

РАСЧЕТ ВИБРАЦИОННОГО УВЕЛИЧЕНИЯ ПЛОТНОСТИ УРОВНЕЙ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ФУНКЦИИ ОТКЛИКА

В. А. Плюйко^{1,2}, А. Н. Горбаченко¹

¹ Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев

² Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев

Проанализирован метод функции отклика для расчета влияния вибрационных состояний на плотность уровней ядер. Исследована зависимость коэффициента усиления плотности уровней ядра от энергии его возбуждения, обусловленная вкладом квадрупольных вибрационных состояний с учетом их затухания. Продемонстрировано, что расчеты по методу функции отклика в целом согласуются с микроскопическими расчетами модели нагретых взаимодействующих бозонов и с феноменологическими расчетами, использующими бозонную статистическую сумму как с размытыми числами заполнения бозонных состояний, так и с комплексными энергиями.

Введение

Плотность уровней ρ - одна из основных величин, которые определяют характеристики распада ядер. Коллективные состояния могут сильно влиять на плотность уровней особенно в области низких энергий возбуждения [1 - 13]. Обычно их вклад оценивается с помощью расчета коэффициента усиления (изменения) плотности уровней

$$K = \rho / \tilde{\rho}, \quad (1)$$

где $\tilde{\rho}$ - плотность уровней без учета вибрационных состояний.

Существуют различные микроскопические подходы для вычисления плотности уровней, которые позволяют учесть и возбуждения коллективных состояний (см., например, [4, 5, 14, 15]). Однако применение таких подходов значительно усложняет последующие расчеты сечений ядерных реакций и нереалистично при достаточно высоких энергиях возбуждения, когда в ядре возбуждается большое количество состояний. Это привело к развитию различных статистических подходов для расчета плотности уровней ядра, что дало возможность получить простые аналитические формулы для ее описания [1]. При выводе аналитических выражений для ρ используется, как правило, метод перевала. Однако его применимость ограничена достаточно высокими энергиями возбуждения. Возможный способ устранения некорректности применения такого подхода для расчета плотности уровней в области низких энергий возбуждения ядра был рассмотрен в [17]. Позже был предложен более простой в реализации модифицированный статистический подход [18], использующий метод перевала с модифицированным выражением для статистической суммы. С помощью такого метода можно достаточно просто учесть вклад в плотность уровней и коллективной ветви возбуждений. В работах [19] было продемонстрировано, что коэффициент вибрационного усиления плотности уровней K практически не зависит от вида использованной в методе перевала статистической суммы. Поэтому при его расчете можно использовать стандартное выражение для статистической суммы.

В работах [1, 2] с помощью приближения хаотических фаз (ПХФ) было показано, что вклад вибрационных состояний в плотность уровней приводит к появлению в статистической сумме дополнительного сомножителя, который определяется статистической суммой бозонных состояний:

$$\delta Z_B(\{\hbar\omega_L\}; T) = \prod_L \delta Z_{B,L}(\hbar\omega_L; T),$$

$$\delta Z_{B,L}(\hbar\omega_L; T) = \exp(S_{B,L} - U_{B,L}/T) \equiv [1 + n_L]^{2L+1} = [1 - \exp(\hbar\omega_L/T)]^{-(2L+1)}, \quad (2)$$

где $S_{B,L}$ и $U_{B,L}$ - энтропия и энергия возбуждения бозонных (фононных) состояний мультипольности L с числами заполнения n_L и энергией $\hbar\omega_L$ в ядре с температурой T :

$$S = (2L+1) \left| (1+n) \ln(1+n) - n \ln n \right|, \quad U_{B,L} = (2L+1) \hbar\omega_L n_L, \quad n_L = 1 / [\exp(\hbar\omega_L/T) - 1]. \quad (3)$$

В формуле (2) статистическая сумма ветви бозонных состояний мультипольности L отсчитывается от компонента $\exp\{-(2L+1)(\hbar\omega_L/2)/T\}$, обусловленного нулевыми колебаниями.

Соотношения (2) и (3) можно использовать лишь при низких энергиях возбуждения, когда влиянием затухания вибрационных состояний в возбужденных ядрах можно пренебречь (что и предполагается в ПХФ). Были развиты различные простые методы для расчета коэффициента изменения плотности уровней K с феноменологическим учетом затухания вибрационных состояний (см., дальше).

В данной работе влияние вибрационных состояний на плотность уровней изучается с помощью функций линейного отклика ядра на мультипольное поле. Такой подход позволяет использовать и достаточно надежно учесть затухание вибрационных состояний, которые широко применяются в методе функций отклика. В работе также анализируются различные способы учета вклада вибрационных квадрупольных состояний в плотность ядерных уровней.

Вычисление вклада вибрационных состояний методом функций отклика

В рамках статистического подхода с использованием метода перевала со стандартным выражением для статистической суммы соотношение для расчета плотности уровней с массовым числом A и энергией возбуждения U имеет следующий вид [4, 16]:

$$\rho(U, A) = (4\pi^2 D)^{-1/2} \exp S(\alpha_0, \beta_0), \quad (4)$$

где $S(\alpha_0, \beta_0)$ - энтропия ядра,

$$S(\alpha_0, \beta_0) = -\alpha_0 A + \beta_0 \cdot (U + E_g) - \beta_0 \Omega(\alpha_0, \beta_0). \quad (5)$$

Здесь E_g - энергия основного состояния; $\Omega(\alpha, \beta)$ - термодинамический потенциал,

$$\Omega(\alpha, \beta) = -\frac{1}{\beta} \ln Z(\alpha, \beta), \quad (6)$$

$Z(\alpha, \beta)$ - статистическая сумма:

$$Z(\alpha, \beta) = \text{Tr} \left[\exp(-\beta \hat{H} + \alpha \hat{A}) \right] \equiv \text{Tr} \left[\exp(-\beta \hat{H}') \right], \quad \hat{H}' \equiv \hat{H} - \mu \hat{A}, \quad \mu = \alpha / \beta. \quad (7)$$

Символ "Tr" в (7) обозначает операцию взятия следа операторов по всем переменным; \hat{H} - гамильтониан; \hat{A} - оператор числа нуклонов. Величина D в формуле (4) является детерминантом вторых частных производных от логарифма статистической суммы по переменным α и β в седловой точке α_0, β_0 :

$$D = D_{\alpha\alpha} D_{\beta\beta} - D_{\alpha\beta}^2, \quad D_{\tau\tau'} = \partial^2 \ln Z(\tau, \tau') / \partial \tau \partial \tau' \Big|_{\tau, \tau' = \{\alpha_0, \beta_0\}}. \quad (8)$$

Параметры седловой точки α_0, β_0 являются решением системы уравнений термодинамического состояния

$$A = \frac{\partial}{\partial \alpha} \ln Z = -\frac{\partial}{\partial \alpha} [\beta \Omega], \quad U = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z - E_g = \frac{\partial}{\partial \beta} [\beta \Omega] - E_g \quad (9)$$

и определяют температуру ($T = 1/\beta_0$) и химический потенциал ($\mu_0 = \alpha_0/\beta_0$) ядра.

