона після відокремлення частини, яка відповідає за обертання, має вигляд [2, 3]

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2B} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + V_I(\beta) \right\} \varphi_I(\beta) = E_I \varphi_I(\beta). \quad (7)$$

Потенціальну енергію  $V_I(\beta)$  розглядаємо у вигляді двох асиметричних парабол. Використовуючи метод фазових інтегралів [16], розв'язки рівняння (7) можна подати у вигляді хвильових функцій, представлених через експоненти в областях  $\beta < a_1$ ,  $b_1 < \beta < a_2$  та  $\beta > b_2$  (див. рисунок) і через косинуси та синуси в областях  $a_1 < \beta < b_1$  та  $a_2 < \beta < b_2$ .

Якщо ввести позначення

$$\phi_1 = \frac{1}{\hbar} \int_{a_1}^{b_1} p d\beta, \quad \phi_2 = \frac{1}{\hbar} \int_{a_2}^{b_2} p d\beta \quad (8)$$

та зробити апроксимацію потенціалу між точками повороту в  $N$  та  $SD$  ямах ( $a_{1(2)} < \beta < b_{1(2)}$ ) параболою

$$V_I(\beta) \approx B\omega_{N(S)}^2 (\beta - \beta_{N(S)}^{(0)})^2 / 2, \quad (9)$$

отримаємо

$$\phi_1 = \frac{\pi E_I}{\hbar\omega_N}, \quad \phi_2 = \frac{\pi(E_I - \Delta V_0)}{\hbar\omega_S}, \quad (10)$$

де

$$\Delta V_0 = V_I(\beta_S^{(0)}) - V_I(\beta_N^{(0)}). \quad (11)$$

Зробивши зшивки в точках повороту  $a_{1(2)}$  та  $b_{1(2)}$ , використовуючи метод фазових інтегралів, можемо отримати вираз для хвильової функції в області  $a_2 < \beta < b_2$  (див. [22])

$$\varphi_I(\beta) = \frac{2c_N}{\sqrt{p}} \left\{ C_1 \cos\left(\frac{1}{\hbar} \int_{\beta}^{b_2} p d\beta - \frac{\pi}{4}\right) + C_2 \sin\left(\frac{1}{\hbar} \int_{\beta}^{b_2} p d\beta - \frac{\pi}{4}\right) \right\}, \quad (12)$$

де коефіцієнти визначаються як

$$C_1 = \left( \sin\phi_1 \cos\phi_2 e^{-A} + 4 \cos\phi_1 \sin\phi_2 e^A \right) / 2, \quad (13)$$

$$C_2 = \left( \sin\phi_1 \sin\phi_2 e^{-A} - 4 \cos\phi_1 \cos\phi_2 e^A \right) / 2.$$

Перший член у формулі (12) породжує під бар'єром експоненціально згасаючу функцію, тим часом другий член породжує експоненціально зростаючу функцію. Оскільки функція  $\varphi \rightarrow 0$  при  $\beta \rightarrow \infty$ , ми повинні ввести граничну умову  $C_2 = 0$ , яка є тотожною до

$$4 \operatorname{ctg}\phi_1 \operatorname{ctg}\phi_2 = \exp(-2A). \quad (14)$$

Як наслідок, хвильова функція біля критичної точки  $b_2$  стане

$$\varphi_I(\beta) = \frac{2c_S}{\sqrt{p}} \cos\left(\frac{1}{\hbar} \int_{\beta}^{b_2} p d\beta - \frac{\pi}{4}\right), \quad (15)$$

де

$$c_S = c_N (\sin\phi_1 / 2 \cos\phi_2) e^{-A}. \quad (16)$$

### Енергії та хвильові функції

Оскільки бар'єр має малу проникність, тобто  $\exp(-2A) \ll 1$ , то гранична умова (14) виконується, коли

$$\phi_1 \approx (n_1 + 1/2)\pi \quad (17)$$

та/або

$$\phi_2 \approx (n_2 + 1/2)\pi, \quad (18)$$

де  $n_i = 0, 1, 2, \dots$

Точні рівності (17) і (18) є відомими умовами Бора - Зомерфельда для зв'язаної частинки в одній із потенціальних ям при відсутності тунелювання ( $A = \infty$ ). Поєднуючи їх з умовами (10), ми отримаємо енергії рівнів гармонічного осцилятора в  $N$  та  $SD$  ямах:

$$\epsilon_1 = \hbar\omega_N(n_1 + 1/2), \quad \epsilon_2 = \Delta V_0 + \hbar\omega_S(n_2 + 1/2). \quad (19)$$

Якщо зробити так, щоб умови (17) і (18) задовольнялись одночасно, тобто рівень з  $n_1$  фонових в  $N$  ямі "резонував" із рівнем  $n_2$  у  $SD$  ямі, то тоді можна зробити заміну  $\text{ctg}\phi_i$  у виразі (14) на  $-\Delta\phi_i = -(\phi_i - (n_i + 1/2)\pi)$  [22].

