

## СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕХОДА РАДИОНУКЛИДОВ ИЗ ПОЧВЫ В РАСТЕНИЯ И МИНИМАЛЬНО НЕОБХОДИМОЕ ЧИСЛО СОПРЯЖЕННЫХ ПРОБ ДЛЯ ИХ ДОСТОВЕРНОЙ ОЦЕНКИ

Ю. В. Хомутинин

Украинский научно исследовательский институт  
сельскохозяйственной радиологии (УкрНИИСХР), Киев

Оценены статистические характеристики наблюдаемых коэффициентов перехода  $^{137}\text{Cs}$  и  $^{90}\text{Sr}$  в цепи "почва - растение". Рассмотрены вопросы планирования отбора сопряженных проб "почва - растение" для оценки коэффициентов перехода с заданной достоверностью. Предложены методы расчета минимально необходимого числа сопряженных проб для получения таких оценок.

Вследствие Чернобыльской аварии радиоактивными выпадениями была загрязнена огромная территория с развитым сельскохозяйственным производством. Радиоактивному загрязнению подверглись поля, луга и пастбища с различными типами почв, ландшафтными особенностями и агрехимическими характеристиками, где растительность имеет богатый видовой состав и возделывается множество сельскохозяйственных культур с разной агротехнологией. На этих территориях в зависимости от агрехимических характеристик почв даже усредненные коэффициенты перехода  $^{137}\text{Cs}$  из почвы в растения различаются для зерновых и кормовых культур до 30 раз, сена и овощных культур до 13; коэффициенты перехода  $^{90}\text{Sr}$  для зерновых и овощных культур до 30 раз, сена и кормовых культур до 14 [12].

Проблема производства нормативно "чистой" продукции на загрязненных территориях потребовала разработки и внедрения контрмер, снижающих поступление радионуклидов из почвы в растения. В основе выбора наиболее эффективных контрмер, технологий сельскохозяйственного производства и, в конечном счете, стратегии сельскохозяйственной реабилитации загрязненных радионуклидами территорий лежит статистически достоверное различие между коэффициентами перехода для тех или иных условий. Получение достоверных оценок коэффициентов перехода и достоверных различий между ними связано с отбором и измерением большого количества сопряженных проб "почва - растение", под которыми понимается проба растений и проба почвы, отобранные непосредственно в месте произрастания растений. Ограниченностю средств, выделяемых на радиоэкологические исследования, и значительные затраты, необходимые для отбора и измерений проб, сделали актуальным вопрос оптимизации числа отбираемых проб при обеспечении необходимой точности оценок коэффициентов перехода радионуклидов из почвы в растения.

С точки зрения конечной цели радиоэкологических исследований в работе рассмотрены две задачи планирования минимально необходимого числа сопряженных проб "почва - растение": 1) оценка среднего значения коэффициента перехода с заданной относительной погрешностью; 2) достоверное подтверждение заданного различия между двумя коэффициентами перехода. Решение этих задач возможно при наличии той или иной информации о типе распределения коэффициента перехода и его вариабельности. Настоящая работа является обобщением и развитием системного подхода к оптимизации отбора сопряженных проб "почва - растение" при оценки коэффициентов перехода [1]. В ней получены оценки и проведен анализ статистических характеристик коэффициентов перехода  $^{137}\text{Cs}$  и  $^{90}\text{Sr}$  в цепи "почва - растение" в пределах однородных по агрехимическим характеристикам участков почвы полей, лугов, сенокосов и других угодий. Предложен метод расчета минимально необходимого числа сопряженных проб "почва - растение" для их достоверной оценки.

## Статистические характеристики коэффициентов перехода

Коэффициент перехода ( $Kn$ ) радионуклида из почвы в растения определяется соотношением  $Kn = C_p / C_n$  и является случайной величиной как функция двух случайных коррелированных величин:  $C_p$ (Бк/кг) – удельного содержания радионуклида в биомассе растений (на сухую массу) и  $C_n$ (кБк/м<sup>2</sup>) – плотности загрязнения почвы радионуклидом в месте произрастания растений. Он зависит от агрохимических характеристик почвы [2] и, в общем случае, от времени, прошедшего с момента радиоактивных выпадений [3]. Поэтому рассматривать его распределение вероятностей будем в конкретный момент времени и в некоторой точке (на площадке) с постоянными (средними) агрохимическими характеристиками почвы.