Следуя приближению хаотических фаз, рассматриваем вибрационные состояния мультипольности L как коллективные состояния, которые формируются двухчастичным когерентным взаимодействием $V_{res}^\kappa(i, j)$ сепарабельного вида

$$V_{res}^\kappa(i, j) = \kappa \sum_{\mu=-L}^{+L} q_{L\mu}^*(\vec{r}_i) q_{L\mu}(\vec{r}_j), \quad q_{L\mu}(\vec{r}) = r^L Y_{L\mu}(\hat{r}), \quad (10)$$

где $\kappa \equiv \kappa(L)$ - константа силы нуклон-нуклонного взаимодействия с одночастичным оператором $q_{L\mu}(\vec{r})$ мультипольности L в качестве форм-фактора. Полный ядерный гамильтониан равен

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}_{res} \equiv \hat{H}_\kappa,$$

$$\hat{V}_{res} \equiv \hat{V}_{res}^\kappa = \frac{1}{2} \sum_{i,j} V_{res}^\kappa(i, j) = \frac{\kappa}{2} \sum_{\mu,i,j} q_{L\mu}^*(\vec{r}_i) q_{L\mu}(\vec{r}_j) \equiv \frac{\kappa}{2} \sum_{\mu} \hat{Q}_{L\mu}^+ \hat{Q}_{L\mu}, \quad (11)$$

где \hat{H}_0 - гамильтониан модели независимых частиц; $\hat{Q}_{L\mu} \equiv \sum_j q_{L\mu}(\vec{r}_j)$.

Используя выражение (11) и преобразование Блоха, термодинамический потенциал (6) можно представить в следующем виде [20, 21]:

$$\Omega = \tilde{\Omega} + \Delta\Omega. \quad (12)$$

Здесь $\tilde{\Omega} = -(1/\beta) \ln \tilde{Z}$ - термодинамический потенциал для модели независимых частиц и $\Delta\Omega = -(1/\beta) \ln \Delta Z$ - добавка к термодинамическому потенциалу $\tilde{\Omega}$; обусловленная остаточным взаимодействием \hat{V}_{res} ,

$$\Delta\Omega = -(1/\beta) \ln \Delta Z = \sum_{\mu} \int_0^\kappa d\kappa' \langle \hat{Q}_{L\mu}^* \hat{Q}_{L\mu} \rangle_{\kappa'} / 2 \equiv \Delta\Omega_L, \quad (13)$$

где скобки $\langle \dots \rangle_{\kappa'}$ обозначают усреднение по каноническому ансамблю с матрицей плотности $\hat{\rho} = \exp(-\beta \tilde{H}_{\kappa'}) / \text{Tr}(\exp(-\beta \tilde{H}_{\kappa'}))$; $\tilde{H}_{\kappa'} = \hat{H}_\kappa - \mu \hat{A}$; \hat{H}_κ - полный гамильтониан (11) с остаточным взаимодействием с константой силы κ' . После ряда преобразований с помощью метода функций Грина [22, 23], добавку к термодинамическому потенциалу за счет присутствия вибрационных состояний с мультипольностью L можно представить в виде [20, 21]

$$\Delta\Omega_L = \frac{2L+1}{2\pi} \int_0^\kappa d\kappa' \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\hbar}{1 - e^{-\beta \hbar \omega}} \cdot \text{Im} \chi_L^{\kappa'}(\omega) d\omega \equiv \Delta\bar{\Omega}_L \equiv -(1/\beta) \ln \Delta\bar{Z}_L. \quad (14)$$

Добавка $\Delta\Omega_L$ к термодинамическому потенциалу должна равняться нулю в отсутствие когерентного взаимодействия. Для выполнения этого условия модифицируем формулу

(14) и вычтем в подинтегральном выражении вклад от соответствующей функции отклика $\tilde{\chi}_L(\omega) \equiv \chi_L^{\kappa=0}(\omega)$ модели независимых частиц. Таким образом, добавку к термодинамическому потенциалу от коллективных состояний вычисляем с помощью выражения

$$\Delta\Omega_L = \frac{2L+1}{2\pi} \int_0^\kappa dk' \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\hbar}{1-e^{-\beta\hbar\omega}} \cdot \text{Im} \left\{ \chi_L^{\kappa'}(\omega) - \tilde{\chi}_L(\omega) \right\} d\omega = -(1/\beta) \ln \Delta Z_L. \quad (15)$$

Для расчета функции отклика ядра $\chi_L^\kappa(\omega)$ используем полуклассический подход, основанный на кинетическом уравнении Власова - Ландау [25, 26] с интегралом столкновений, что дает возможность учесть затухание вибрационных состояний. Интеграл столкновений вычисляем в приближении времени релаксации с учетом эффектов памяти при двухчастичных столкновениях [27 - 29]. В этом случае функция отклика имеет такой же общий вид, как и в ПХФ [24], а именно [26]:

$$\chi_L^\kappa(\omega) = \frac{\tilde{\chi}_L(\omega)}{1 - \kappa \tilde{\chi}_L(\omega)}. \quad (16)$$

В отличие от функции отклика в ПХФ полуклассическая функция отклика $\tilde{\chi}_L$ зависит от ширины распада вибрационных состояний [26].