Використовуючи позначення

$$n = \{n_1, n_2\}, \quad \omega_0^2 = \omega_N\omega_S, \quad \nu = (\hbar\omega_0/2\pi)\exp(-A), \quad (20)$$

прийдемо до квадратичного рівняння

$$E^2 - (\epsilon_1 + \epsilon_2)E + \epsilon_1\epsilon_2 - \nu^2 = 0, \quad (21)$$

яке дає нам енергії

$$E_{l,n}^{(\pm)} = \bar{\epsilon} \pm (1/2)\sqrt{(\Delta\epsilon)^2 + 4\nu^2}, \quad (22)$$

де

$$\Delta\epsilon = \epsilon_1 - \epsilon_2, \quad \bar{\epsilon} = (\epsilon_1 + \epsilon_2)/2. \quad (23)$$

Тунелювання приведе до відштовхування незбурених рівнів

$$\Delta E_{l,n} = E_{l,n}^{(+)} - E_{l,n}^{(-)} = \sqrt{(\Delta\epsilon)^2 + 4\nu^2}. \quad (24)$$

У симетричному випадку, коли  $\Delta\epsilon = 0$ , вираз спрощується до добре знайомого розщеплення  $\Delta E_{l,n} = 2\nu$  [15, 16].

Якщо ввести функції  $|N\rangle$  та  $|SD\rangle$  як

$$c_N|N\rangle = \begin{cases} \varphi_m(\beta), & 0 < \beta \leq \beta_B^{(0)}, \\ 0, & \beta > \beta_B^{(0)}, \end{cases} \quad (25)$$

$$c_S|SD\rangle = \begin{cases} 0, & 0 < \beta < \beta_B^{(0)}, \\ \varphi_m(\beta), & \beta \geq \beta_B^{(0)}, \end{cases} \quad (26)$$

то тоді хвильова функція перезапишеться як

$$\varphi_m(\beta) = c_N|N\rangle + c_S|SD\rangle. \quad (27)$$

Компоненти  $c_N|N\rangle$  та  $c_S|SD\rangle$  усередині відповідної ями можна визначити аналогічно до [22]. У резонансному випадку вони апроксимуються осциляторними функціями

$$|N\rangle \approx \psi_{n_1}(\xi_1), \quad |SD\rangle \approx \psi_{n_2}(\xi_2), \quad (28)$$

які залежать від безрозмірних координат

$$\xi_{1(2)} = (\hbar/B\omega_{N(S)})^{-1/2} (\beta - \beta_{N(S)}^{(0)}). \quad (29)$$

Використовуючи визначення (25) і (26), можна побачити, що осциляторні функції повинні мати точку розриву в точці  $\beta_B^{(0)}$ . Це означає, що в них немає перекриття. Оскільки  $\pi|\Delta\epsilon| \ll \hbar\omega_0$ , то відношення амплітуд (16) зводиться до

$$(c_N/c_S)_{\pm} = f(E_{l,n}^{(\pm)} - \epsilon_2)/\nu, \quad f = (-1)^{n_1+n_2+1} (\omega_N/\omega_S)^{1/2}. \quad (30)$$

У симетричному випадку, коли  $\Delta V_0 = 0$  і  $\omega_N = \omega_S$ , використовуючи вирази (22) і (30), отримаємо схожий результат до загальновідомого [15]

$$\varphi_n^{(\pm)} \approx (1/\sqrt{2}) (\psi_n(\xi_1) \mp \psi_n(\xi_2)). \quad (31)$$