Как показано в [1],  $C_p$  и  $C_n$  удовлетворительно описываются логнормальными законами распределения вероятностей. Исходя из совместной плотности распределения величин  $C_p$  и  $C_n$  на безградиентных по загрязнению и агрохимическим показателям участках, распределение  $Kn$  также будет описываться логнормальным законом [4, 5]

$$f(Kn) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot Kn \cdot s_{kn}} e^{-\frac{(\ln(Kn)-k)^2}{2s_{kn}^2}}, \quad (1)$$

где  $k = \mu_p - \mu_n$  – среднее значение логарифма  $Kn$ ;  $\mu_p$  ( $\mu_n$ ) – средний логарифм удельного содержания радионуклида в растениях (плотности загрязнения);  $s_{kn}$  – среднее квадратическое отклонение логарифма  $Kn$ .

Эмпирическое распределение вероятностей  $Kn$  можно получить непосредственно на основе измерений содержания радионуклида в сопряженных пробах “почва – растение”. Тот факт, что аппроксимация этого эмпирического распределения логнормальным законом дает хорошие результаты, подтверждается статистическим анализом результатов многочисленных измерений <sup>137</sup>Cs и <sup>90</sup>Sr в сопряженных пробах “почва – растение”. На рис. 1 и 2, в качестве примера, показаны типичные эмпирические гистограммы и соответствующие им логнормальные распределения  $Kn$  <sup>137</sup>Cs и <sup>90</sup>Sr, полученные по результатам измерения сопряженных проб “почва – растение”, отобранных на экспериментальных площадках [1] и в результате комплексного мониторинга сельскохозяйственной продукции [6].

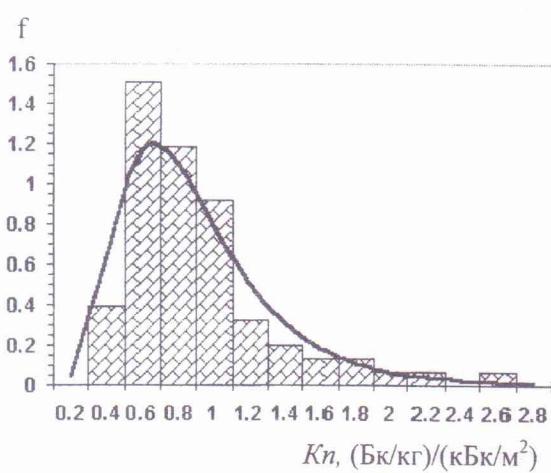


Рис. 1. Распределение  $Kn$  <sup>137</sup>Cs из почвы в овес на экспериментальной площадке "Куповатое".

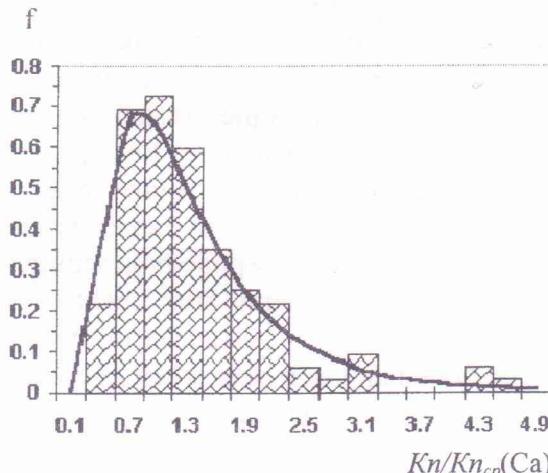


Рис. 2. Распределение нормированного по кальцию  $Kn$  <sup>90</sup>Sr из почвы в рожь по результатам мониторинга.

Ранее аналогичные выводы о логнормальности распределения  $Kn^{137}\text{Cs}$  в растения были сделаны в работе [7]. В ней анализировались  $Kn$ , нормированные по агрохимическим показателям полей, оцененные по результатам измерения усредненных по участку сопряженных проб “почва - растение”, отобранных на полях и угодьях 31 хозяйства. Исследования охватывали основные зерновые, кормовые и овощные сельскохозяйственные культуры Украинского Полесья и основные типы почв (дерново-подзолистые, серые лесные и черноземы оподзоленные), загрязненных радионуклидами районов Киевской, Житомирской, Ровенской и Черниговской областей.

Другим показателем, которым пользуются для характеристики перехода радионуклидов из почвы в растения, является коэффициент накопления  $Kn = \frac{C_p}{A_p}$ , где

$A_p$ (Бк/кг) – удельное содержание радионуклида в почве (на сухую массу) [2]. Вид распределения  $Kn$  накопления будет такой же, как и  $Kn$ , причем с той же дисперсией  $s_{kn}^2 = s_{Kn}^2$ , поскольку эти показатели различаются постоянным множителем.

