

**ОПТИМИЗАЦИЯ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ АКТИВНОСТИ РАДИОНУКЛИДОВ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ РАДИОЭКОЛОГИЧЕСКИХ ОБСЛЕДОВАНИЙ****Ю. В. Хомутинин***Украинский научно-исследовательский институт сельскохозяйственной радиологии, Киев*

Рассмотрены вопросы оптимизации погрешности измерения активности радионуклидов при проведении радиоэкологических обследований. Предложен критерий определения максимально допустимой погрешности измерения активности радионуклидов и метод ее расчета. Показано, что при планировании отбора измерений для оценки медианы активности проб почвы, плотности загрязнения участка, удельной активности урожая на участке и т. д. с априори задаваемой точностью и достоверностью не следует стремиться к высокой точности единичного измерения активности в образце. Целесообразнее отбирать несколько дополнительных проб или образцов и измерения активности проводить с большей статистической погрешностью.

В общей погрешности измерения той или иной физической величины относительно ее истинного значения выделяют две составляющие: систематическую и статистическую.

Систематическая погрешность включает в себя и компоненту, обусловленную несовершенством метода измерения, которая может быть результатом ошибки в теоретическом подходе, заложенном в методе, или результатом сделанных упрощений. Ее подразделяют на постоянную и переменную. Постоянная систематическая погрешность не меняется в течение всей серии измерений, например, погрешность, связанная с калибровкой аппаратуры или обусловленная неточностью характеристик эталонов. Переменной систематической погрешностью называют погрешность измерения, меняющуюся в процессе измерений (например, температурный или временной дрейф, фон). Систематическая погрешность может быть устранена путем введения соответствующих поправок.

Статистическая погрешность измерения имеет случайный характер. При этом результат измерения может быть записан в виде  $x = x_0 + \xi$ , где  $x_0$  — истинное значение измеряемой величины, а  $\xi$  — случайная погрешность. Конкретная же реализация  $\xi$  в результате проведенного измерения определяется некоторым распределением вероятностей. Как правило, это распределение считается распределением Гаусса с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma^2$  [1 – 3]. В практике измерений значение статистической погрешности  $\xi$  берется (задается), как правило, на уровне  $\pm 2\sigma$ . Это означает, что истинное значение измеряемой величины находится в интервале  $x - 2\sigma \leq x_0 \leq x + 2\sigma$  с вероятностью не менее 0,95.

При проведении радиоэкологических обследований различных объектов окружающей среды часто бывает затруднительно или экономически неоправданно проводить измерения активности радионуклидов в пробах или во взятых от них образцах с малой статистической погрешностью. Такая ситуация возникает, например, при спектрометрии образцов с низкой активностью, требующей длительного времени экспозиции. Другой характерный случай, — когда вариабельность получаемых по результатам измерения оценок обусловлена не столько ошибками измерения активности радионуклидов в образцах, а статистическими свойствами оцениваемого параметра (плотность загрязнения почвы радионуклидами, удельная активность радионуклидов в молоке коров в населенном пункте и т.п.).

В настоящей работе рассмотрен вопрос о максимально допустимой статистической погрешности измерения, взятой на уровне  $\pm 2\sigma$ , при проведении различных радиоэкологических обследований (мониторинга). Следует подчеркнуть, что общего решения этой задачи не существует. Однако в каждом отдельном случае, когда целью радиологического обследова-



дования является оценка конкретного параметра, такая задача имеет решение. В настоящей работе рассматриваются ситуации, когда конечной целью радиологических обследований (отбора проб и измерений активности) являются оценки медиан уровней радиоактивного загрязнения объектов окружающей среды или соответствующих трендов загрязнения [4 – 6].

### Максимально допустимая статистическая погрешность измерения активности радионуклида в образце

Как показано в работах [4 – 6], минимальное число измеряемых образцов  $n_o$ , необходимое для оценки медианы активности радионуклида в пробе с заданной относительной погрешностью  $\delta$  для доверительной вероятности  $p$ , при неравномерном распределении его активности в объеме пробы определяется на основе выражения

$$n_o \geq \left( \frac{u_p}{\ln(1 + 0,01 \cdot \delta)} \right)^2 \cdot \left( s_{н.пр}^2 + \left( \frac{\delta_{изм}}{200} \right)^2 \right). \quad (1)$$