Якщо в нас немає резонансу, лише одна з умов (17) і (18) може бути реалізована. Тоді ядро розташоване головним чином в одній із ям  $N$  або  $SD$  і відповідні хвильові функції можуть бути точно визначені за допомогою індексів  $n$  або  $s$ . Їх амплітуди є

$$c_S^{(s)} \approx 1, \quad c_N^{(s)} \approx (-1)^{n_1+n_2} \frac{1}{2 \sin \alpha_N} e^{-A} \ll 1 \quad (32)$$

для  $s$  стану та

$$c_N^{(n)} \approx 1, \quad c_S^{(n)} \approx (-1)^{n_1+n_2+1} \frac{1}{2 \sin \alpha_S} e^{-A} \ll 1 \quad (33)$$

для  $n$  стану. Відповідні енергії дорівнюють

$$E^{(s)} \equiv E^{(-)} = \epsilon_2 - \frac{\hbar\omega_S}{4\pi} e^{-2A} \operatorname{ctg} \alpha_N, \\ E^{(n)} \equiv E^{(+)} = \epsilon_1 + \frac{\hbar\omega_N}{4\pi} e^{-2A} \operatorname{ctg} \alpha_S. \quad (34)$$

У районі переходу

$$2\nu \ll |\Delta\epsilon| \ll \hbar\omega_{N(S)}/\pi \quad (35)$$

розв'язки рівнянь (22) та (34) співпадають:

$$E^{(+)} \approx \epsilon_1 + \nu^2 / \Delta\epsilon, \quad E^{(-)} \approx \epsilon_2 - \nu^2 / \Delta\epsilon. \quad (36)$$

У цьому випадку амплітуди будуть дорівнювати

$$c_S^{(s)} \approx 1, \quad c_N^{(s)} \approx (-1)^{n_1+n_2} \sqrt{\frac{\omega_N}{\omega_S}} \frac{\nu}{\Delta\epsilon} \quad (37)$$

та

$$c_N^{(n)} \approx 1, \quad c_S^{(n)} \approx (-1)^{n_1+n_2+1} \sqrt{\frac{\omega_S}{\omega_N}} \frac{\nu}{\Delta\epsilon}. \quad (38)$$

### Змішування $SD$ станів із компаунд-станами в нормальній ямі

Розглянемо змішування станів  $|s\rangle$  та  $|\alpha\rangle$ , беручи до уваги одночасно змішування та взаємодію з полем. Запишемо гамільтоніан системи (ядро + електромагнітне поле) як

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}, \quad \hat{H}_0 = \hat{H}_n + \hat{H}_{rad}, \quad \hat{V} = \hat{V}_\gamma + \hat{V}', \quad (39)$$

де через  $\hat{H}_n$  та  $\hat{H}_{rad}$  позначимо гамільтоніани ядра та електромагнітного поля відповідно.  $\hat{V}$  це оператор збурення, який включає взаємодію  $\hat{V}_\gamma$  ядра з полем та остаточну взаємодію нуклонів  $\hat{V}'$ .

Стани системи із близькими за значенням енергіями описуються функціями  $|a\rangle$ , які є результатом взаємодії хвильових функцій  $|s\rangle$  або  $|\alpha\rangle$  із функцією вакууму  $|0\rangle$  електромагнітного поля. Функції кінцевих станів  $|b\rangle$  є результатом взаємодії функцій ядра в нижчому  $SD$  стані та полем з одним  $\gamma$ -квантом або ядра в  $N$  стані та полем з  $E1$  або  $E2$  фотонами. Функції  $|a\rangle$  та  $|b\rangle$  є власними функціями незбуреного гамільтоніану  $H_0$  із відповідними власними значеннями  $E_a$  та  $E_b$ .

Нехай у початковий момент часу  $t = 0$  система описується хвильовою функцією  $\Psi_a(0) = |s\rangle|0\rangle$ . Тоді в будь-який інший момент часу  $t \geq 0$  хвильова функція буде визначена як [25]

$$\Psi(t) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \exp(-i\varepsilon t / \hbar) \hat{G}^+(\varepsilon) \Psi_a(0), \quad (40)$$

де оператор Гріна зв'язаний із повним гамільтоніаном як

$$\hat{G}^+(\varepsilon) = \hat{G}(\varepsilon + i\eta) = (\varepsilon + i\eta - \hat{H})^{-1} \quad (41)$$

з  $\eta \rightarrow +0$ .