Для дисперсии логарифма  $Kn$  имеет место соотношение  $s_{kn}^2 = \ln\left(\frac{s_{Kn}^2}{\bar{Kn}^2} + 1\right)$ , где

$Kn(S_{Kn})$  – среднее значение (среднее квадратическое отклонение)  $Kn$  [5]. Отсюда коэффициент вариации  $W_{Kn} = \frac{S_{Kn}}{\bar{Kn}} \cong s_{kn}$ . Безразмерная величина  $s_{kn}$  не зависит от абсолютного значения  $Kn$  и является удобной мерой его вариабельности.

Статистические оценки и анализ величины  $s_{kn}$  для  $Kn^{137}\text{Cs}$  и  $^{90}\text{Sr}$  были проведены автором на основе многочисленных измерений сопряженных проб “почва - растение”. При анализе использовались результаты, полученные как в процессе проведения специальных исследований УкрНИИСХР на безградиентных площадках [1], так и опубликованные результаты многолетнего экспериментального изучения под руководством П. Ф. Бондаря [8 - 10] биологической доступности изотопов цезия и стронция для различных сельскохозяйственных культур и типов почв и результаты комплексного мониторинга [6].

Специальные исследования вариабельности  $Kn^{137}\text{Cs}$  проводились на экспериментальных площадках, которые располагались на топливных и конденсационных следах радиоактивных выпадений. Площадки, загрязненные преимущественно топливной компонентой, находились в 30-километровой зоне ЧАЭС, а площадки, загрязненные конденсационной компонентой, располагались как в 30-километровой зоне, так и за ее пределами. Исследования проводились на основных сельскохозяйственных культурах (ржань, овес, озимая пшеница) и широко распространенных дикорастущих растениях (вейник наземный – типичный представитель лугов и пастбищ, ослинник – корм диких животных). Сопряженные пробы “почва - растение” отбирались в узлах регулярной сетки. Шаг регулярной сетки для сельскохозяйственных культур (пахотные поля) составлял 10 и 2 м, а для дикорастущих растений – 10, 2 и 1 м в зависимости от однородности растительного покрова. Площадь отбора одной пробы растений представляла собой круг  $\varnothing 0,2 - 1$  м в зависимости от густоты произрастания растений. По центру этой площади отбиралась пробы почвы с помощью пробоотборника с рабочим  $\varnothing 3,7$  см на глубину 30 см, в круге с  $\varnothing 0,15 - 0,2$  м.

Содержание  $^{137}\text{Cs}$  в каждой пробе почвы и растений определялось измерением на  $\gamma$ -спектрометре одного образца объемом 100 см<sup>3</sup> (цилиндрической геометрии  $\varnothing = 6,8$  см,  $h = 3$  см), взятого от пробы. Средняя погрешность измерения активности в образцах почвы  $\delta_{изм,n} \leq 10\% (\pm 2\sigma)$ , а растений  $\delta_{изм,p} \leq 10\% (\pm \sigma)$ .

Используя результаты проведенного пробоотбора, методами геостатистического анализа [13] было установлено, что радиус влияния пробы почвы не превышает 1 м, а радиус влияния пробы растений 10 м. Под радиусом влияния пробы понимается минимальное

расстояние между точками отбора проб (центрами места отбора), начиная с которого их активности являются статистически независимыми величинами. Таким образом, расстояние между центрами отбора сопряженных проб “почва - растение” 10 м обеспечивает их статистическую независимость.

При дальнейшем изложении приведенные выше параметры и условия отбора проб почвы и растений, а также погрешности измерения условно будем считать базовыми.

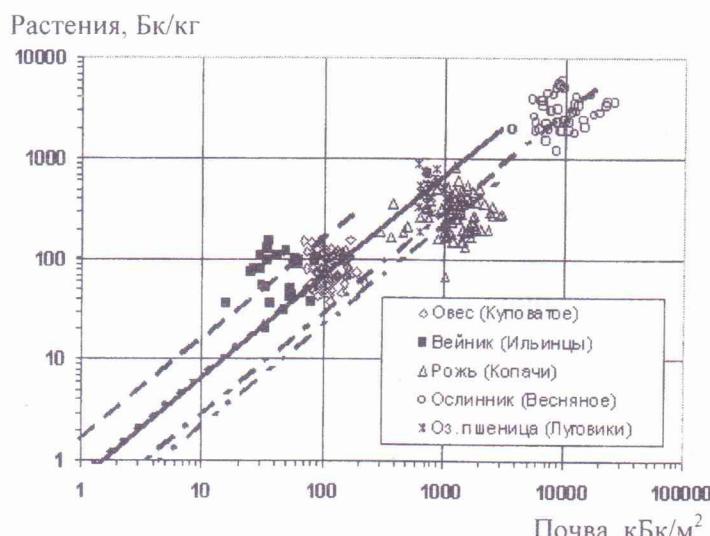


Рис. 3. Соотношение между плотностью загрязнения почвы  $^{137}\text{Cs}$  и его содержанием в растениях на экспериментальных площадках.