Общее выражение, определяющее минимальное число проб  $n$  необходимых для оценки медиан различных параметров (плотности загрязнения, удельной активности и т.п.) с заданной относительной погрешностью  $\delta$  для доверительной вероятности  $p$ , имеет вид

$$n \geq \left( \frac{u_p}{\ln(1 + 0,01 \cdot \delta)} \right)^2 \cdot \left( s^2 + \frac{1}{n_o} \cdot \left( s_{н.пр}^2 + \left( \frac{\delta_{изм}}{200} \right)^2 \right) \right), \quad (2)$$

где  $s^2$  – истинная дисперсия логарифма возможных значений оцениваемого параметра (без компоненты, обусловленной неоднородностью распределения активности в пробе и погрешностью измерения);  $s_{н.пр}^2$  – дисперсия логарифма удельной активности пробы, обусловленная неоднородностью распределения активности в ее объеме;  $\delta_{изм}$  – относительная статистическая погрешность измерения активности радионуклида в образце на уровне  $\pm 2\sigma$ , %;  $\delta$  – задаваемая относительная погрешность определения медианы соответствующего параметра, %;  $u_p$  – квантиль распределения Гаусса уровня  $p$ .

При расчете минимального числа отбираемых проб почвы для оценки медианы плотности загрязнения на безградиентной площадке ( $n_{пр}$ )  $s^2 = s_{пл}^2$  – дисперсии логарифма плотности радиоактивных выпадений на безградиентной площадке [4, 5].

Число отбираемых проб почвы для оценки монотонного тренда плотности загрязнения почвы определяется на основе приближенного эмпирического соотношения  $n_{пр}(\delta) \cong n(\delta) \cdot (1 + \rho^2 \cdot 4,86 \cdot (1 - 0,77 \cdot \exp(-0,088 \cdot n_{пр}(\delta))))$ , для которого в [5] построена номограмма, где  $0 \leq \rho \leq 1$  – нормированное расстояние от центра пробоотбора до точки, в которой задана погрешность  $\delta$ .

Из приведенных выражений видно, что в общем случае среди величин, которые определяют минимальное число отбираемых проб, необходимое для оценки медианы оцениваемого параметра с требуемой точностью, управляемыми (при любых используемых методиках и технологиях отбора проб, пробоподготовки и измерения) являются: доверительная вероятность; число образцов, взятых от пробы для измерения активности; относительная статистическая погрешность измерения активности радионуклида в единичном образце. Рассмотрим каждый параметр в отдельности.

При принятых в статистике нормах [7] доверительная вероятность  $p$  выбирается из ряда  $p = 0,8, 0,9, 0,95, 0,99$ . Как правило, она принимается равной  $p = 0,95$  (что соответствует



квантили  $u_p = 1,645$ ) и не варьируется исследователем. Если  $p \neq 0,95$ , то минимально необходимое число проб может быть пересчитано  $n_p = n_{0,95} \left( \frac{u_p}{1,645} \right)^2$ .

Минимальное число измеряемых образцов  $n_o$ , необходимое для оценки медианы активности радионуклида в пробе, в одних случаях является определяемой величиной (см. выражение (1)), в других случаях задаваемой исследователем величиной (см. выражение (2)). В работах [4, 5] показано, что распределение радионуклидов в пробе почвы, подготовленной по стандартной методике [8] к измерению активности радионуклидов, не является абсолютно однородным, к чему направлена пробоподготовка. Это особенно проявляется в случае присутствия в пробе "горячих" частиц. Точность определения медианы активности такой пробы зависит не только от погрешности измерения, но и числа взятых от нее образцов, в которых измеряется активность радионуклидов. В других случаях, где характеристики оцениваются по совокупности проб (плотность загрязнения, коэффициенты перехода и т.п.), влияние числа измеряемых от пробы образцов на конечный результат не столь существенно. Проведенные автором расчеты показали, что в настоящее время (когда значительная часть топливных частиц в почве растворилась) измерение активности радионуклидов даже в пяти образцах от пробы почвы приводит к уменьшению числа проб для оценки медианы плотности загрязнения или медианы коэффициента перехода на одну – две пробы. Это находится в пределах приведенной погрешности их оценки. Здесь следует подчеркнуть, что измерение пяти образцов значительно увеличивает объем аналитической работы при радиохимии, но может не отразиться на общем времени, затрачиваемом на определение активности радионуклида в пробе при спектрометрии. Последнее следует из того, что активность радионуклида в каждом образце в этом случае можно измерять со значительно большей погрешностью [4]. Однако при рассмотрении вопроса о максимально допустимой статистической погрешности измерения активности радионуклида в образце, когда для оценки используется совокупность проб (плотность загрязнения, коэффициенты перехода и т.п.), будем считать, что активность радионуклида измеряется в одном образце от пробы,  $n_o = 1$ .