Отметим, что соотношение (15) определяет вклад в термодинамический потенциал вибрационных состояний с данной мультипольностью L . Полная добавка к термодинамическому потенциалу, которая определяет изменение плотности уровней под влиянием вибрационных состояний всех мультипольностей, равна сумме $\Delta\Omega_L$:

$$\Delta\Omega = \sum_L \Delta\Omega_L \equiv -\sum_L (1/\beta) \ln \Delta Z_L = -(1/\beta) \ln \Delta Z. \quad (17)$$

При вычислении статистической суммы \tilde{Z} , (термодинамического потенциала $\tilde{\Omega}$ в (12)), энтропии \tilde{S} , температуры \tilde{T} и плотности уровней $\tilde{\rho}$ системы независимых частиц будем использовать выражения модели ферми-газа [4, 16]. Также считаем, что (как и в случае бозонной статистической суммы (2)) коллективная добавка ΔZ к статистической сумме не зависит от параметра α . В этом случае химпотенциал μ_0 не зависит от вклада коллективных состояний ($\mu_0 = \tilde{\mu}_0$) и при температурах значительно меньших энергий Ферми ε_F совпадает со значением энергии Ферми, которое зависит от плотности одночастичных состояний $g(\varepsilon)$ и находится из условия фиксирования количества нуклонов в ядре:

$$A = \int_0^{\varepsilon_F} g(\varepsilon) d\varepsilon, \quad \mu_0 = \tilde{\mu}_0 = \varepsilon_F. \quad (18)$$

Используя выражения модели ферми-газа для \tilde{Z} нетрудно показать, что уравнения (9) для определения температур $\tilde{T} = 1/\tilde{\beta}_0$, $T = 1/\beta_0$ при заданной энергии возбуждения ядра принимают вид

$$a\tilde{T}^2 = U, \quad aT^2 = U + \delta U(T), \quad \delta U(T) = -\delta a(T) T^2 \quad (19)$$

с

$$a = \frac{\pi^2}{6} g(\varepsilon_F), \quad \delta a(T) = \left. \frac{\partial \ln \delta Z(\beta = 1/t)}{\partial t} \right|_{t=T}. \quad (20)$$

Здесь $\delta Z(\beta)$ - модифицированный вклад вибрационных состояний в статистическую сумму

$$\delta Z(\beta) = \Delta Z(\beta) \cdot \exp[\beta \cdot \Delta E_{col}], \quad (21)$$

где ΔE_{col} - изменение энергии основного состояний в присутствии коллективных состояний

$$\Delta E_{col} = - \lim_{\beta \rightarrow +\infty} \frac{\partial \ln \Delta Z}{\partial \beta} = \lim_{\beta \rightarrow +\infty} \frac{\partial [\beta \Delta \Omega]}{\partial \beta} = \Delta \Omega (\beta \rightarrow +\infty) + \lim_{\beta \rightarrow +\infty} \beta \frac{\partial \Delta \Omega(\beta)}{\partial \beta}. \quad (22)$$

В физических системах обычно выполняется условие

$$\lim_{\beta \rightarrow +\infty} \beta \frac{\partial \Delta \Omega(\beta)}{\partial \beta} \equiv - \lim_{T \rightarrow +0} T \frac{\partial \Delta \Omega(\beta = 1/T)}{\partial T} = 0. \quad (23)$$

Например, такое соотношение справедливо для термодинамических потенциалов, соответствующих статистической сумме бозонных состояний, а также при расчете коллективного вклада в термодинамический потенциал с помощью формул (14) и (15) с полуклассическими функциями отклика. В этом случае имеем

$$\Delta E_{col} = \Delta \Omega (\beta \rightarrow +\infty) \equiv \Delta \Omega (T = 1/\beta \rightarrow +0), \quad (24)$$

и формула (21) для модифицированного коллективного вклада в статистическую сумму принимает вид

$$\delta Z(\beta) = \Delta Z(\beta) \exp[\beta \cdot \Delta \Omega (\beta \rightarrow +\infty)] = \exp\{-\beta[\Delta \Omega(\beta) - \Delta \Omega(\beta \rightarrow +\infty)]\}. \quad (25)$$

Отметим, что для бозонной статистической суммы $Z_{B,L} \equiv \delta Z_{B,L} \exp\{-(2L+1)(\hbar\omega_L/2)/T\}$ ($T = 1/\beta$) модифицированный вклад δZ совпадает с $\delta Z_{B,L}$.

Выражения для энтропий $\tilde{S}(\tilde{\alpha}_0, \tilde{\beta}_0 = 1/\tilde{T}) \equiv \tilde{S}(\tilde{T})$ и $S(\alpha_0, \beta_0 = 1/T) \equiv S(T)$ (см. выражение (5)) без учета и с учетом вибрационных состояний можно представить следующим образом:

$$\tilde{S}(\tilde{T}) = 2a\tilde{T}, \quad S(T) = 2aT + \delta S(T), \quad \delta S(T) = \ln \delta Z(\beta = 1/T) - \delta U(T)/T, \quad (26)$$

а соотношение (1) для коэффициента усиления (изменения) плотности уровней принимает вид

$$K = k_0 \cdot e^{\Delta S(T, \tilde{T})}, \quad \Delta S(T, \tilde{T}) = S(T) - \tilde{S}(\tilde{T}), \quad k_0 = [\tilde{D}(\tilde{\alpha}_0, \tilde{\beta}_0 = 1/\tilde{T}) / D(\alpha_0, \beta_0 = 1/T)]^2. \quad (27)$$

Эти выражения значительно упрощаются в нулевом и первом порядках по изменению температуры $\delta T = T - \tilde{T}$. Согласно формуле (19) в отсутствие изменения температуры, т.е. при $T = \tilde{T}$, должно выполняться условие $|\delta U(T)/T| \ll 1$, и формулы (26) и (27) для определения K значительно упрощаются

$$K = \delta Z(\beta = 1/\tilde{T}). \quad (28)$$

Для нахождения выражений для ΔS и K в первом порядке по изменению температуры δT решаем уравнение (19) методом итераций

$$a T_{n+1}^2 = U + \delta U(T_n), \quad T_{n=0} = \tilde{T}. \quad (29)$$

В результате получаем $\delta T = T_{n=1} - \tilde{T} = \delta U(\tilde{T}) / (2a\tilde{T})$ и выражение для изменения энтропии

$$\Delta S(T, \tilde{T}) = 2a\delta T + \delta S(\tilde{T}) = \ln \delta Z(\beta = 1/\tilde{T}). \quad (30)$$

Поэтому при $k_0 \approx 1$ для вычисления коэффициента вибрационного усиления плотности уровней можно также использовать формулу (28).

