УДК 539.17

ДИПОЛЬНА ПОЛЯРИЗОВНІСТЬ СЛАБКОЗВ'ЯЗАНИХ ЯДЕР У ЗОВНІШНЬОМУ ЕЛЕКТРИЧНОМУ ПОЛІ

К. О. Теренецький, Л. Я. Боровська, В. П. Вербицький

Інститут ядерних досліджень НАН України, Київ

Одержано вираз для амплітуди пружного розсіяння слабкозв'язаної частинки з урахуванням поляризовності налітаючої частинки без використання адіабатичного наближення. Показано, що неадіабатичність призводить до додаткової енергетичної залежності амплітуди розсіяння та потенціалу динамічної поляризовності.

При пружному підбар'єрному розсіянні дейтрона можуть проявлятися його індивідуальні внутрішні динамічні властивості: поляризовність, електричний розвал тощо. Ці ефекти можуть призводити до значного відхилення перерізів пружного розсіяння від резерфордівського [1 - 4].

Поляризовність, пов'язану з віртуальними збудженнями дейтрона, уперше було розглянуто в адіабатичному наближенні [3], згідно з яким для кожного положення дейтрона статична поляризація призводить до додаткової взаємодії дейтрона з ядром. Умовою адіабатичності є нерівність

$$\gamma \equiv \frac{\varepsilon_0}{\hbar}\frac{R_t}{v_d} >> 1 . \qquad (1)$$

Тобто адіабатичне наближення можна використовувати тоді, коли частота віртуальних збуджень $\omega = \varepsilon_0 / \hbar$ є великою порівняно із зворотним часом зіткнення v_d / R_t, де ε_0 - енергія зв'язку дейтрона, v_d - швидкість дейтрона, $R_t = Z_T Z_p e^2 / E_d$ - відстань найбільшого зближення дейтрона з ядром, Z_T - заряд ядра-мішені, Z_p - заряд протона, E_d - кінетична енергія дейтрона. Але, як було показано нами раніше [5], умови використання адіабатичного наближення можуть порушуватися за підбар'єрних енергій в околі класичних точок повороту в кулонівському полі.

У даній роботі запропоновано неадіабатичний підхід до визначення поляризовності дейтрона при його пружному розсіянні кулонівським полем важких ядер за під- та прибар'єрних енергій.

Розглянемо розсіяння дейтрона (d) з масою m_d і зарядом Z_p, що складається з зарядженого кластера (p) з масою і зарядом m_p, Z_p відповідно та нейтрального кластера (n) з масою m_n, електричним полем нескінченно важкого точкового ядра з зарядом Z_T. За вказаних умов точне рівняння, що описує рух n-p пари в зовнішньому електричному полі, має вигляд [6]

$$(E - \hat{T} - V_p - V_{np})\Psi(\vec{R},\vec{r}) = 0, \qquad (2)$$

де $E = E_d - \varepsilon_0$; $\hat{T} = \hat{T}_{\vec{R}} + \hat{T}_{\vec{r}}$, $\hat{T}_{\vec{R}} = -\hbar^2 \Delta_{\vec{R}} / 2m_d$, $\hat{T}_{\vec{r}} = -\hbar^2 \Delta_{\vec{r}} / 2\mu$ – оператори кінетичної енергії, в яких диференціювання проводиться по компонентах векторів $\vec{R}$ і $\vec{r}$ відповідно: $\vec{R}$ – радіус-вектор центра інерції дейтрона; $\vec{r}$ – вектор взаємної відстані (між нейтроном та протоном у дейтроні); $\vec{R} = (m_n \vec{r}_n + m_p \vec{r}_p) / m_d$, $\vec{r} = \vec{r}_n - \vec{r}_p$, $\vec{r}_p$, $\vec{r}_n$ – радіус-вектор протона й нейтрона відповідно; $\mu = m_n m_p / m_d$, $m_d = m_n + m_p$; $V_p = Z_p Z_T e^2 / r_p$ – кулонівський потенціал взаємодії дейтрона з ядром; $V_{np}(r)$ – потенціал *n-p* взаємодії в дейтроні; $\Psi(\vec{R},\vec{r})$ – повна хвильова функція системи.

