

**УЛЬТРАТЯЖЕЛЫЕ ЯДРА: ОБОЛОЧЕЧНЫЕ ПОПРАВКИ, МАГИЧЕСКИЕ ЧИСЛА, БАРЬЕРЫ ДЕЛЕНИЯ И ПЕРИОДЫ АЛЬФА-РАСПАДА****В. Ю. Денисов***Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев**Памяти учителя В. М. Струтинского*

Рассчитаны протонные и нейтронные оболочечные поправки для ядер с числом протонов  $76 \leq Z \leq 400$  вдоль линии бета-стабильности, описываемой формулой Грина. Определены магические числа протонов и нейтронов для ультратяжелых ядер. Оценены периоды альфа-распада и барьеры деления ультратяжелых дважды магических ядер.

**Введение**

Магические числа, соответствующие заполнению ядерных оболочек одночастичных уровней, известны с середины прошлого века и играют важнейшую роль в ядерной физике [1 - 4]. Ядра, имеющие магические числа нуклонов, имеют большую стабильность, энергию связи и распространенность по сравнению с соседними ядрами [1 - 4]. Энергии отделения одного и двух нуклонов, энергии альфа- и бета-переходов, парные энергии, энергии возбуждения низколежащих вибрационных состояний испытывают скачок при пересечении магического числа [1 - 4].

Магические числа  $Z = 82$  и  $N = 126$  являются наибольшими эмпирически подтвержденными к настоящему времени магическими числами для протонов и нейтронов соответственно. Однако при плотностях вещества, приближающихся к ядерным, в нейтронных звездах происходит переход от ядер, нейтронных капель, нейтронов и протонов к сливающимся и распадающимся тяжелым ядрам [5, 6], которые при увеличении плотности трансформируются в более сложное состояние ядерной материи [5 - 7]. Следовательно, в нейтронных звездах возможно образование очень тяжелых ядер. Существование нейтронно-избыточных ядер с числом нейтронов порядка  $10^3 - 10^5$  и с сверхзаряженных ядер с числом протонов порядка 1600 обсуждается в [6]. Было бы интересно найти магические числа в ультратяжелых ядрах с числом нуклонов  $300 \leq A \leq 1200$ . Относительный выход ультратяжелых ядер с магическим числом нуклонов в нейтронных звездах был бы повышен из-за их большей стабильности. Результаты работы [8] также стимулируют интерес к исследованию магических чисел для ультратяжелой области ядер.

Ядра с эмпирически известными магическими числами нуклонов ( $Z = 8, 20, 28, 50, 82$ ,  $N = 8, 20, 28, 50, 82, 126$ ) имеют сферическую форму [1 - 4]. Магические числа соответствуют заполнению нуклонных оболочек в ядрах и уменьшению плотности одночастичных уровней в области энергии Ферми [1 - 4, 9 - 12]. Оболочечная поправка имеет глубокий локальный минимум в области магического числа [4, 9 - 14]. Такие глубокие локальные минимумы возможны как в сферических, так и в деформированных ядрах. Однако амплитуды оболочечных поправок имеют большее значение в случае сферических ядер, чем в деформированных. Такое поведение величины оболочечной поправки связано с более высокой симметрией ядерного потенциала в сферических ядрах, что приводит к вырождению одночастичных уровней нуклонов и уменьшению плотности уровней в области энергии Ферми [10]. Поэтому будем исследовать оболочечные поправки в ядрах сферической формы. Следовательно, вычисляя оболочечные поправки для сферических форм ядер с различным количеством протонов и нейтронов, можно по положению глубоких локальных минимумов в протонных и нейтронных оболочечных поправках определить магические числа.