Сравнение различных способов расчета коэффициента изменения плотности уровней

Впервые учет распада вибрационных состояний на коэффициент изменения плотности уровней был рассмотрен в работах Игнатьюка [6 - 8]. Исходным было выражение для коэффициента K в виде отношения статистических сумм для вибрационной и частично-дырочной ветвей возбуждения. Для учета распада вибрационных состояний вещественные энергии бозонных состояний были заменены на комплексные величины с мнимой частью, соответствующей коэффициенту затухания вибрационных состояний. В качестве K использовался модуль отношения модифицированных статистических сумм

$$K = \prod_L \left| \frac{\delta Z_{B,L}(\hbar\omega_L + i\gamma_L; T)}{\delta Z_{B,L}(\hbar\tilde{\omega}_L + i\tilde{\gamma}_L; T)} \right| = \prod_L \left| \frac{1 - \exp[-(\hbar\omega_L + i\gamma_L)/T]}{1 - \exp[-(\hbar\tilde{\omega}_L + i\tilde{\gamma}_L)/T]} \right|^{-(2L+1)} \equiv K_{CE}, \quad (31)$$

где $\gamma_L = \bar{\gamma}(\omega_L, T)$, $\tilde{\gamma}_L = \bar{\gamma}(\tilde{\omega}_L, T)$ - коэффициенты затухания бозонных состояний. Изменение температуры, связанное с вкладом вибрационных состояний, не учитывалось.

В работе [8] энергии вибрационных состояний считались зависящими от температуры $\hbar\omega_L \equiv \hbar\omega_L(T)$ и имели вид

$$[\hbar\omega_L]^2 = [\hbar\tilde{\omega}_L]^2 - \xi(T)\{[\hbar\tilde{\omega}_L]^2 - [\hbar\omega_{L,\text{exp}}]^2\}, \quad \xi(T) = \exp\{-C_1 T^2 / [\hbar\omega_{L,\text{exp}}]\}, \quad (32)$$

где $C_1 = 0,08 \text{ МэВ}^{-1}$, а $\hbar\tilde{\omega}_L$ - средняя энергия одночастично-однодырочных состояний:

$$\hbar\tilde{\omega}_L = \begin{cases} \hbar\omega_{shell} / 2 \approx 20 \cdot A^{-1/3}, & L^\pi = 2^+, \\ \hbar\omega_{shell}, & L^\pi = 3^-, \end{cases} \quad (33)$$

с энергией $\hbar\omega_{shell}$ для среднего расстояния между оболочками. Величина $\hbar\omega_{L,\text{exp}} \equiv \hbar\omega_L(T=0)$ в выражении (32) соответствует экспериментальному значению вибрационной энергии мультипольности L в холодном ядре. Для вычисления коэффициента затухания вибрационного состояния с частотой ω использовалось выражение Ландау, описывающее затухание нулевого звука в ферми-жидкости:

$$\bar{\gamma}(\omega, T) = C \cdot [(\hbar\omega)^2 + 4\pi^2 T^2], \quad C = 0,013 \text{ МэВ}^{-1}, \quad (34)$$

где значение константы C было получено из подгонки ширин гигантских дипольных резонансов.

В работах [12, 13] в качестве выражения для K использовалась формула (28) и соотношения (2) и (3) для бозонной статистической суммы, но с размытыми числами заполнения \bar{n}_L для вибрационных состояний:

$$K = \exp(\bar{S} - \bar{U}/T) \equiv K_{DN}, \quad (35)$$

$$\bar{S} \approx \sum_L (2L+1) [(1 + \bar{n}_L) \ln(1 + \bar{n}_L) - \bar{n}_L \ln \bar{n}_L], \quad \bar{U} = \sum_L (2L+1) \hbar\omega_L \bar{n}_L, \quad (36)$$

$$\bar{n}_L = \frac{\exp[-\Gamma_L/(2\hbar\omega_L)]}{\exp(\hbar\omega_L/T) - 1} \quad (37)$$

Ширины распада Γ_L брались в виде выражения (34) с $C = 0,0075A^{1/3}$ МэВ⁻¹; энергии вибрационных состояний принимались не зависящими от температуры со значениями, которые соответствуют систематикам экспериментальных данных; в частности, $\hbar\omega_{2^+} = 30A^{-2/3}$ МэВ, $\hbar\omega_{3^-} = 50A^{-2/3}$ МэВ.

В модульной системе кодов EMPIRE-II (v. 2.18, [30]); с помощью которой можно вычислить различные наблюдаемые характеристики ядерных реакций, при расчете коэффициента K используется формула (28) и выражение (2) для бозонной статистической суммы с энергиями вибрационных состояний $\varepsilon_L = \hbar\omega_L$, равными энергиям поверхностных колебаний ядра в модели жидкой капли ($\hbar\omega_{L,LDM}$, [24]), а именно:

$$K = K_{LDM}(1 - Q_{damp}) + Q_{damp} \equiv K_{EM}, \quad K_{LDM} = \delta Z_B(\{\hbar\omega_{L,LDM}\}; T). \quad (38)$$

Эмпирический фактор Q_{damp} уменьшения коэффициента изменения плотности уровней с энергией возбуждения берется в виде функции Ферми

$$Q_{damp} = 1/[1 + \exp\{(T_{1/2} - T)/DT\}]; \quad T_{1/2} = 1 \text{ МэВ}, \quad DT = 0,1 \text{ МэВ}. \quad (39)$$

Выражение для коэффициента усиления плотности уровней K_{LDM} , обусловленного учетом колебаний поверхности ядра, имеет вид [4]

$$K_{LDM} = \exp\left[C_{4/3} \left(\frac{\rho_0}{\hbar^2 \sigma}\right)^{2/3} R_0^2 T^{4/3}\right] = \exp\left[C_3 A^{2/3} \cdot T^{4/3}\right], \quad (40)$$

где $C_{4/3} = \int_0^\infty x^{4/3}/(\exp(x) - 1) dx = 1,694$; ρ_0 - равновесная плотность ядерной материи; σ - коэффициент поверхностного натяжения; $R_0 = r_0 A^{1/3}$ - радиус ядра (при стандартных значениях этих параметров); $C_3 = 0,06064$ МэВ^{-4/3}.