Третий управляемый параметр – это статистическая погрешность измерения активности радионуклида в единичном образце, обеспечение заданного уровня которой непосредственно влияет на длительность и стоимость единичного измерения. В соответствии с соотношениям (2) увеличение статистической погрешности измерения  $\delta_{изм}$  приводит к увеличению минимально необходимого числа отбираемых проб и измерений на некоторую величину  $\Delta n$ . Поэтому при заданных (выбранных) исследователем требованиях к точности и достоверности оценки медианы контролируемого параметра максимально допустимой погрешностью измерения  $\delta_{изм}$  будем считать такую величину ( $Sup \delta_{изм}$ ), которая не приводит к увеличению минимально необходимого числа отбираемых проб или числа измеряемых образцов  $n = n(\dots, \delta_{изм})$  больше, чем на оговоренную величину  $\Delta n$ . Условие для нахождения  $Sup \delta_{изм}$  имеет вид

$$n(\dots, \delta_{изм}) - n(\dots, 0) < \Delta n \quad (3)$$

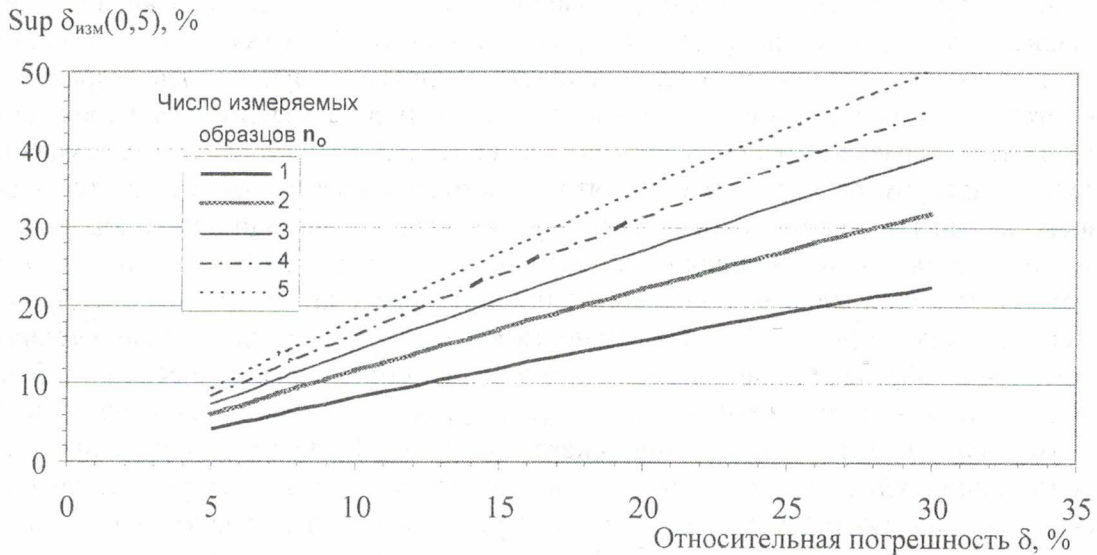
Поскольку разность  $n(\dots, \delta_{изм}) - n(\dots, 0)$  в общем случае является действительным числом (см. выражение (2)), то и заданную величину  $\Delta n$  будем считать действительной константой (не обязательно целой). При этом дополнительное число проб (образцов) будет равно величине  $\Delta n$ , округленной до ближайшего целого. Раскрывая неравенство (3), с учетом соотношений (1) и (2), получаем выражения для величины  $Sup \delta_{изм}$

$$Sup \delta_{изм}(\Delta n_o) < \sqrt{\Delta n_o} \cdot \frac{200 \cdot \ln(1 + 0,01 \cdot \delta)}{u_p}, \quad (4)$$

$$Sup \delta_{изм}(\Delta n) < \sqrt{\Delta n \cdot n_o} \cdot \frac{200 \cdot \ln(1 + 0,01 \cdot \delta)}{u_p}.$$

Как уже отмечалось, при расчетах и анализе дополнительного числа проб, необходимых для компенсации погрешности измерения при оптимизации и планировании числа отбираемых на обследуемом объекте проб, необходимых для оценки медианы его загрязнения, будем полагать  $n_0 = 1$ .

Следует отметить, что  $Sup \delta_{изм}$  обладает, в некотором смысле, универсальным свойством. Эта величина не зависит от вида обследуемого объекта, параметров пробоотбора, неоднородности загрязнения проб, технологии пробоподготовки и измерения активности. Поведение  $Sup \delta_{изм}$  при  $\Delta n = 0,5$  и доверительной вероятности  $p = 0,95$  показано на рисунке. Это наиболее жесткие требования к точности измерения (консервативная оценка  $Sup \delta_{изм}$ ).