Амплітуда пружного розсіяння дейтрона на кут θ має вигляд [7, 8]

$$f(\theta)=f_C(\theta)+\Delta f(\theta), \tag{3}$$

$$\Delta f(\theta)=-\frac{m_d}{2\pi\hbar^2}\Delta T(\theta), \tag{4}$$

$$\Delta T(\theta)\approx\left\langle \mathrm{X}_C^{-}\varphi_0\left|\Delta V(E^+-\hat{T}-V_p)^{-1}\Delta V\right|\varphi_0\mathrm{X}_C^{+}\right\rangle, \tag{5}$$

де $f_C(\theta)$ – амплітуда чисто кулонівського розсіяння дейтрона; $\Delta f(\theta)$ – додаткова амплітуда, зумовлена зміною внутрішнього стану налітаючої частинки в процесі розсіяння; $X_C^{\pm}(\vec{k}_d,\vec{R})$ – кулонівська функція, $k_d=\sqrt{2m_dE_d/\hbar^2}$; $\varphi_0(r)$ – внутрішня хвильова функція вільного дейтрона; $\Delta V\equiv V_p-V_d$, $V_d\equiv Z_pZ_Te^2/R$; $E^+=E_d-\varepsilon_0+i0$.

Розрахуємо тільки дійсну частину компоненти ΔT. Зважаючи на слабку енергетичну залежність дійсної частини амплітуди [9], можна замінити у виразі (5) оператор $(E^+-\hat{T}-V_p)^{-1}$ на $(E^+-\hat{T}-V_d)^{-1}$, тоді

$$\Delta T\approx\frac{1}{(2\pi)^3}\int d\vec{k}\int d\vec{R}d\vec{R}'\mathrm{X}_C^{(-)^*}(\vec{k}_d',\vec{R}')\mathrm{X}_C^{(+)}(\vec{k},\vec{R}')I_{\vec{f}}\mathrm{X}_C^{(+)^*}(\vec{k},\vec{R})\mathrm{X}_C^{(+)}(\vec{k}_d,\vec{R}), \tag{6}$$

$$I_{\vec{f}}=\frac{1}{(2\pi)^3}\int\frac{d\vec{f}}{E^+-E_k-\varepsilon_f}\left[\int d\vec{r}d\vec{r}\,'\left(\varphi_0(r')\Delta V(\vec{R}',\vec{r}\,')e^{i\vec{f}\vec{r}\,'}\right)\left(\varphi_0(r)\Delta V(\vec{R},\vec{r})e^{-i\vec{f}\vec{r}}\right)\right]. \tag{7}$$

де $E_k=(k^2\hbar^2)/(2m_d)$, $\varepsilon_f=(f^2\hbar^2)/(2\mu)$. Спосіб обчислення інтеграла (7) та знаходження додаткової амплітуди $\Delta f(\theta)$ наведено в додатку.

Інтегруючи формулу (6), отримаємо в дипольному наближенні вираз для дійсної частини амплітуди пружного розсіяння дейтрона на кут θ (див. додаток)

$$f(\theta)=f_C(\theta)\{1+B(\gamma)\Delta f_a(\theta)\}, \tag{8}$$

$$\Delta f_a(\theta)=i(Z_Te)^2\frac{m_d}{2\hbar^2}\beta^{(1)}\frac{k_d^2}{\eta_d^3}I_3(\overline{\theta}), \tag{9}$$

$$I_3(\overline{\theta})\equiv\pi^{-1}\sin^2(\overline{\theta}/2)\int\limits_{-\infty}^{\infty}\exp(-x^2/2-2|x|)dx, \tag{10}$$

де $\Delta f_a(\theta)$ – дипольна складова додаткової амплітуди пружного розсіяння дейтронів підбар'єрних енергій кулонівським полем в адіабатичному наближенні.

Порівнюючи вираз для додаткової амплітуди (9) з виразом, отриманим у роботі [3], для дипольної складової амплітуди пружного розсіяння дейтронів підбар'єрних енергій кулонівським полем в адіабатичному наближенні, приходимо до висновку, що вони практично співпадають для всіх $\overline{\theta}$. На рис. 1 показано кутову залежність $I_3(\overline{\theta})$, що отримана в роботі [3] за адіабатичною теорією, та $I_3(\overline{\theta})$ з даної роботи. Це означає, що $I_3(\overline{\theta})$ враховує ефекти, пов'язані з поляризацією дейтрона при пружному розсіянні в адіабатичному наближенні. Ця добавка наближається до нуля при $\theta=0$ і зростає із збільшенням кута розсіяння θ.