Отметим, что выражение (40) получено с помощью формул (2), (3) и (28) при следующих предположениях: 1) при расчете сумм в выражениях для $S_B = \sum_L S_{B,L}$ и $U_B = \sum_L U_{B,L}$ (см. формулы (2) и (3)) применяется приближение густого спектра и суммы аппроксимируются интегралами; 2) плотность поверхностных колебаний заданной мультипольности, $g_L = (2L+1)dL/d\varepsilon_L$, вычисляется с использованием выражения для энергий поверхностных колебаний в приближении больших мультипольностей $L \gg 1$

$$\varepsilon_L = \varepsilon_{L,LDM} \underset{L \gg 1}{=} \left[\frac{\hbar^2 \sigma}{\rho_0 R_0^3}\right]^{1/2} L^{3/2}, \quad g_L = (2L+1) \frac{dL}{d\varepsilon_L} \underset{L \gg 1}{=} \frac{4}{3} \left(\frac{\rho_0 R_0^3}{\hbar^2 \sigma}\right)^{2/3} \varepsilon_L^{1/3}. \quad (41)$$

При построении феноменологических выражений K_{CE} , K_{DN} и K_{LDM} для коэффициента усиления использовалось приближение вида (28), а вклад вибрационных состояний в статистическую сумму аппроксимировался различного рода выражениями, которые основаны на соотношении (2) для модифицированной статистической суммы бозонных

состояний. Исследуем точность такого подхода для вычисления K с учетом затухания вибрационных состояний с помощью метода функций отклика. Для этого будем использовать функцию отклика вида (16) со следующим выражением для функции отклика модели независимых частиц:

$$\tilde{\chi}_L(\omega) = (B/\hbar)[(\omega - \tilde{\omega}_0)^{-1} - (\omega + \tilde{\omega}_0^*)^{-1}], \quad \tilde{\omega}_0 = \omega_0 - i\eta_0, \quad (42)$$

где B , ω_0 и η_0 - вещественные положительные величины. Отметим, что формула (42) соответствует функции отклика затухающего гармонического осциллятора.

Для расчета коллективных добавок к термодинамическим потенциалам по формулам (14) и (15) перейдем в плоскость комплексных частот, интегралы по вещественной части частоты заменяем на соответствующие контурные интегралы, которые вычисляем с помощью теории вычетов. В результате находим следующее выражение для изменения термодинамического потенциала (14):

$$\Delta\bar{\Omega}_L(\beta = 1/T) = -T \ln(\Delta Z_B \cdot \Delta\bar{Z}_M). \quad (43)$$

Здесь ΔZ_B - отношение статистических сумм бозонов с комплексными энергиями,

$$\Delta Z_B = \frac{Z_{B,L}(\hbar\omega_\kappa + i\gamma_\kappa; T)}{Z_{B,L}(\hbar\omega_0 + i\gamma_0; T)}, \quad Z_{B,L}(\varepsilon; T) \equiv \delta Z_{B,L}(\varepsilon; T) \cdot e^{-(2L+1)(\varepsilon/2)/T}, \quad (44)$$

где комплексная частота $\tilde{\omega}_\kappa = \omega_\kappa - i\eta_\kappa$ является корнем уравнения $1/\chi_L^*(\omega) = 0$; $\gamma_\xi = \hbar\eta_\xi$, а $\Delta\bar{Z}_M$ - вклад в $\Delta\bar{\Omega}_L$ от полюсов $\omega_n = 2\pi i T n / \hbar$ функции $1/(1 - e^{-\hbar\omega/T})$, так называемых матсубаровских полюсов

$$\Delta\bar{Z}_M = \left| \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \kappa \tilde{\chi}_L(-\omega_n)}{1 - \kappa \tilde{\chi}_L(\omega_n)} \right|^{(2L+1)/2}. \quad (45)$$

При $\gamma_\xi \rightarrow +0$ величина $\Delta\bar{Z}_M$ равна единице и вклад $\Delta\bar{\Omega}_L$ равен разнице термодинамических потенциалов бозонов с энергиями $\hbar\omega_\kappa$ и $\hbar\omega_0$: $\Delta\bar{\Omega}_L = -T \ln(\Delta Z_B)$.

Аналогично можно получить выражение

$$\Delta\Omega_L = -T \ln(\Delta Z_B \Delta Z_M \Delta Z_{NP}), \quad (46)$$

где ΔZ_M и ΔZ_{NP} - вклады от матсубаровских полюсов и от полюса функции отклика независимых частиц:

$$\Delta Z_M = \prod_{n=1}^{\infty} \left| \frac{\exp(\kappa \Pi_L(-\omega_n))(1 - \kappa \Pi_L(-\omega_n))}{\exp(\kappa \Pi_L(\omega_n))(1 - \kappa \Pi_L(\omega_n))} \right|^{(2L+1)/2},$$

$$\Delta Z_{NP} = \exp \left(\frac{\hbar}{T} \cdot \frac{\omega_\kappa^2 - \omega_0^2}{4\omega_0} \operatorname{Re} \left\{ \operatorname{cth}[(\hbar\omega_0 + i\gamma_0)/2/T] \right\} \right). \quad (47)$$

При $\gamma_\xi \rightarrow +0$ значение ΔZ_M равно единице и выражение (46) для $\Delta\Omega_L$ с (44) и (47) будет совпадать с формулой (30) из [31], если перейти к обозначениям $E_{RPA} = \hbar\omega_\kappa$, $\Delta\varepsilon = \hbar\omega_0$, $C(f_1 - f_2) = (E_{RPA}^2 - \Delta\varepsilon^2)/\Delta\varepsilon^2$ (формула (28)), принятым в [33], где выражение для вибраци-

онного компонента статистической суммы было получено в приближении хаотических фаз с помощью метода функций Грина с мнимыми временами.

На рис. 1 сравниваются расчеты модифицированных статистических сумм $\delta\bar{Z}$, δZ с модифицированной статистической суммой бозонных состояний δZ_B :

$$\delta\bar{Z} = \exp\{-[\Delta\bar{\Omega} - \Delta\bar{\Omega}(T \rightarrow +0)]/T\}, \quad \delta Z = \exp\{-[\Delta\Omega - \Delta\Omega(T \rightarrow +0)]/T\},$$

$$\delta Z_B = \exp\{-[\Delta\Omega_B - \Delta\Omega_B(T \rightarrow +0)]/T\}, \quad \Delta\Omega_B = -T \ln \Delta Z_B. \quad (48)$$

где $\Delta\bar{\Omega}$, $\Delta\Omega$ определены в формулах (43) и (46).