Предельно допустимая статистическая погрешность измерения активности радионуклида в образце на уровне  $\pm 2\sigma$ , которая не оказывает значимого влияния на минимально необходимое число отбираемых проб и измеряемых образцов при  $p = 0,95$ .

При заданных требованиях к точности оценки медианы (значениях  $\delta$  и  $u_p$ ) погрешностью измерения активности радионуклидов менее  $Sup \delta_{изм}(0,5)$  можно пренебречь. Такую погрешность при планировании радиоэкологического обследования или мониторинга не нужно компенсировать отбором дополнительного числа проб или измерением активности в дополнительных образцах. Их число с учетом округления равно 0. Для другого значения  $\Delta n$  максимально допустимое значение погрешности измерения вычисляется по формуле

$$Sup \delta_{изм}(\Delta n) = Sup \delta_{изм}(0,5) \cdot \sqrt{2 \cdot \Delta n} . \tag{5}$$

Если консервативные требования к  $Sup \delta_{изм}$  по тем или иным причинам не могут быть выполнены, то для обеспечения заданных требований к точности и достоверности оценки медианы необходимо отобрать дополнительное число проб или измерить активность в дополнительных образцах. Это компенсирует погрешность измерения. Такая проблема часто возникает при измерении на спектрометре образцов с низкой активностью, когда каждое измерение требует значительного времени экспозиции. Для расчета дополнительного числа проб и измеряемых образцов удобно использовать выражение

$$\Delta n \geq \left( \frac{\delta_{изм}}{200} \right)^2 \cdot \left( \frac{u_p}{\ln(1 + 0,01 \cdot \delta)} \right)^2 . \tag{6}$$

При этом значение  $\Delta n$  округляется до ближайшего целого.



Следует отметить, что при оценке тренда плотности загрязнения дополнительное число проб  $\Delta n_{mp}$  необходимо увеличить в соответствии с соотношением  $n_{mp}(\delta) \cong n(\delta) \cdot (1 + \rho^2 \cdot 4,86 \cdot (1 - 0,77 \cdot \exp(-0,088 \cdot n_{mp}(\delta))))$  [5]. Например, если для оценки медианы плотности загрязнения безградиентной площадки необходимо отобрать  $n = 5$  основных проб почвы и  $\Delta n = 1$  для компенсации погрешности измерения, то при оценке тренда плотности загрязнения  $n_{mp} = 15$  и  $\Delta n_{mp} = 3$  соответственно.

Возможность варьирования методическими процедурами измерения, которые обеспечивают выбор наиболее оптимальной (рациональной) статистической погрешности измерения, рассмотрим на следующем примере. Пусть имеется проба почвы, отобранная на конденсационном следе чернобыльских выпадений и подготовленная к измерению в соответствии с методикой [8]. Необходимо определить активность  $^{137}\text{Cs}$  в этой пробе с относительной погрешностью  $\delta \leq 20\%$  при доверительной вероятности 0,95. Общая масса пробы  $\sim 2$  кг. Измерение активности  $^{137}\text{Cs}$  производится на спектрометре в образцах массой  $\sim 0,18$  кг. В соответствии с приведенной выше номограммой при таких требованиях к точности и достоверности статистическая погрешность измерения  $\delta_{изм} \leq 16\%$  на уровне  $\pm 2\sigma$  не приводит к увеличению числа измеряемых от пробы образцов. В работе [6] показано, что среднее квадратическое отклонения  $s_{н.пр.}$  такой пробы, обусловленное неоднородностью распределения активности в ее объеме равно  $0,05 \pm 0,03$ . В этом случае, чтобы определить активность  $^{137}\text{Cs}$  в пробе с относительной погрешностью  $\delta \leq 20\%$  при доверительной вероятности 0,95, достаточно измерить ее в одном образце со статистической погрешностью  $\delta_{изм} \leq 16\%$  на уровне  $\pm 2\sigma$ . Пусть проба слабоактивная и измерение активности  $^{137}\text{Cs}$  в образце с указанной погрешностью занимает 3 ч. Соотношение между статистической погрешностью и временем измерения активности на спектрометре для одного образца определяется выражением [4]

$$\frac{t_2}{t_1} = \left( \frac{\delta_{изм,t_1}}{\delta_{изм,t_2}} \right)^2 \quad (7)$$