## Расчет оболочечных поправок

На рис. 1 приведены результаты расчетов протонной  $\delta_p$ , нейтронной  $\delta_N$  и суммарной  $\delta_p + \delta_N$  оболочечных поправок для четно-четных сферических ядер с числом протонов  $76 \leq Z \leq 400$  вдоль линии бета-стабильности, аппроксимируемой формулой Грина [15]. Из формулы Грина следует, что ядро с  $Z$  протонами и  $N_{\text{Green}}(Z) = (2/3)Z + (5/3)(10000 + 40Z + Z^2)^{1/2} - 500/3$  нейтронами соответствует долине бета-стабильности [15]. Формула Грина хорошо описывает линию бета-стабильности, связанную с определенным соотношением между числами протонов и нейтронов, для известных к настоящему времени ядер. Предположим, что соотношение между числом протонов и нейтронов в бета-стабильных ядрах, описываемое формулой Грина, справедливо и в случае более тяжелых ядер. На рисунке приведены результаты расчетов оболочечных поправок для ядер с четным числом протонов  $Z$  в диапазоне от 76 до 400 и с четным числом нейтронов  $N$  в пределах между  $N_{\text{Green}} - 10 \leq N \leq N_{\text{Green}} + 10$ , где  $N_{\text{Green}}$  - ближайшее четное число к  $N_{\text{Green}}(Z)$ . При этом числа нейтронов и нуклонов в ядрах варьировались в пределах  $102 \leq N \leq 820$  и  $178 \leq A \leq 1218$  соответственно.

Расчет энергий одночастичных уровней нуклонов выполнен для нуклонного среднего поля в виде потенциала Вудса - Саксона с учетом спин-орбитального и кулоновского взаимодействий [2 - 4, 11, 16]. Нами использован «универсальный» набор параметров потенциала Вудса - Саксона [16]. Этот набор параметров хорошо описывает спектр одночастичных уровней легких, средних, тяжелых и супертяжелых сферических и деформированных ядер и был успешно применен для расчетов различных характеристик ядер [14, 16, 17]. Остаточное парное взаимодействие нуклонов учитывалось в приближении Липкина - Ногами [13, 18] с константой взаимодействия  $\tau_{\text{mic}} = 3,30$  фм [13]. Для расчета оболочечной поправки использован базис осцилляторных волновых функций из нижайших 35 оболочек аксиально-деформированного гармонического осциллятора и были учтены нижайшие 2330 одночастичных уровней. Степень корректировочного полинома [4, 9, 11] при вычислении оболочечной поправки была равна 6. Такой выбор степени корректировочного полинома является стандартным для расчетов оболочечных поправок для средних, тяжелых и супертяжелых ядер [4, 11]. Расчет энергий одночастичных уровней нуклонов выполнен с помощью программы WSBETA [16], которая модернизирована для учета большего числа как оболочек, так и уровней.

Из рис. 1 следует, что протонные оболочечные поправки имеют глубокие локальные минимумы при  $Z = 82$ ,  $Z = 114$  и  $Z = 164$ , а нейтронные оболочечные поправки имеют глубокие локальные минимумы при  $N = 126$ ,  $N = 184$  и  $N = 228$ . Отметим, что  $Z = 82$ ,  $Z = 114$ ,  $Z = 164$  и  $N = 126$ ,  $N = 184$ ,  $N = 228$  являются или предполагаются магическими числами [4]. Так, эмпирически известные магические числа  $Z = 82$  и  $N = 126$  соответствуют дважды магическому сферическому ядру  $^{208}\text{Pb}_{126}$ . Величины оболочечных поправок, найденные нами для дважды магических ядер  $^{208}\text{Pb}_{126}$  и  $^{298}114_{184}$  хорошо согласуются с рассчитанными в [13, 14]. Следовательно, наши расчеты описывают известные результаты и позволяют провести экстраполяцию в область более тяжелых ядер.

Протонные оболочечные поправки имеют три глубоких локальных минимума в области  $164 < Z \leq 400$  (см. рис. 1). Следовательно, магическими числами протонов для области  $164 < Z \leq 400$  являются  $Z = 210$ ,  $274$  и  $354$ . Аналогично, анализируя глубокие локальные минимумы у зависимости нейтронных оболочечных поправок от числа нейтронов на рис. 1, можно сделать вывод о том, что магическими числами нейтронов в области  $228 < N \leq 820$  являются  $N = 308$ ,  $406$ ,  $524$ ,  $644$  и  $772$ .