Энергии $\hbar\omega_k$ и $\hbar\omega_0$ принимались равными 2 и 10,5 МэВ, что соответствует значению энергии квадрупольного вибрационного состояния согласно систематике экспериментальных данных ($\hbar\omega_{2^+} = 30A^{-2/3}$ МэВ) и средней энергии $\hbar\omega_{shell}$, формула (19), одночастично-однодырочных состояний в ядре с $A = 56$. Коэффициенты затухания γ_ξ вычислялись в виде $\gamma_\xi = \hbar/\tau(\omega_\xi, T = 0)$, где $\tau(\omega_\xi, T)$ - время релаксации коллективных состояний с энергией ω_τ в ядре с температурой T . Для расчета времени релаксации использовалось выражение, аналогичное формуле Ландау (34), которое можно получить в кинетической теории с учетом эффектов памяти при двухчастичных столкновениях [27 - 29]:

$$\hbar/\tau(\omega, T) = [(\hbar\omega/2\pi)^2 + T^2]/\alpha, \quad \alpha = 4,6 \text{ МэВ}. \quad (49)$$

Константа α обратно пропорциональна среднему сечению рассеяния нуклонов в ядре. Значение α в формуле (49) взято близко к значениям из работ [28, 29].

Константа связи κ в коллективной функции отклика (16) находилась из условия совпадения энергии пика силовой функции (мнимой части функции отклика) с энергией $\hbar\omega_k$. Видно, что модифицированная статистическая сумма δZ может быть аппроксимирована с довольно хорошей точностью ($\sim 20\%$) выражением для модифицированной бозонной суммы δZ_B , а точность аппроксимации $\delta\bar{Z}$ суммой δZ_B значительно хуже. Расчеты приведенные на рис. 2 демонстрируют достаточно сильную зависимость статистических сумм $\delta\bar{Z}$, δZ от времени релаксации коллективных состояний.

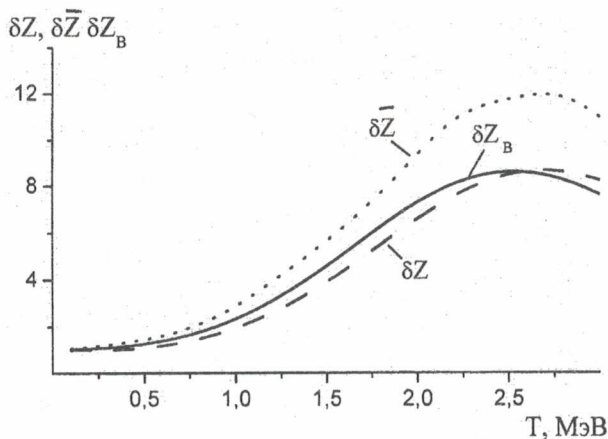


Рис. 1. Зависимости δZ , $\delta\bar{Z}$, δZ_B от температуры: — δZ ; --- δZ_B ; $\delta\bar{Z}$.

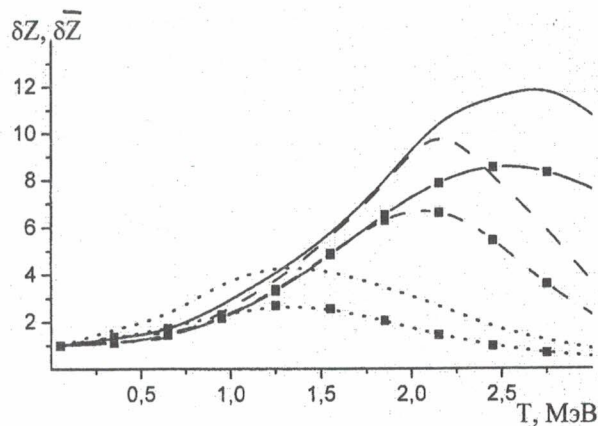


Рис. 2. Зависимость $\delta\bar{Z}$ и δZ (линии с символами "■") от температуры: — время релаксации в соответствии с кинетической теорией; --- и разного вида выражения для времени релаксации в рамках механизма входных состояний [28].

На рис. 3 и 4 показаны результаты расчетов коэффициента вибрационного усиления плотности уровней в ядрах ^{56}Fe и ^{146}Sm в рамках метода функции отклика ($K = K_{RF}$) и разных феноменологических подходах. Символом δZ_{RF} обозначен расчет K по методу функций отклика в приближении (28). Учитывалось возбуждение лишь квадрупольных вибрационных состояний. При вычислении функции отклика ядра $\chi_L^k(\omega)$ использовалось полуклассическое выражение из [25, 26], полученное с использованием кинетического уравнения Власова - Ландау с интегралом столкновений в приближении времени релаксации (49). Константа силы κ в коллективной функции отклика (16) находилась из условия совпадения энергии пика силовой функции с энергией $\hbar\omega_{2+}$ нижайшего квадрупольного состояния в холодном ядре. Значение энергии $\hbar\omega_{2+}$ в ядре ^{56}Fe бралось равным экспериментальной величине (0,847 МэВ), а в ядре ^{146}Sm вычислялось из систематики экспериментальных данных.

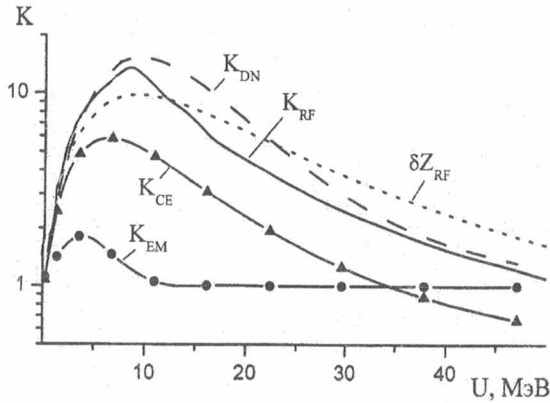


Рис. 3. Зависимость коэффициента изменения плотности уровней от энергии возбуждения для ^{56}Fe : — метод функции отклика K_{RF} ; \dots δZ_{RF} ; --- K_{DN} ; -▲- K_{CE} ; -●- K_{EM} .

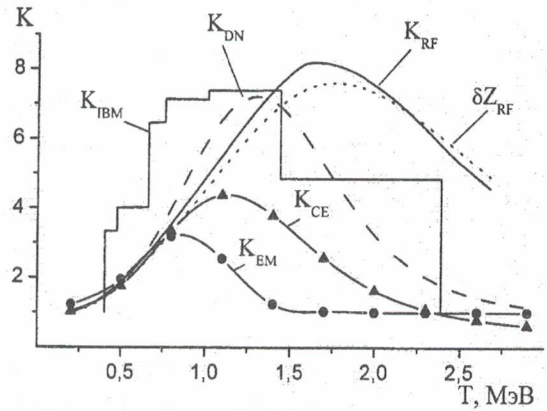


Рис. 4. Зависимость коэффициента изменения плотности уровней от температуры для ^{146}Sm : Обозначения те же, что и на рис. 3; гистограмма – модель взаимодействующих бозонов при конечных температурах [15].