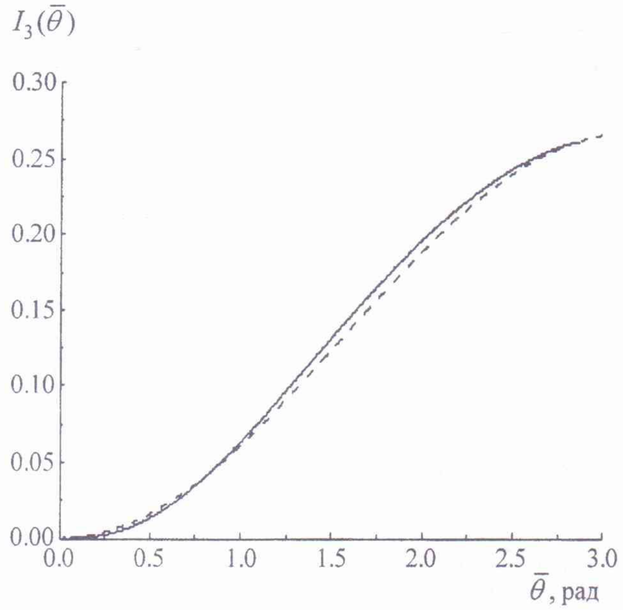

Рис. 1. Залежність $I_3(\bar{\theta})$ з роботи [3] (суцільна крива) та $I_3(\bar{\theta})$ з даної роботи (штрих) від $\bar{\theta}$.

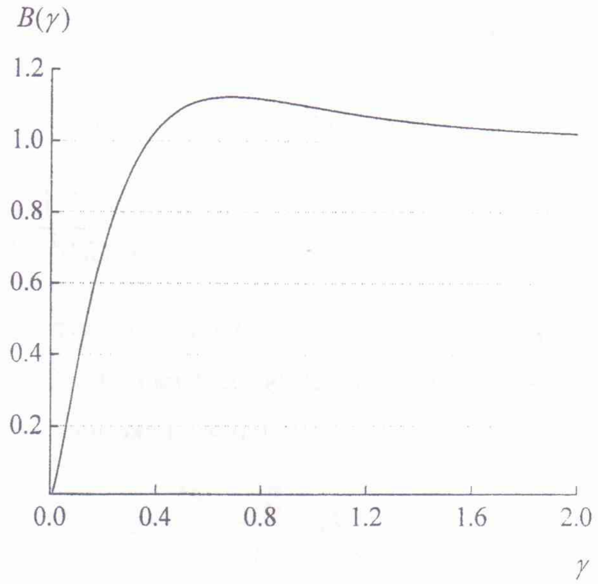

Рис. 2. Енергетична залежність множника амплітуди пружного розсіяння $B(\gamma)$, який враховує неадіабатичність.

Залежність $B(\gamma)$ від енергії налітаючої частинки показано на рис. 2. При малих енергіях ($\gamma \to \infty$, $B(\gamma) \to 1$) справедливе адіабатичне наближення. Із збільшенням енергії ($\gamma \to 0$, відповідно, $B(\gamma) \to 0$) поляризаційні ефекти зникають. Представлення амплітуди пружного розсіяння дейтрона (8) дозволяє інтерпретувати $B(\gamma)$ як множник, що враховує неадіабатичність.

Виходячи з цього, вираз для дійсної частини потенціала динамічної поляризовності одержаний у роботах [3, 7], у дипольному адіабатичному наближенні слід помножити на $B(\gamma)$ також

$$\operatorname{Re}\delta V(R) = -\frac{1}{2} B(\gamma)\beta^{(1)} \left(\frac{Z_T e}{R^2}\right)^2 .$$

Запропонований неадіабатичний підхід можна узагальнити на випадок пружного розсіяння довільних слабкозв'язаних дейтроноподібних частинок електричним полем.

Додаток

Обчислимо інтеграл (7). Для цього виберемо хвильову функцію вільного дейтрона φ_0 в наближенні нульового радіуса дії [10]

$$\varphi_0(r) \approx \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}} \frac{e^{-\alpha r}}{r}, \tag{Д 1}$$

де $\alpha = (2\mu\varepsilon_0 / \hbar^2)^{1/2}$.

Для ΔV обмежимось дипольним наближенням

$$\Delta V(\vec{r}, \vec{R}) \approx \frac{4\pi}{3} \frac{m_n}{m_d} Z_p Z_T e^2 \frac{r}{R^2} \sum_q Y_{1q}(\hat{r}) Y_{1q}^*(\hat{R}), \tag{Д 2}$$

де Y_{1q} – сферичні гармоніки.