Среди ядер, для которых нами был сделан расчет оболочечных поправок и которые близки к линии бета-стабильности, описываемой формулой Грина, дважды магическими являются  $^{208}\text{Pb}_{126}$ ,  $^{298}114_{184}$ ,  $^{472}164_{308}$ ,  $^{616}210_{406}$  и  $^{798}274_{524}$ . На рис. 1 вблизи этих дважды магических ядер наблюдаются глубокие локальные минимумы суммарной  $\delta_p + \delta_N$  оболочечной поправки. Однако более тяжелые дважды магические ядра  $^{998}354_{644}$  и  $^{1126}354_{772}$  значительно удалены от линии бета-стабильности, описываемой формулой Грина. Так, ядро  $^{998}354_{644}$  является нейтронно-дефицитным, а ядро  $^{1126}354_{772}$  - нейтронно-избыточным.

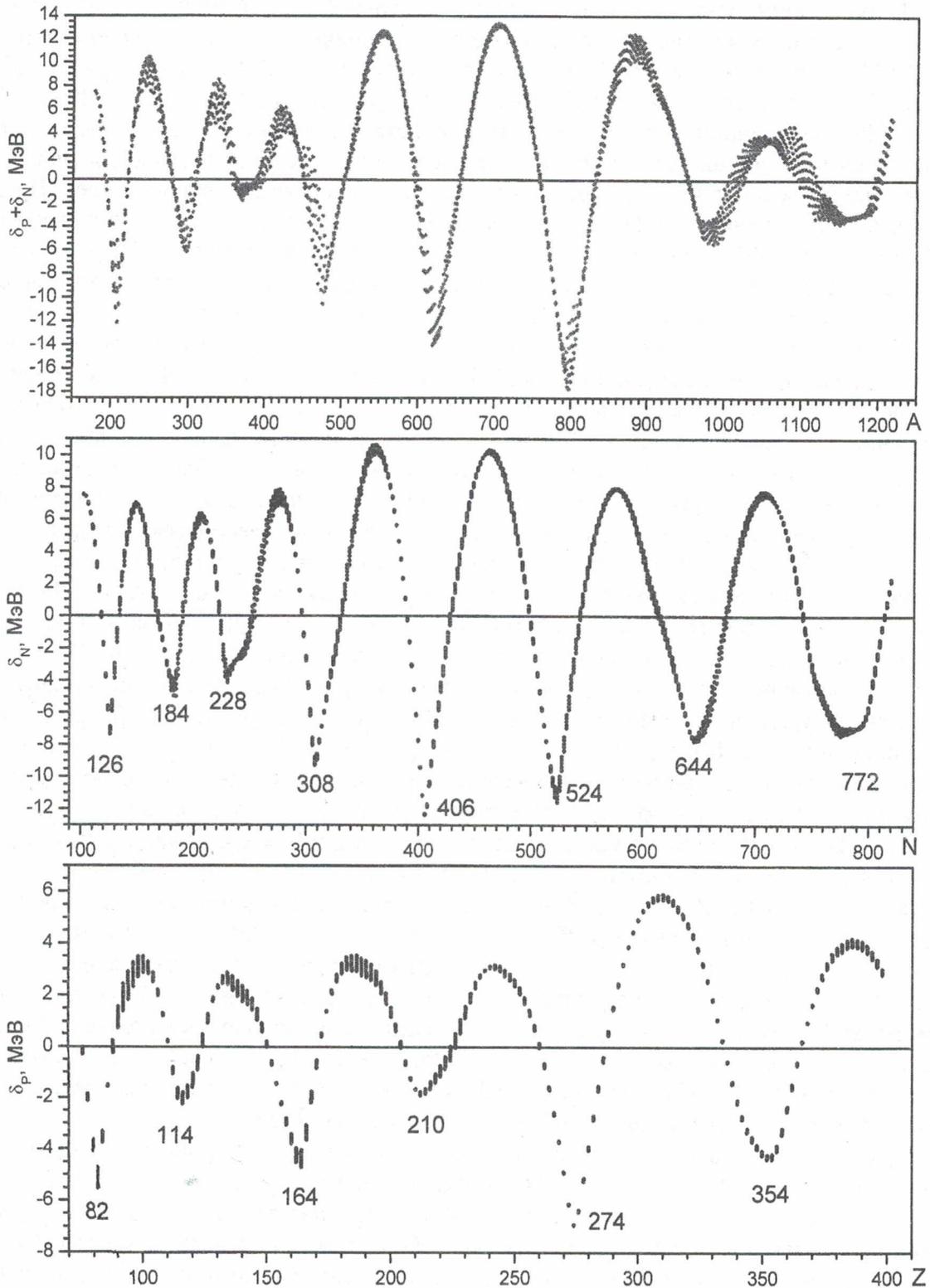


Рис. 1. Протонные  $\delta_P$ , нейтронные  $\delta_N$  и суммарные  $\delta_P + \delta_N$  оболочечные поправки для четно-четных сферических ядер.