Імовірність знайти систему в момент часу  $t$  в одному зі станів  $|b\rangle$  або  $|a\rangle$  дається в [26] як

$$P_{b(a)}(t) = |Q_{b(a)}(t)|^2, \quad (42)$$

де

$$Q_{b(a)}(t) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \exp(-i\varepsilon t / \hbar) \langle b(a') | \hat{G}^+(\varepsilon) | a \rangle. \quad (43)$$

Матриця Гріна  $G_{ba}^+$  належить до матриці Гріна  $G_{a'a}^+$  як

$$G_{ba}^+(\varepsilon) = (\varepsilon - E_b)^{-1} \sum_{a'} V_{ba'} G_{a'a}^+(\varepsilon). \quad (44)$$

Повна система алгебраїчних рівнянь для матриці  $G_{aa}^+$  є [25]

$$\sum_{a''} \{ (\varepsilon + i\eta - E_a) \delta_{aa''} - R_{aa''}^+(\varepsilon) \} G_{a''a}^+(\varepsilon) = \delta_{aa'}, \quad (45)$$

де матриця  $R$  – це

$$R_{aa'}^+(\varepsilon) \approx V_{aa'} + \sum_{b \neq a} \frac{V_{ab} V_{ba'}}{\varepsilon + i\eta - E_b}. \quad (46)$$

Позначаємо радіаційну ширину станів  $|SD\rangle$  та  $|s\rangle$  як  $\Gamma_S$  та  $\Gamma_s$  відповідно. Беремо до уваги, що  $\Gamma_s \approx \Gamma_S$ , оскільки  $c_N \approx 0$ . Крім того, вважаємо, що радіаційна ширина всіх компаунд-станів дорівнює  $\Gamma_N$ , а матричні елементи залишкової взаємодії не залежать від  $\alpha$ . У такому разі отримаємо

$$R_{ss}^+ = -i\Gamma_S/2, \quad R_{\alpha\alpha}^+ = -i\Gamma_N/2, \quad R_{s\alpha}^+ = \langle s|V'|\alpha\rangle \equiv \nu'. \quad (47)$$

Тут  $|s\rangle \equiv |a\rangle$ ,  $|\alpha\rangle \equiv |a' \neq a\rangle$ . Підставимо (47) у (45) та отримаємо рівняння

$$\begin{aligned} (\varepsilon - E_s + i\Gamma_S/2)G_{ss}^+(\varepsilon) - \nu' \sum_{\alpha=1}^N G_{\alpha s}^+(\varepsilon) &= 1, \\ -\nu' G_{ss}^+(\varepsilon) + (\varepsilon - E_\alpha + i\Gamma_N/2)G_{\alpha s}^+(\varepsilon) &= 0, \end{aligned} \quad (48)$$

розв'язком яких буде

$$\begin{aligned} G_{\alpha s}^+(\varepsilon) &= \frac{\nu'}{\varepsilon - E_\alpha + i\Gamma_N/2} G_{ss}^+(\varepsilon), \\ G_{ss}^+(\varepsilon) &= \left\{ \varepsilon - E_s + i\frac{\Gamma_S}{2} - \sum_{\alpha=1}^N \frac{\nu'^2}{\varepsilon - E_\alpha + i\Gamma_N/2} \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (49)$$

Нехай у час  $t \rightarrow \infty$  кінцевий стан  $|b\rangle$  описує ядро в  $SD$  стані та  $\gamma$ -квант з енергією  $E$ . Сумуючи відповідні ймовірності  $P_b(\infty)$  по всім можливим станам випромінених фотонів, отримаємо ймовірність знаходження ядра в  $SD$  пакеті:

$$F_{SD} = \frac{\Gamma_S}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dE |G_{ss}^+(E)|^2. \quad (50)$$

Відповідно ймовірність того, що ядро отримає нормальну форму після розпаду, буде  $F_N = 1 - F_{SD}$ .

Використовуючи [27], будемо вважати, що рівні  $|\alpha\rangle$  утворюють нескінченний еквідистантний спектр з енергіями  $E_\alpha = E_0 + \alpha D_N$ , де  $\alpha = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . Тоді при малих  $D_N$  можемо перейти в рівнянні (49) від сумування до інтегрування:

$$\sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \frac{D_N}{\varepsilon - E_\alpha + i\Gamma_N/2} \rightarrow - \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon' \frac{1}{\varepsilon' - \varepsilon - i\Gamma_N/2} = \pi i. \quad (51)$$

Як результат, матричний елемент  $G_{ss}^+$  прийме форму

$$G_{ss}^+(\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon - E_s + i(\Gamma + \Gamma_S)/2} \quad (52)$$

зі спредовою шириною  $\Gamma$ , яку було введено у формулу (6). Лише в такій ситуації ймовірність знайти ядро в початковому стані визначається експоненціальним законом розпаду  $P_s(t) = \exp(-(\Gamma_S + \Gamma)t/\hbar)$ .