Из этого выражения следует, что если измерения активности  $^{137}\text{Cs}$  в образце проводить со статистической погрешностью в три раза большей  $\delta_{изм} \approx 50\%$  на уровне  $\pm 2\sigma$ , то время измерения активности  $^{137}\text{Cs}$  в одном образце сократится в 9,8 раза и составит  $\approx 20$  мин. Однако чтобы решить поставленную задачу (определить активность  $^{137}\text{Cs}$  в пробе с относительной погрешностью  $\delta \leq 20\%$  при доверительной вероятности 0,95), необходимо измерить активность еще в нескольких дополнительных образцах. В соответствии с выражением (6) при  $\delta_{изм} \approx 50\%$  на уровне  $\pm 2\sigma$  дополнительное число измеряемых образцов равно 5. Следовательно, всего необходимо измерить активность  $^{137}\text{Cs}$  в шести образцах. Общее время, затрачиваемое на определение активности  $^{137}\text{Cs}$  в пробе, составит 2 ч.

Таким образом, при планировании работ по оценке медианы активности проб почвы, плотности загрязнения участка, удельной активности урожая на участке и т. д. с априори задаваемой точностью и достоверностью не следует стремиться к высокой точности единичного измерения активности в образце. Целесообразнее отобрать несколько дополнительных проб (обычно две, три) или образцов и измерения активности проводить с большей статистической погрешностью. К тому же при измерении активности радионуклида на спектрометре уменьшение точности единичного измерения, с одновременным увеличением числа измеряемых от пробы образцов, может существенно уменьшить общее время, необходимое для определения активности проб, особенно проб с низкой активностью.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тейлор Дж. Введение в теорию ошибок. - М.: Мир, 1985. - 272 с.
2. Новицкий П. Ф., Зограф И. А. Оценка погрешностей результатов измерений. - Л.: Энергоатомиздат, 1985. - 248 с.
3. Рудзит Я. А., Плуталов В. Н. Основы метрологии, точность и надежность в приборостроении. - М.: Машиностроение, 1991. - 304 с.
4. Хомутинин Ю.В., Кашипаров В.А., Жебровская Е.И. Оптимизация отбора и измерений проб при радиоэкологическом мониторинге: Монография. - Киев: ВІПОЛ, 2001. - 160 с.
5. Хомутинин Ю.В. Оптимизация пробоотбора при оценке плотности радиоактивных выпадений // 36. наук. праць Ін-ту ядерних досл. - 2003. - № 1 (9). - С. 145 - 155.
6. Хомутинин Ю.В. Погрешность измерения активности неоднородно загрязненных проб почвы // Там же. - № 2 (10). - С. 149 - 159.
7. Ноултер Л., Хауэлл Д., Голд Б. и др. Статистические методы контроля качества продукции. - М.: Изд-во стандартов, 1984. - 102 с.
8. Методические указания по определению содержания  $^{90}\text{Sr}$  и  $^{137}\text{Cs}$  в почвах и растениях. - М., 1985. - 64 с.

**ОПТИМІЗАЦІЯ ПОХИБКИ ВИМІРЮВАННЯ АКТИВНОСТІ РАДІОНУКЛІДІВ  
ПРИ ПРОВЕДЕННІ РАДІОЕКОЛОГІЧНИХ ОБСТЕЖЕНЬ**

**Ю. В. Хомути́нін**

Розглянуто питання оптимізації похибки вимірювання активності радіонуклідів при проведенні різних радіоекологічних обстежень. Запропоновано критерій визначення максимально допустимою похибкою вимірювання активності радіонуклідів та метод її розрахунку. Показано, що при оцінці медіани активності одиничної проби ґрунту, щільності забруднення ділянки, питомої активності врожаю на ділянці тощо із заданою точністю й вірогідністю не слід прагнути високої точності одиничного вимірювання активності у зразку. Доцільніше відібрати кілька додаткових проб або зразків і вимірювання активності проводити з більшою статистичною похибкою.

**OPTIMIZATION OF UNCERTAINTY MEASUREMENT OF RADIONUCLIDES ACTIVITY  
DURING THE PERFORMANCE OF RADIOECOLOGICAL INSPECTIONS**

**Yu. V. Khomutinin**

Some issues of optimization of uncertainty measurement during the performance of radioecological inspections are considered. The criterion of definition by maximum permitted uncertainty of radionuclide activity measurement and the methods of its calculation are proposed. It is shown that at estimation of median individual test of ground activity the density of site pollution specific activity of crop on site etc. with the set accuracy and reliability should not aspire to high accuracy of individual activity measurement in the sample. It is more preferable to select some additional tests or samples and activity measurement to be performed with more statistical uncertainty.

Поступила в редакцію 22.09.04,  
после доработки – 31.01.05.