Основными модами распада бета-стабильных дважды магических тяжелых ядер являются альфа-распад и деление. Оценим периоды альфа-распада и барьеры деления для супер- и ультратяжелых ядер  $^{298}_{114}_{184}$ ,  $^{472}_{164}_{308}$ ,  $^{616}_{210}_{406}$  и  $^{798}_{274}_{524}$ .

Периоды альфа-распада для этих ядер найдем с помощью феноменологической формулы Виолы - Сиборга [19], которая связывает период альфа-распада с энергией альфа-частиц и зарядом исходного ядра. В работе [20] найдены значения констант феноменологической формулы Виолы - Сиборга, которые позволили хорошо воспроизвести экспериментальные времена жизни 58 ядер тяжелее  $^{208}\text{Pb}_{126}$ . Зная суммарные оболочечные поправки из нашего расчета и макроскопическую энергию связи ядер, вычисленную с помощью массовой формулы [13], определим энергии альфа-частиц испускаемых этими ядрами:  $Q(^{298}114_{184}) \approx 9,4$  МэВ,  $Q(^{472}164_{308}) \approx 13,1$  МэВ,  $Q(^{616}210_{406}) \approx 20,9$  МэВ,  $Q(^{798}274_{524}) \approx 35,0$  МэВ. Затем с помощью модифицированной формулы Виолы - Сиборга [20] определим периоды полураспада для альфа-распада этих ядер. Они, соответственно, равны  $T_{1/2}(^{298}114_{184}) \approx 1,1 \cdot 10^2$  с,  $T_{1/2}(^{472}164_{308}) \approx 2,3 \cdot 10^4$  с,  $T_{1/2}(^{616}210_{406}) \approx 4,2 \cdot 10^{-6}$  с,  $T_{1/2}(^{798}274_{524}) \approx 3 \cdot 10^{-21}$  с. Времена жизни первых трех дважды магических ядер по отношению к альфа-распаду весьма значительны и могут быть легко измерены. Отметим, что полученные нами как энергия альфа-частиц ядра  $^{298}114_{184}$ , так и период его альфа-распада хорошо согласуется с результатами работы [14].

Оценим барьеры деления дважды магических ультратяжелых ядер. Для этого рассчитаем энергию деформации ядер при изменении их формы. Барьер деления очень тяжелых ядер можно приближенно оценить, учитывая только вариации квадрупольной деформации поверхности  $\beta_2$ . Это следует из того, что величина  $\beta_2$  на барьере мала и поэтому влияние деформаций более высоких мультипольностей на форму барьера уменьшается. На рис. 2 приведена зависимость энергии деформации от  $\beta_2$  для супер- и ультратяжелых дважды магических ядер  $^{298}114_{184}$ ,  $^{472}164_{308}$ ,  $^{616}210_{406}$  и  $^{798}274_{524}$ . При расчете энергии деформации ядер учитывались вариации капельной и оболочечной энергий. Капельная энергия найдена в приближении «Юкавы + экспонента» для ядерного взаимодействия [21].

Из рис. 2 видно, что барьер деления в ядре  $^{298}114_{184}$  имеет двугорбую форму. Такая же форма барьера деления в этом ядре получена в [14]. Высоты внутреннего и внешнего барьеров деления, определенные из рисунка, незначительно превышают рассчитанные в [14], что связано с учетом  $\beta_2, \beta_3, \beta_4, \dots, \beta_8$  мультипольных деформаций ядерной поверхности в [14]. Однако высоты внутренних барьеров деления, определенные в [14] и с помощью рис. 2, достаточно близки, так как при малых значениях  $\beta_2$  влияние высших мультипольностей деформаций поверхности на высоту барьера ослаблено. Это позволяет нам оценить форму и высоту барьеров деления в ультратяжелых дважды магических ядрах.