Дисперсия логарифма  $Kn$  может быть получена двумя способами. С одной стороны, ее можно оценить на основе выражения

$$s_{kn}^2 = s_p^2 + s_n^2 - 2 \cdot r_{n,p} \cdot s_p \cdot s_n, \quad (2)$$

где  $s_p^2$  – дисперсия логарифма удельного содержания радионуклида в растениях;  $s_n^2$  – дисперсия логарифма плотности загрязнения;  $r_{n,p}$  – коэффициент корреляции между  $\mu_p$  и  $\mu_n$ . Для этого необходимо знать величины  $s_p$ ,  $s_n$  и  $r_{n,p}$ . Эти величины для площади пробоотбора проб почвы  $> 0,005 \text{ m}^2$  и приведенных выше значениях относительной погрешности измерения содержания  $^{137}\text{Cs}$  в образцах проб почвы и растений оценены в работах [1, 11]:  $s_p = 0,39(\pm 0,12)$ ,  $s_n = 0,31(\pm 0,1)$ . Модуль наблюдаемого  $r_{n,p}$  для всех рассмотренных растений на безградиентных по загрязнению и агрохимическим показателям площадках находится в диапазоне 0,01 – 0,32. Все оценки, полученные на основе формулы (2), будем называть расчетными. На рис. 4 приведены значения  $s_{kn}$ , полученные по формуле (2) для экспериментальных площадок. Последующее усреднение полученных значений дает величину  $s_{kn} = 0,49(\pm 0,14)$ . При малых значениях  $r_{n,p}$  для дисперсии  $Kn$  на безградиентных по загрязнению и агрохимическим показателям площадках имеет место консервативная оценка  $s_{kn} = \sqrt{s_p^2 + s_n^2} \cong 0,5(\pm 0,13)$ .

С другой стороны, оценку среднего квадратического отклонения логарифма  $Kn$   $^{137}\text{Cs}$  можно получить непосредственно из результатов измерения сопряженных проб “почва - растение”, отобранных на экспериментальных площадках (прямые оценки) (см. рис. 4). В ре-

Для сопряженных проб “почва - растение” на таких площадках не наблюдается четкой зависимости между  $C_p$  и  $C_n$ , и все отклонения как плотности загрязнения почвы, так и удельного содержания радионуклида в растениях имеют случайный характер (рис. 3). На рисунке прямыми линиями отображены концентрационные зависимости  $C_p = Kn \cdot C_n$  для каждого вида растений и для среднего по площадке  $Kn$ . Видно, что при существующих статистических разбросах экспериментально наблюдать концентрационную зависимость между  $C_p$  и  $C_n$  можно только при различии плотности загрязнения в точках пробоотбора на порядок величины и более.

зультате статистического анализа значений  $s_{kn}$ , приведенных на рис. 4, не удалось установить какого-либо значимого влияния на величину  $s_{kn}$  вида растений и ландшафтных особенностей экспериментальных площадок. При таком подходе усредненное по всем площадкам значение  $s_{kn}^{137}\text{Cs}$ , полученное на основе сопряженных проб, равно  $0,52(\pm 0,08)$ . Эта величина с учетом имеющихся погрешностей измерения и статистического разброса совпадает с полученными выше расчетными оценками, что является дополнительным подтверждением безградиентности загрязнения экспериментальных площадок. Она в сопоставлении с другими результатами приведена на рис. 5 (группа А).

В 1999 г в УкрНИИСХР начались работы по мониторингу загрязнения сельскохозяйственной продукции  $^{90}\text{Sr}$  [6]. В ходе проведения этих работ были отобраны сопряженные пробы "почва - растение". Содержание  $^{90}\text{Sr}$  в пробах почвы и растений определялось радиохимическим методом по результатам измерения взятого от пробы одного образца объемом  $100 \text{ cm}^3$  с погрешностями, не превосходящими базовые значения ( $\leq 10\% (\pm 2\sigma)$ ). Были получены зависимости  $Kn^{^{90}\text{Sr}}$  от обменного кальция для ржи и озимой пшеницы в реальных производственных условиях прилегающих к 30-километровой зоне ЧАЭС территорий. На рис. 5 (группа А) приведено усредненное по двум перечисленным культурам значение  $s_{kn}$  для нормированных по кальцию  $Kn^{^{90}\text{Sr}}$  в растения.