Підставляючи формулу (52) у (50) для квазінеперервного спектра компаунд-станів, отримаємо

$$F_{SD} = \Gamma_S / (\Gamma_S + \Gamma). \quad (53)$$

Інше спрощення функції Гріна може відбуватись у випадку, коли виконуються умови (див. [28])

$$\Gamma_N \gg \Gamma_s, \quad \nu' \ll \sqrt{\Delta^2 + (\Gamma_N/2)^2}. \quad (54)$$

Для ширини розпаду  $\Gamma^\downarrow$  брали вираз

$$\Gamma^\downarrow = \frac{g\nu'^2}{\xi_-^2 + \sin^2(\pi\Delta/D_N)}, \quad (55)$$

де використовуються такі позначення:

$$g = 2\pi\xi_+\xi_-/D_N, \quad (56)$$

$$\xi_\pm = \frac{1}{2}[\exp(\pi\Gamma_N/2D_N) \pm \exp(-\pi\Gamma_N/2D_N)].$$

У багатьох випадках  $\Gamma_N \ll D_N$ . Після такого наближення формула (55) переписеться як

$$\Gamma^\downarrow = \frac{\nu'^2 \Gamma_N}{(\Gamma_N/2)^2 + (D_N/\pi)^2 \sin^2(\pi\Delta/D_N)}. \quad (57)$$

Зауважимо, що ширина розпаду збігається зі спредовою шириною лише за умови  $\Gamma_N \gg D_N$ . Дуже часто ймовірності  $F_s$  та  $F_N$  усереднюються по деякому розподілу різниці енергії  $\Delta$  [6]. Для рівномірного розподілу по  $\Delta$  середнє значення  $F_N(\Delta)$  буде

$$\bar{F}_N = \frac{1}{D_N} \int_{-D_N/2}^{D_N/2} F_N(\Delta) d\Delta. \quad (58)$$

У випадку  $\Gamma_N \ll D_N/\pi$  рівняння (58) може бути скорочено до

$$\bar{F}_N \approx \frac{\nu'^2}{\sqrt{[\Gamma_N\Gamma_s/4 + \nu'^2][(D_N/\pi)^2(\Gamma_s/\Gamma_N) + \nu'^2]}}. \quad (59)$$

За допомогою цього виразу можемо знайти силу спарювання  $\nu'$ , яка допоможе потім нам знайти  $\bar{\nu}'$  [28]

$$\bar{\nu}' \approx \frac{D_N}{\pi} \sqrt{\frac{\Gamma_s}{\Gamma_N} \left( \frac{\bar{F}_N^2}{1 - \bar{F}_N^2} \right)}. \quad (60)$$

Тоді, використовуючи таку оцінку з позначенням (6), перепишемо формулу (59) як

$$\bar{F}_N = \sqrt{\frac{\Gamma\Gamma_N}{D_N\Gamma_s} \left( \frac{2}{\pi} + \frac{\Gamma\Gamma_N}{D_N\Gamma_s} \right)^{-1/2}}. \quad (61)$$

У дійсності різниця енергії  $\Delta$  приймає деякі певні значення у межах між  $-D_N/2$  та  $D_N/2$  (див. [13]). Тому  $\nu'$  може змінюватись в інтервалі

$$\nu'_{\min} = \frac{1}{2} \sqrt{F_N/(1-F_N)} \sqrt{\Gamma_s\Gamma_N},$$



$$v'_{\max} = v'_{\min} (2D_N / \pi\Gamma_N), \quad (62)$$

де  $v'_{\min}$  та  $v'_{\max}$  були отримані, коли ми використовували  $\Delta = 0$  та  $|\Delta| = D_N/2$  відповідно.

Використовуючи експериментальні дані для  $F_s$  та параметри  $\Gamma_N$ ,  $\Gamma_S$  та  $D_N$ , отримані у [13, 29 - 30], ми порахували дію  $A$  з відповідною висотою бар'єра  $W_I$ , а також за допомогою формули (59) знайшли  $\bar{v}'$ . При розрахунках використовували припущення  $\langle \alpha | V' | s \rangle \sim 1$  Мев та  $\hbar\omega_0 = \hbar\omega_B = 0,6$  Мев. Отримані результати подано в таблиці.