На рис. 2 видно, что ультратяжелые дважды магические ядра  $^{472}164_{308}$ ,  $^{616}210_{406}$  и  $^{798}274_{524}$  имеют достаточно высокий, но тонкий одногорбый барьер деления. С ростом заряда ядра барьер деления становится более тонким и расположен при меньших значениях  $\beta_2$ . Увеличение высоты барьера с ростом массового числа в этих дважды магических ядрах обусловлено увеличением амплитуды оболочечной поправки (см. рис. 1).

Период полураспада ядра  $^{298}114_{184}$  по отношению к делению в  $\sim 10^{10}$  раз больше периода его альфа-распада [14]. Времена жизни соседних ядер с  $114 \leq Z \leq 120$  также ограничены периодом альфа-распада [14, 17]. Аналогично времена жизни ядер  $^{472}164_{308}$ ,  $^{616}210_{406}$  и  $^{798}274_{524}$  тоже связаны с периодом альфа-распада, так как высоты барьеров

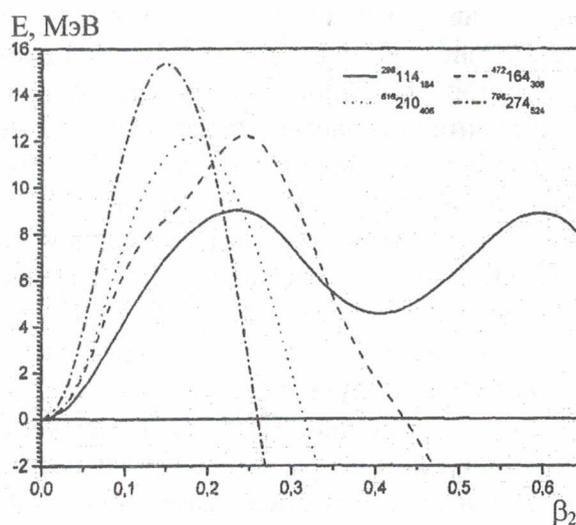


Рис. 2. Энергии деформации для супер- и ультратяжелых дважды магических ядер  $^{298}114_{184}$ ,  $^{472}164_{308}$ ,  $^{616}210_{406}$  и  $^{798}274_{524}$ .

деления у этих ядер значительные. Поэтому, как отмечалось ранее, времена жизни дважды магических ядер  $^{472}_{164}308$ ,  $^{616}_{210}406$  могли бы быть легко измерены в случае их формирования.

Ядро с магическим числом протонов  $Z = 164$  может быть образовано, например, при слиянии двух ядер свинца, в то время как ядро с магическим числом нейтронов  $N = 308$  может быть сформировано при слиянии двух ядер  $^{252}_{154}\text{Cf}$ . Однако ядра, получающиеся в этих реакциях, значительно удалены от линии бета-стабильности. Ультратяжелые дважды магические ядра могут быть образованы при столкновении двух тяжелых нейтронно-избыточных ядер, которое сопровождается поглощением многих нейтронов.

### Обсуждение результатов и заключение

Недавно появилась работа [22], которая также посвящена исследованию магических чисел для ядер с числом протонов  $100 \leq Z \leq 140$  в рамках релятивистского непрерывного приближения Хартри - Боголюбова с различными вариантами микроскопических сил. В ней учитывались также и различные формы ядер. Известно, что учет деформации ядра приводит к дополнительным локальным минимумам у оболочечных поправок от числа нуклонов [9 - 11, 14], которые связаны с заполнением оболочек в деформированных ядрах. Отметим, что деформированные ядра с заполненными оболочками также имеют повышенную стабильность и другие свойства, которые наблюдаются у сферических бета-стабильных ядер с магическим числом нуклонов. Однако, как отмечалось ранее, амплитуда эффектов, связанная с проявлением магичности, в деформированных ядрах не такая значительная, как в случае сферических ядер. В работе [22] в области  $100 \leq Z \leq 140$  было найдено большее количество магических чисел, чем нами и авторами работ [4, 12]. Часть найденных в [22] магических чисел связана с заполнением оболочек в деформированных ядрах. Тем не менее магические числа  $Z = 114$ ,  $N = 184$ ,  $N = 228$  найдены нами и авторами работ [4, 22] для ядер с числом протонов в интервале  $100 \leq Z \leq 140$ .