Видно, что расчеты коэффициента усиления плотности уровней от вклада квадрупольных состояний по методу функции отклика в целом согласуются с микроскопическими расчетами в рамках модели взаимодействующих тепловых бозонов [15] и с феноменологическими расчетами, использующими бозонную статистическую сумму как с размытыми числами заполнения бозонных состояний, так и с комплексными энергиями.

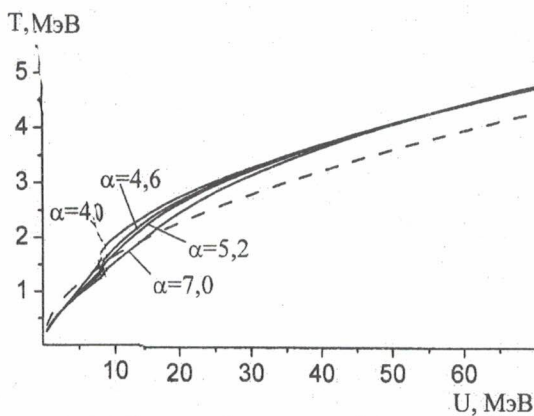


Рис. 5. Зависимость температуры от энергии возбуждения для ^{56}Fe при разных значениях α : --- $T = \tilde{T}$.

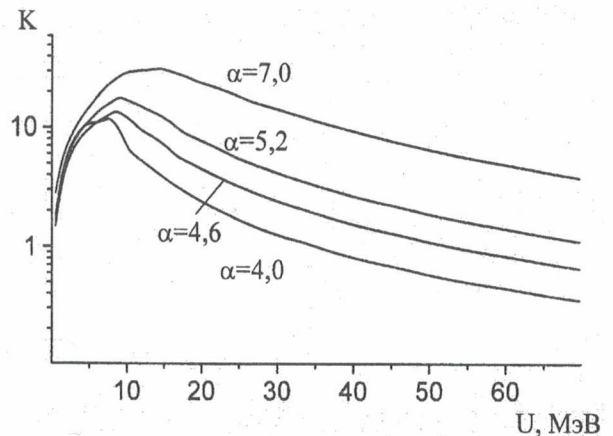


Рис. 6. Зависимость коэффициента изменения плотности уровней от энергии возбуждения для ^{56}Fe при разных значениях α .

На рис. 5 и 6 представлены расчеты температуры и коэффициента изменения плотности уровней в ядре ^{56}Fe от энергии возбуждения при разных значениях параметра α , который определяет величину времени релаксации коллективных состояний (49). Учитывалось возбуждение лишь квадрупольных вибрационных состояний. Видно, что зависимость температуры ядра от времени релаксации относительно слаба. В то же время коэффициент вибрационного усиления плотности уровней довольно сильно зависит от времени релаксации. Это может дать дополнительную возможность для исследования затухания коллективных времен релаксации в возбужденных ядрах на основе анализа их плотностей уровней.

В заключение отметим, что согласно приведенному анализу простейшим наиболее адекватным методом расчета коэффициента усиления плотности уровней за счет вклада квадрупольных вибрационных состояний, по-видимому, является выражение для K с размытыми числами заполнения $K = K_{DN}$.

Работа была частично поддержана МАГАТЭ (IAEA Research Contract № 12492/RO).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Игнатюк А.В.* О вкладе коллективных движений в плотность возбужденных состояний ядер // Изв. АН СССР. Сер. физ. - 1974. - Т. 38, № 12. - С. 2612 - 2617.
2. *Игнатюк А.В.* Вклад коллективных движений в плотность возбужденных состояний ядра // ЯФ. - 1975. - Т. 21, вып. 1. - С. 20 - 30.
3. *Bjornholm S., Bohr A., Mottelson B.R.* Role of symmetry of the nuclear shape in rotational contributions to nuclear level density // Phys. and Chem. of Fission, IAEA-SM-174/205. - Vienna, 1974. - Vol. 1 - P. 367 - 374.
4. *Игнатюк А.В.* Статистические свойства возбужденных ядер. - М.: Энергоатомиздат, 1983.
5. *Вдовин А.И., Воронов В.В., Малов Л.А. и др.* Полумикроскопическое описание плотности состояний сложных ядер // Физика элементарных частиц и атомного ядра. - 1976. - Т. 7. - С. 952 - 988.
6. *Блохин А.И., Игнатюк А.В.* Избранные вопросы структуры ядра. Т. 1, ОИЯИ, D-9682, - Дубна, 1976. - С. 107.
7. *Блохин А.И., Соколов Ю.В.* Коэффициенты вибрационного увеличения плотности уровней околомагических ядер // ЯФ. - 1981. - Т. 34, вып. 1(7). - С. 33 - 44.
8. *Блохин А.И., Игнатюк А.В., Шубин Ю.Н.* Вибрационное увеличение плотности уровней ядер области железа // ЯФ. - 1988. - Т. 48, вып. 2(8) - С. 371 - 377.
9. *Ignatyuk A.V., Lunev V.P., Shubin Yu.N.* Comparison of combinatorial and thermodynamic methods of calculating nuclear level densities // Nuclear Theory for Fast Neutron Nuclear Data Evaluation, IAEA-TECDOC-483. - Vienna, 1988. - P. 122 - 130.
10. *Расстончин Е.М., Свириш М.И., Смиренин Г.Н.* Тестировка основных феноменологических моделей плотности уровней ядер // ЯФ. - 1990. - Т. 52, вып. 5(11). - С. 1258 - 1272.
11. *Ежов С.Н., Плюйко В.А.* Влияние вибрационных состояний на термодинамические характеристики нагретых ядер // Изв. РАН. Сер. физ. - 1993. - Т. 57, № 5. - С. 78 - 84; *Ezhov S.N., Plujko V.A.* The influence of the vibrational states on the thermodynamic characteristic of heated nuclei // Вісник Київ. ун-ту. Сер.: Фіз.-мат. науки. - 1997. - Вип. 3. - С.352 - 360.
12. *Грудзевич О.Т., Игнатюк А.В., Пляскин В.И.* Согласованная систематика плотности уровней ядер в области $40 \leq A \leq 150$ // Нейтронная физика: Материалы I Междунар. конф. (Киев, 14 - 18 сент. 1987 г.). - 1988. - Т. 2. - С. 96 - 101.
13. *Ignatyuk A.V., Weil J.L., Raman S., Kahane S.* Density of the discrete levels in ^{116}Sn // Phys. Rev. - 1993. - Vol. C47. - P. 1504 - 1513.
14. *Mengoni A., Ventura A., Masetti S., et al.* Collective degrees of freedom in nuclear level densities // Journal of nuclear Science and Technology. - 2002. - Suppl. 2. - Vol. 1. - P. 766 - 769.
15. *Capote R., Kusnezov D., Mengoni A., Ventura A.* Damping of the collective enhancement of the level density for thorium isotopes // Proceeding of 9-th Inter. Conf. on Nuclear Reaction Mechanisms, Varenna, June 5 - 9. - 2000. Suppl. № 115. - P. 125 - 134.
16. *Бор А., Моттelson Б.* Структура атомного ядра. Т. 1. Одночастичное движение. - М.: Мир, 1971.
17. *Коломиец В.М., Магнер А.Г., Струтинский В.М.* Оболочечные эффекты в ядрах при больших угловых моментах // ЯФ. - 1979. - Т. 29, вып. 6. - С. 1478 - 1488.
18. *Grossjean M.K., Feldmeier H.* Level density of a Fermi gas with pairing interactions // Nucl. Phys. - 1985. - Vol. A444. - P. 113 - 132.