Підставляючи вирази (Д 1), (Д 2) та розклад експоненти по сферичним гармонікам у рівняння (7) проінтегруємо по змінних $\vec{r}$, $\vec{r}\,'$ та $\vec{f}$, скористаємось властивістю ортогональності сферичних гармонік і одержимо

$$I_{\vec{f}} = \frac{64}{9}\frac{2\mu}{\hbar^2}\alpha\left(\frac{m_n}{m_d}\right)^2 \frac{\left(Z_p Z_T e^2\right)^2}{R^2(R')^2}\sum_q Y_{1q}(\hat{R}')Y^*_{1q}(\hat{R})\int_0^\infty \frac{f^4}{(f^2+\alpha^2)^4}\frac{df}{p^2-f^2+i0}, \qquad (Д\ 3)$$

де $p^2 \equiv (2\mu/\hbar^2)(E-E_k)$. Оскільки розраховується тільки дійсна частина ΔT, то необхідно взяти головне значення інтеграла в (Д 3). Виконаємо заміну змінних $x = f^2$, $x\in[0,\infty)$; $y = p^2/\alpha^2$, $y\in(-\infty,0)\cup(0,\infty)$ і скористаємося перетворенням Гілберта

$$I_f = \int_0^\infty \frac{f^4}{(f^2+\alpha^2)^4}\frac{df}{p^2-f^2} = -\frac{1}{2\alpha^5}\int_0^\infty \frac{x^{3/2}}{(x+1)^4}\frac{dx}{x-y}. \qquad (Д\ 4)$$

У результаті маємо [11]

$$I_f = -\frac{\pi}{32\alpha^5}F(y), \qquad (Д\ 5)$$

$$F(y) \equiv F((E_d-E_k)/\varepsilon_0 - 1) = \begin{cases} (3/8)(-y)^{3/2}\,{}_2F_1(4,\ 5/2;\ 5;\ 1+y), & y<0 \\ -(1+y)^{-2}\,{}_2F_1(-3,\ 1;\ -1/2;\ (1+y)^{-1}), & y>0. \end{cases} \qquad (Д\ 6)$$

Можна показати, що

$$(-y)^{3/2}\,{}_2F_1(4,\ 5/2;\ 5;\ 1+y) = \frac{8}{3}\frac{1+4\sqrt{-y}-y}{(1+\sqrt{-y})^4}, \qquad (Д\ 7)$$

$$\frac{1}{(1+y)^2}\ {}_2F_1(-3,\ 1;\ -1/2;\ (1+y)^{-1} = -\frac{1+9y-9y^2-y^3}{(1+y)^4}. \qquad (Д\ 8)$$

Підставимо вирази (Д 6), (Д 7) та (Д 8) в (Д 5):

$$I_f = -\frac{\pi}{32\alpha^5}\begin{cases} \dfrac{1+4\sqrt{-y}-y}{(1+\sqrt{-y})^4}, & y<0 \\[2ex] \dfrac{1+9y-9y^2-y^3}{(1+y)^4}, & y>0. \end{cases} \qquad (Д\ 9)$$

Використовуючи (Д 3), (Д 9) та ортогональність сферичних гармонік, проінтегруємо вираз (6) по $\hat{R}$, $\vec{R}\,'$, $\hat{k}$:

$$\Delta T = -\frac{1}{(6\pi)^2}\left(\frac{m_n}{m_d}\right)^2\frac{(Z_p Z_T e^2)^2}{\varepsilon_0\alpha^2}\frac{(4\pi)^2}{k_d^2}\sum_l (2l+1)e^{2i\sigma_l} I_l P_l(\vec{k}_d\vec{k}_d'/(k_d k_d')), \qquad (Д\ 10)$$

$$I_l = \int_0^\infty dk \sum_L (2L+1)(C^{10}_{l0L0})^2\left\{\int_0^\infty \frac{dR}{R^2}F_l(k_d R)F_L(kR)\right\}^2 F\left(\frac{E_d-E_k}{\varepsilon_0}-1\right), \qquad (Д\ 11)$$

де $P_l(\vec{k}_d\vec{k}_d^{'}/(k_dk_d^{'}))$ - поліном Лежандра, C_{l0L0}^{10} - коефіцієнт Клебша - Гордана:

$$(2L+1)(C_{l0L0}^{10})^2 = 3(C_{l0L0}^{10})^2 = \frac{3}{2l+1}\left\{\begin{matrix} l+1 & при & L=l+1 \\ l & при & L=l-1 \end{matrix}\right\}.$$