В работе [12] рассчитывались оболочечные поправки для области ядер с  $40 \leq Z \leq 200$  и  $40 \leq N \leq 420$  в приближении Хартри - Фока с различными вариантами сил Скирма и в рамках релятивистской модели среднего поля. В этой работе для различных вариантов расчета были найдены магические числа в интервалах  $Z \approx 114 - 126$ ,  $Z \approx 164$ ,  $N \approx 172 - 184$ ,  $N \approx 308$ . Отметим, что на рисунках в [12] также видны глубокие минимумы оболочечной поправки в областях, близких к  $N \approx 228$  и  $N \approx 406$ , которые, к сожалению, не обсуждаются.

В результате кулоновского расталкивания протонов в центре супер- и ультратяжелых ядер может возникнуть область, обедненная нуклонами [12, 23]. В [12] этот эффект учитывался. Однако найденное нами дважды магическое ядро  $^{472}_{164}308$  оказалось также дважды магическим и в расчетах [12] для некоторых параметризаций сил Скирма. Возможно, эффект кулоновского расталкивания протонов в центре ядра мог бы повлиять на значение магических чисел для более тяжелых ядер. Однако детальное изучение этого эффекта требует существенного изменения параметризации потенциала среднего поля нуклонов. Заметим, что параметризация потенциала среднего поля нуклонов, учитывающая уменьшение плотности в центре ядра, ранее не исследовалась. Поэтому нами не рассматривалось влияние кулоновского расталкивания протонов в центре супер- и ультратяжелых ядер на значение магических чисел.

В [12, 22] отмечается, что значение магических чисел в сверх- и ультратяжелой областях зависит как от модели, так и от выбора параметров сил в микроскопических расчетах. Поэтому было бы интересно провести исследования, подобные [12, 22], для случая более тяжелых ядер и сравнить с нашими результатами.

Исследуя поведение оболочечных поправок, нами определены протонные  $Z = 114$ ,  $164$ ,  $210$ ,  $274$  и  $354$  и нейтронные  $N = 184$ ,  $228$ ,  $308$ ,  $406$ ,  $524$ ,  $644$  и  $772$  магические числа для сверх- и ультратяжелой областей ядер. Ультратяжелые ядра с магическими числами