### Параметри, що характеризують розпад ядра в масовому діапазоні $\sim 190$

Ядро	I, $\hbar$	$F_s$ , меВ	$\Gamma_s$ , меВ	$\Gamma_N$ , меВ	$D_N$ , еВ	$\bar{v}'$ , еВ	$v'_{\min}$ , меВ	$v'_{\max}$ , еВ	$\bar{W}$ , МеВ	$W_{\min}$ , МеВ	$W_{\max}$ , МеВ
$^{194}\text{Hg}-1$	$12^+$	0,58	0,097	4,8	16,3	0,34	0,29	0,63	2,71	2,59	4,06
$^{194}\text{Hg}-1$	$10^+$	0,09	0,039	4,1	26,2	1,77	2,01	8,18	2,39	2,10	3,69
$^{194}\text{Hg}-3$	$15^+$	0,90	0,230	4,0	26,5	0,20	0,16	0,68	2,81	2,57	4,17
$^{194}\text{Hg}-3$	$13^+$	0,84	0,110	4,5	19,9	0,32	0,15	0,43	2,74	2,66	4,18
$^{194}\text{Hg}-3$	$11^+$	<0,07	0,048	6,4	7,2	0,41	1,02	0,72	2,78	2,57	3,83
$^{194}\text{Pb}-1$	$8^+$	0,62	0,014	0,50	2200	64,12	0,01	95,79	1,73	1,62	4,46
$^{194}\text{Pb}-1$	$6^+$	<0,09	0,003	0,65	1400	66,45	0,04	106,21	1,74	1,63	4,33

### Висновки

Було отримано квазікласичний розв'язок деформаційного руху ядра з потенціалом, який має два мінімуми. Цікавим є той факт, що вираз (22) для енергій  $E^{(\pm)}$  збігається з добре відомими формулами для двох рівнів, які взаємодіють між собою [15]. У випадку двох рівнів, коли стан  $|s\rangle$  зміщується лише з одиничним станом у нормальній ямі, наші загальні формули (49) та (50) приведуть нас до результату, отриманому в [13].

Також нами розглянуто одночасно як радіаційний розпад  $SD$  та  $N$  рівнів, так і їх зміщення завдяки точним рівнянням (43) і (44) для функції Гріна. У загальному випадку їхній розв'язок буде дуже громіздкий і розпад  $SD$  рівня є неекспонентний завдяки Рабі осциляції між  $SD$  рівнем та  $N$  станами. Як було показано у [27], спредова ширина  $\Gamma$  може бути впроваджена лише у випадку так званого сильного спарювання, коли  $v' \gg D_N$ , і, відповідно,  $SD$  рівень взаємодіє з великою кількістю рівнів у нормальній ямі. Але у випадку ядер з масовим числом біля 190 реалізується інша гранична умова – так зване слабе спарювання, коли  $v' \ll D_N$ . У цьому випадку ми вже не можемо використовувати силову функцію [27], яка характеризує ширину  $\Gamma$ , тобто  $\Gamma$  втрачає фізичний зміст. Проте ми можемо застосовувати замість  $\Gamma$  ширину розпаду  $\Gamma^\downarrow$ , якщо виконуються умови  $\Gamma_N \gg \Gamma_s, \Gamma^\downarrow$ . Вираз (57) для  $\Gamma^\downarrow$  подібний до виразу, отриманому в [13] у випадку, коли  $|\Delta| \ll D_N$  та є взаємодія лише з одним рівнем у нормальній ямі.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Strutinsky V. M.* // Nucl. Phys. A. - 1967. - Vol. 95. - P. 420.
2. *Бор А., Моттельсон Б.* Теория ядра. Т. 2. - М.: Мир, 1975.
3. *Давыдов А. С.* Возбужденные состояния атомных ядер. - М: Атомиздат, 1967.
4. *Khoo T. L., Lauritsen T., Ahmad I. et al.* // Nucl. Phys. A. - 1993. - Vol. 557. - P. 83с.
5. *Schiffner K., Herskind B., J. Gascon J.* // Z. Phys. A. - 1989. - Vol. 332. - P. 17.
6. *Vigezzi E., Broglia R. A., Dóssing T.* // Phys. Lett. B. - 1990. - Vol. 249. - P. 163.
7. *Vigezzi E., Broglia R. A., Dóssing T.* // Nucl. Phys. A. - 1990. - Vol. 520. - P. 179с.
8. *Bjérnholm S., Lynn J. E.* // Rev. Mod. Phys. - 1980. - Vol. 52. - P. 725.