Оскільки

$$\frac{l+1}{2l+1} \approx \frac{1}{2},$$

то

$$I_l \approx \frac{3}{2}\left\{J_{l,l+1} + J_{l,l-1}\right\}, \qquad (Д\ 12)$$

де

$$J_{l,l\pm1} = \int_0^\infty \left\{\int_0^\infty \frac{dR}{R^2} F_l(k_dR)F_{l\pm1}(kR)\right\}^2 F\left(\frac{E_d - E_k}{\varepsilon_0} - 1\right)dk, \qquad (Д\ 13)$$

Інтеграл по змінній R у виразі (Д 13) широко використовується в теорії кулонівського розсіяння [12]. Інтегруючи вираз (Д 13) по змінній R та підставляючи його у вираз (Д 12) отримаємо

$$I_l \approx 3\int_0^\infty \frac{k_d^2k^2}{[(k_d+k)/2]^2}\frac{1}{16}\frac{1}{[(\eta_d+\eta_k)/2]^2} S_1(\bar{\theta},\tilde{\xi})F\left(\frac{E_d-E_k}{\varepsilon_0} - 1\right)dk, \qquad (Д\ 14)$$

$$S_1(\bar{\theta},\tilde{\xi}) \approx 4\sin^2(\bar{\theta}/2)\exp\{-2\tilde{\xi}^2 - 4|\tilde{\xi}|\}, \qquad (Д\ 15)$$

$$\sin^2\frac{\bar{\theta}}{2} = \frac{[(\eta_d+\eta_k)/2]^2}{[(\eta_d+\eta_k)/2]^2 + (l+1/2)^2}, \qquad (Д\ 16)$$

де η_d, η_k - параметри Зомерфельда; $\tilde{\xi} = \gamma(E_d - E_k)/2\varepsilon_0$. Оскільки головний внесок у (Д 14) дає область $k \approx k_d$ (через експоненціальне зменшення $S_1(\bar{\theta},\tilde{\xi})$ з ростом $\tilde{\xi}$), то у виразах, що не мають різниці $\eta_d - \eta_k$ та $k_d - k$, можемо замінити $k \approx k_d$ та $\eta_k \approx \eta_d$:

$$I_l \approx \frac{3}{16}\frac{k_d^2}{\eta_d^2}\int_0^\infty S_1(\bar{\theta},\tilde{\xi})F\left(\frac{E_d-E_k}{\varepsilon_0} - 1\right)dk, \qquad (Д\ 17)$$

$$\sin^2\frac{\bar{\theta}}{2} \approx \frac{\eta_d^2}{\eta_d^2 + (l+1/2)^2}. \qquad (Д\ 18)$$

Враховуючи гаусову поведінку $S_1(\bar{\theta},\tilde{\xi})$ при $E_k \to E_d$, вираз (Д 14) набуде вигляду

$$I_l \approx \frac{3}{8\gamma}\frac{k_d^3}{\eta_d^2}\frac{\varepsilon_0}{E_d}\sin^2(\bar{\theta}/2)\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}x^2 - 2|x|}F(-1 - x/\gamma)dx, \qquad (Д\ 19)$$

де $x = \gamma(E_k - E_d)/\varepsilon_0$, $|E_d/\varepsilon_0| >> 1$.

Таким чином, підставивши вирази (Д 10), (Д 11), (Д 19) у формулу (4) і зробивши елементарні перетворення, отримаємо

$$\Delta f(\theta) \approx i\frac{4}{3\pi}\frac{m_d}{\hbar^2}(Z_Te)^2\left[\frac{1}{8}\left(\frac{m_n}{m_d}\right)^2\frac{(Z_pe)^2}{\varepsilon_0}\frac{1}{\alpha^2}\right]\frac{k_d^2}{\eta_d^3}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{x^2}{2}-2|x|}F(-1-x/\gamma)dx\times$$
$$\times\frac{1}{2ik_d}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)e^{2i\sigma_l}\sin^2\frac{\bar{\theta}}{2}P_l(\cos\theta). \quad (Д\ 20)$$

Представимо $\Delta f(\theta)$ у вигляді розкладу по парціальних хвилях

$$\Delta f(\theta) = \frac{1}{2ik_d}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)(S_l-1)e^{2i\sigma_l}P_l(\cos\theta), \quad (Д\ 21)$$

$$S_l - 1 = B(\gamma)\Delta f_a(\theta), \quad (Д\ 22)$$

$$\Delta f_a(\theta) = i(Z_Te)^2\frac{m_d}{2\hbar^2}\beta^{(1)}\frac{k_d^2}{\eta_d^3}I_3(\bar{\theta}), \quad (Д\ 23)$$