протонов и нейтронов должны иметь большую стабильность и энергию связи по сравнению с соседними ядрами. Периоды альфа-распада и барьеры деления некоторых дважды магических ультратяжелых ядер достаточно велики, поэтому поиск их представляет существенный интерес.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Генперт-Майер М., Йенсен И.Г.Д.* Элементарная теория ядерных оболочек / Пер. с англ. Н. Н. Колесникова. - М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1958. - С. 318.
2. *Соловьев В.Г.* Теория атомного ядра. Ядерные модели. - М.: Энергоиздат, 1981. - С. 295.
3. *Ring P., Schuck P.* The nuclear many-body problem. - New York: Springer - Verlag, 1980. - P. 716.
4. *Nilsson S.G., Ragnarsson I.* Shapes and shells in nuclear structure. - Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1995. - P. 408.
5. *Шapiro С, Тьюколски С.* Черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды. - М.: Мир, 1985. - С. 655.
6. *Мигдал А.Б.* Фермионы и бозоны в сильных полях. - М.: Наука, 1978. - С. 272.
7. *Migdal A.B., Saperstein E.E., Troitsky M.A., Voskresensky D.N.* Pion degrees of freedom in nuclear matter // Phys. Rep. - 1990. - Vol. 192. - P. 179 - 437.
8. *Adamenko S.V., Adamenko A.S.* Analysis of laboratory nucleosynthesis products // arXiv: nucl-ex/0307011 - P. 1 - 6.
9. *Strutinsky V.M.* Shell effects in nuclear masses and deformation energies // Nucl. Phys. - 1967. - Vol. A95. - P. 420 - 442; *Strutinsky V.M.* Shells in deformed nuclei // Nucl. Phys. - 1968. - Vol. A122. - P. 1 - 43.
10. *Струтинский В.М., Магнер А.Г.* Квазиклассическая теория оболочечной структуры ядер // ЭЧАЯ - 1976. - Т. 7. - С. 356 - 418.
11. *Brack M, Damgaard J., Jensen A.S. et al.* Funny hills: the shell-correction approach to nuclear shell effects and its applications to the fission process // Rev. Mod. Phys. - 1972. - Vol. 44. - P. 320 - 405.
12. *Bender M., Nazarewicz W., Reinhard P.-G.* Shell stabilization of super- and hyperheavy nuclei without magic gaps // Phys. Lett. - 2001. - Vol. B515. - P. 42 - 48.
13. *Moller P, Nix J.R., Myers W.D., Swiatecki W.J.* Nuclear ground-state masses and deformations // Atomic Data and Nucl. Data Tabl. - 1995. - Vol. 59. - P. 185 - 381.
14. *Smolanzuk R.* Properties of the hypothetical spherical superheavy nuclei // Phys. Rev. - 1997. - Vol. C56. - P. 812 - 824.
15. *Green A.E.S.* Nuclear physics. - New York: McGraw-Hill, 1955.
16. *Cwiok S., Dudek J., Nazarewicz W. et al.* Single-particle energies, wave functions, quadrupole moments and g-factors in an axially deformed Woods-Saxon potential with application to the two-centre-type nuclear problem // Comput. Phys. Commun. - 1987. - Vol. 46. - P. 379 - 399.
17. *Muntian I., Patyk Z., Sobiczewski A.* Sensitivity of calculated properties of superheavy nuclei to various changes // Acta Physica Polonica. - 2001. - Vol. B32. - P. 691 - 697; *Muntian I., Patyk Z., Sobiczewski A.* Fission properties of superheavy nuclei // Ibid. - 2003. - Vol. B34. - P. 2141 - 2145.
18. *Pradhan H. C., Nogami Y., Law J.* Study of approximations in the nuclear pairing-force problem // Nucl. Phys. - 1973. - Vol. A201. - P. 357 - 368.
19. *Viola V.E., Seaborg G.T.* Nuclear systematics of the heavy elements - II. Lifetimes for alpha, beta and spontaneous fission decay // J. Inorg. Nucl. Chem. - 1966. - Vol. 28. - P. 741 - 746.
20. *Smolanzuk R., Skalski J., Sobiczewski A.* Masses and half-life of superheavy elements // In Proc. of the International Workshop 24 on Gross Properties of Nuclei and Nuclear Excitations / Ed. by H. Feldmeier et al. - GSI, Darmstadt, 1996. - P. 35 - 42.
21. *Moller P., Nix J.R.* Atomic masses and nuclear ground-state deformations calculated with a new macroscopic model // Atomic Data and Nucl. Data Tabl. - 1981. - Vol. 26. - P. 165 - 196.
22. *Zhang W., Meng J., Zhang S. Q., et al.* Magic numbers for superheavy nuclei in relativistic continuum Hartree - Bogoliubov theory // arXiv: nucl-ex/0403021 - P. 1 - 47.
23. *Dechargé O., Berger J.-F., Girod M., Dietrich K.* Bubbles and semi-bubbles as a new kind of superheavy nuclei // Nucl. Phys. - 2003. - Vol. A716. - P. 55 - 86.

**УЛЬТРАВАЖКІ ЯДРА: ОБОЛОНКОВІ ПОПРАВКИ, МАГІЧНІ ЧИСЛА,  
БАР'ЄРИ ПОДІЛУ ТА ПЕРІОДИ АЛЬФА-РОЗПАДУ**

**В. Ю. Денисов**

Розраховано протонні та нейтронні оболонкові поправки для ядер з числом протонів  $76 \leq Z \leq 400$  впродовж лінії бета-стабільності, описаної формулою Гріна. Визначено магічні числа протонів та нейтронів для ультраважких ядер. Оцінено періоди альфа-розпаду та бар'єри поділу ультраважких двічі магічних ядер.

**ULTRAHEAVY NUCLEI: SHELL CORRECTIONS, MAGIC NUMBERS,  
FISSION BARRIERS AND ALPHA-DECAY PERIODS**

**V. Yu. Denisov**

Proton and neutron shell corrections are calculated for nuclei with proton numbers in the range  $76 \leq Z \leq 400$  along the beta-stability line described by Green's approximation. Proton and neutron magic numbers are determined for ultraheavy nuclei. Alpha-decay periods and fission barriers of ultraheavy double-magic nuclei are estimated.

Поступила в редакцію 28.12.04,  
после доработки – 10.05.05.