9. Shimizu Y. R., Vigezzi E., Dossing T., Broglia R. A. // Nucl. Phys. A. - 1993. - Vol. 557. - P. 99c.
10. Bazzacco D. // Nucl. Phys. A. - 1995. - Vol. 583. - P. 191.
11. Weidenmüller H. A., Brentano P., Barrett B. R. // Phys. Rev. Lett. - 1998. - Vol. 81. - P. 3603.
12. Åberg S. // Phys. Rev. Lett. - 1999. - Vol. 82. - P. 299.
13. Stafford C. A., Barrett B. R. // Phys. Rev. C. - 1999. - Vol. 60. - P. 051305.
14. Shimizu Y. R., Matsuo M., Yoshida K. // Nucl. Phys. A. - 2001. - Vol. 682. - P. 464c.
15. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. - М: Наука, 1974.
16. Heading J. An introduction to phase-integral methods. - NY: J. Wiley, 1962.
17. Feynman R. P., Leighton R. B., Sands M. The Feynman lectures in physics, Vol. 3. - Massachusetts-Palo Alto-London: Addison-Wesley publishing company, inc., reading, 1965.
18. Denisov V. Yu., Dzyublik A. Ya. // Nucl. Phys. A. - 1995. - Vol. 589. - P. 17.
19. Lynn J. E. // Harwell Report AERE-R. - 1968. - P. 5891.
20. Gai E. V., Ignatyuk A. V., Rabotnov N. S., Smirenkin G. N. // Physics and Chemistry of Fission, IAEA, Vienna. - 1967. - P. 337.
21. Бом Д. Квантовая теория. - М.: Наука, 1965.
22. Дзюблик А. Я. // ЯФ - 2003. - Т. 66, №4. - С. 1.
23. Кобзарев И. Ю., Николаев Н.Н., Окунь Л.Б. // ЯФ. - 1969. - Т. 10. - С. 864.
24. Dzyublik A. Ya. // Phys. Stat. Sol.(b) - 1981. - Vol. 104. - P. 81.
25. Дзюблик А. Я. // Теор. мат. физ. - 1991. - Т. 87. - С. 86.
26. Goldberger M. L., Watson K. M. Collision theory. - NY: J. Wiley 1964.
27. Бор А., Моммельсон Б. Теория ядра. Т. 1. - М: Мир, 1975.
28. Dzyublik A. Ya., Utyuzh V.V. // Phys. Rev. C. - 2003. - Vol. 68. - P. 024311.
29. Krücken, Dewald A., Brentano P., Weidenmüller H.A. // Phys. Rev. C. - 2001. - Vol. 64. - P. 064316.
30. Lauritsen T. et al. // Phys. Rev. Lett. - 2002. - Vol. 88. - P. 042501.

### ОСОБЕННОСТИ РАСПАДА ВРАЩАТЕЛЬНЫХ ПОЛОС В СУПЕРДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ

А. Я. Дзюблик, В. В. Утюж

Найдено квазиклассическое решение для уравнения ядерного деформационного движения в асимметрическом потенциале. Используя туннелирование для энергий и волновых функций, получены формулы, аналогичные формулам, которые были выведены раньше для смешивания двух полос. Построена теория распада супердеформированных вращательных полос, основанных на точных уравнениях для функции Грина, где принято во внимание остаточное и электромагнитное взаимодействие.

### PECULIARITIES OF THE DECAY OF ROTATIONAL BANDS IN SUPERDEFORMED NUCLEI

A. Ya. Dzyublik, V. V. Utyuzh

The equation for the nuclear deformational motion in asymmetric potential with two minima is quasi-classically solved. Taking into account the tunneling, we obtained formulas for the energies and wave functions similar to those which were previously derived for the two-band mixing. We have created a theory for the decay out of superdeformed rotational levels based on the exact equations for Green's functions, where both the residual and electromagnetic interactions are treated on equal footing.

Надійшла до редакції 01.02.05,  
після доопрацювання – 08.06.05.