де $\beta^{(1)} = (Z_pe)^2(m_n/(m_d\alpha))^2/(8\varepsilon_0)$ – дипольна поляризовність дейтрона, що розглядалася в роботі [2]; $I_3(\bar{\theta}) \equiv \pi^{-1}\sin^2(\bar{\theta}/2)\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-x^2/2-2|x|)dx$;

$B(\gamma) \equiv \int_{-\infty}^{\infty}\exp(-x^2/2-2|x|)F(-1-x/\gamma)dx/[F(-1)\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-x^2/2-2|x|)dx]$ - енергетичний множник, що враховує неадіабатичність руху налітаючої частинки.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Oppenheimer J. R., Phillips M.* Note on the Transmutation Function for Deuterons // Phys. Rev. - 1935. - Vol. 43. - P. 500.
2. *Ramsey N. F., Malenka B. J., Kruse U. E.* Polarizability of the Deuteron // Phys. Rev. - 1953. - Vol. 91. No. 5. - P. 1162.
3. *Абелішвілі Т. Л., Ситенко О. Г.* Електрична поляризація дейтрона при розсіянні в кулонівському полі // УФЖ. - 1961. - Т. 6, № 1. - С. 3.
4. *Andres M. V., Gomez-Camacho J., Nagarajan M. A.* Dynamic polarization potential by dipole Coulomb excitation // Nucl. Phys. A - 1994. - Vol. 579. - P. 273.
5. *Вербицький В. П., Жукалюк Л. Я., Теренецький К. О.* Критерій адіабатичного наближення для розв`язку задачі розсіяння слабкозв`язаних частинок кулонівським полем // Зб. наук. праць Ін-ту ядерних досл. - 2000. - № 2. - С. 20.
6. *Базь А. И., Зельдович Я. Б., Переломов А. М.* Рассеяние реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. - М.: Наука, 1972. - 544 с.
7. *Вербицкий В. П., Теренецкий К. О.* Учет поляризуемости и развала дейтронов при описании их упругого рассеяния тяжелыми ядрами // Изв. АН СССР. Сер. физ. - 1985. - Т. 49, № 5. - С. 1423.
8. *Вербицкий В. П.* Динамические эффекты при упругом рассеянии дейтронов электрическим полем ядер: Дис. …канд. физ.-мат. наук / ИЯИ АН УССР. - Киев, 1985. - 115 с.
9. *Вербицький В. П., Жукалюк Л. Я., Теренецький К. О.* ВКБ-наближення для функції Гріна двох невзаємодіючих частинок у зовнішньому електричному полі // Зб. наук. праць Ін-ту ядерних досл. - 2003. - № 3 (11). - С. 24.
10. *Ситенко А. Г.* Теория рассеяния - Киев: Вища шк., 1975. - 256 с.
11. *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Таблицы интегральных преобразований // Преобразования Бесселя. Интегралы от специальных функций / Пер. с англ. Н. Я. Виленкина. - М.: Наука, 1970. - Т. 2. - 335 с.
12. *Альдер К.., Бор О., Хус Т. и др.* Изучение структуры ядра при кулоновском возбуждении ионами // Деформация атомных ядер. - М.: ИЛ, 1958. - 383 с.

ДИПОЛЬНАЯ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЬ СЛАБОСВЯЗАННЫХ ЯДЕР ВО ВНЕШНЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

К. О. Теренецкий, Л. А. Боровская, В. П. Вербицкий

Получено выражение для амплитуды упругого рассеяния слабосвязанной частицы с учетом поляризуемости налетающей частицы без использования адиабатического приближения. Показано, что неадиабатичность приводит к дополнительной энергетической зависимости амплитуды рассеяния и потенциала динамической поляризуемости.

DIPOLE POLARIZABILITY OF WEAKLY-BOUND NUCLEI IN THE EXTERNAL ELECTRIC FIELD

K. O. Terenetsky, L. Ya. Borowska, V. P. Verbitsky

The expression for the weakly-bound particle elastic scattering amplitude with taking into account the polarizability of incident particle without using of the adiabatic approximation has been obtained. It is shown that the non-adiabatic effects are the ground of additional energy dependence of the scattering amplitude and the dynamic polarizability potential.

Надійшла до редакції 09.02.04,
після доопрацювання – 27.04.04.