19. *Плюйко В.А., Горбаченко А.Н.* Влияние вибрационных состояний на температуру и плотность уровней ядра // Изв. РАН. Сер. физ. - 2002. - Т. 66, № 10. - С. 1499 - 1503.; *Влияние затухания вибрационных состояний на плотность уровней атомных ядер* // Изв. РАН. Сер. физ. - 2003. - Т. 67. - С. 1555 - 1557.
20. *Плюйко В.А., Горбаченко О.М.* Расчет влияния вибрационных состояний на плотность уровней ядра методом функции отклика// УФЖ. - 2003. - Т. 48. - С. 790 - 794.
21. *Plujko V.A., Gorbachenko O.M.* Dependence of nuclear level density on vibrational state damping // Capture gamma-ray spectroscopy and related topics: Proc. Eleventh Int. Symposium / Eds. J. Kvasil, P. Cejnar, M. Krticka. - New Jersey, London: World Scientific Pub. Co., 2003. - P. 789 - 792. (LANL e-Print, <http://arXiv.org/abs/nucl-th/0210048>).
22. *Боголюбов Н.Н., Боголюбов Н.Н.(мл.)* Введение в квантовую статистическую механику, - М.: Наука, 1984.
23. *Kubo R., Toda M., Hashitsume N.* Statistical Physics II. Nonequilibrium statistical mechanics. - NY: Springer-Verlag, 1985.
24. *Бор А., Моттельсон Б.* Структура атомного ядра. Т. 2. Деформация ядер. - М.: Мир, 1977.
25. *Brink D.M., Delfioire A., Di Toro M.* Solution of the Vlasov equation for collective modes in nuclei // Nucl. Phys. - 1986. - Vol. A456. - P. 205 - 234.
26. *Burgio G.F., Di Toro M.* Nuclear collective motions in a self-consistent Landau - Vlasov approach // Nucl. Phys. - 1988. - Vol. A476. - P. 189 - 212.
27. *Kolomietz V.M., Plujko V.A., Shlomo S.* Interplay between one-body and collisional damping of collective motion in nuclei // Phys. Rev. - 1996. - Vol. C54. - P. 3014 - 3024.
28. *Plujko V.A., Gorbachenko O.M., Kavatsyuk M.O.* Two-body relaxation times in heated nuclei // Acta Physica Slovaca. - 2001. - Vol. 51, No. 4. - P. 231 - 245. (LANL e-Print, <http://arXiv.org/abs/nucl-th/0107072>).
29. *Plujko V.A., Ezhov S.N., Gorbachenko O.M., Kavatsyuk M.O.* Non-Markovian collision integral in Fermi-systems // Journal of Physics:Condensed Matter. - 2002. - Vol. 14. - P. 9473 - 9483 (LANL e-Print, <http://arXiv.org/abs/nucl-th/0210046>).
30. *Herman M., Capote-Noy R., Oblozinsky P. et al.* Recent development and validation of the nuclear reaction code EMPIRE / Journal of nuclear Science and Technology. - 2002. - Suppl. 2. - Vol. 1 - P. 116 - 119. (<http://www-nds.iaea.org/empire/>).
31. *Vautherin D., Vini Mau N.* Nuclear partition function in the random phase approximation and the temperature of collective states // Physics Letters, - 1983 - Vol. B120 - P. 261 - 266.

РОЗРАХУНОК ВІБРАЦІЙНОГО ПІДСИЛЕННЯ ГУСТИНИ РІВНІВ ЗА ДОПОМОГОЮ МЕТОДУ ФУНКЦІЇ ВІДГУКУ

В. А. Плюйко, О. М. Горбаченко

Проаналізовано метод функції відгуку для розрахунку впливу вібраційних станів на густину рівнів ядер. Досліджено залежність коефіцієнта підсилення густини рівнів ядра від енергії його збудження, що викликана внеском квадрупольних вібраційних станів з врахуванням їх затухання. Продемонстровано що розрахунки за методом функції відгуку в цілому узгоджуються з мікроскопічними розрахунками за моделлю нагрітих взаємодіючих бозонів та з відомими феноменологічними розрахунками, що використовують статистичну суму системи бозонів як з розмитими числами заповнення, так із комплексними енергіями.

CALCULATION OF VIBRATIONAL ENHANCEMENT OF NUCLEAR LEVEL DENSITY WITHIN RESPONSE FUNCTION METHOD

V. A. Plujko, O. M. Gorbachenko

The response function approach for description of the vibrational state effects on nuclear level density is analysed. The coefficient of the nuclear level density due to the collective quadrupole vibrations with accounting for damping has been studied as a function of the excitation energy of nucleus. The calculations by the response function approach agree rather-closely with microscopical calculations within finite temperature extension of the interacting boson model and phenomenological calculations where boson partition functions are used with attenuated occupation numbers as well as with complex energies.

Поступила в редакцію 09.02.05,
после доработки – 17.05.05.