Большой вклад в изучение биологической доступности изотопов цезия и стронция и экспериментальное определение их  $Kn$  в сельскохозяйственные растения для различных типов почв внес П. Ф. Бондарь [8 - 10]. На основе многолетних исследований им были получены основные закономерности по биологической доступности этих изотопов как при искусственном внесении радионуклидов в растворимой форме, так и непосредственно на конденсационном следе радиоактивных чернобыльских выпадений. В экспериментах были задействованы зерновые, зернобобовые, овощные, кормовые и технические культуры. На рис. 5 приведены оценки вариабельности логарифмов  $Kn$  ( $K_n$ )  $^{137}\text{Cs}$  и  $^{90}\text{Sr}$  в растения  $s_{kn}$  ( $s_{kn}$ ), полученные на основе анализа и статистической обработки опубликованных результатов П. Ф. Бондаря. Эти оценки сгруппированы в три группы: **B**, **C**, **D**. Группа **B** –

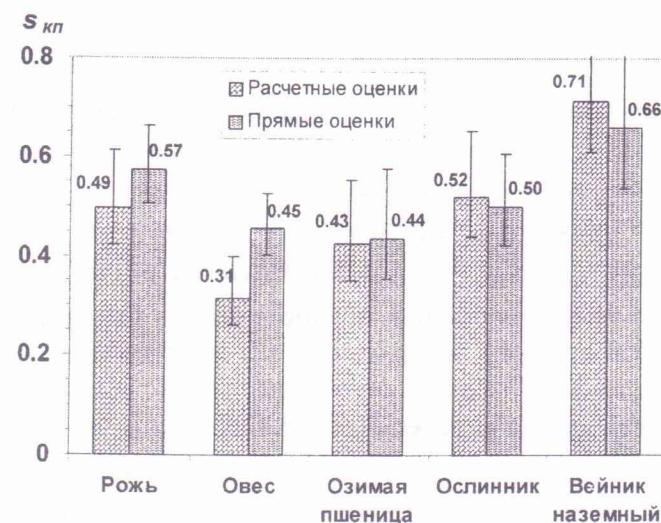


Рис. 4. Оценки среднего квадратического отклонения логарифма  $K_n^{^{137}\text{Cs}}$  в растения на экспериментальных площадках.

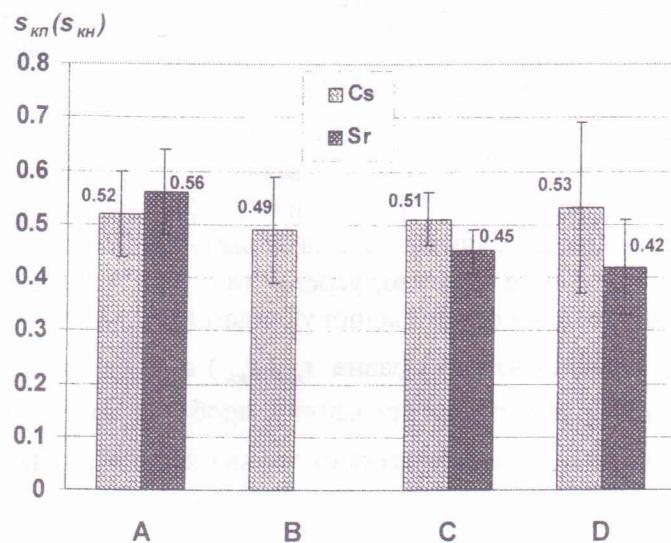


Рис. 5. Усредненные оценки среднего квадратического отклонения логарифма  $K_n^{^{137}\text{Cs}}$  и  $^{90}\text{Sr}$ , полученные по различным источникам.

оценка  $s_{kn}$ , полученная на основе результатов многолетнего изучения  $Kn^{137}\text{Cs}$  на дерново-подзолистой супесчаной почве при загрязнении ее радиоактивными чернобыльскими выпадениями [9]. Группа **C** – оценки  $s_{kn}$ , вычисленные по значениям, нормированных по калию для  $^{137}\text{Cs}$  и кальцию для  $^{90}\text{Sr}$   $Kn$  [10], полученных по результатам мелкоделяночных экспериментов с 15 типами почв при искусственном их загрязнении изотопами цезия и стронция [10]. Группа **D** – средние значения коэффициентов вариации (поскольку  $s_{kn} = s_{Kn} \cong W_{Kn} = W_{K_n}$ ), приведенные в [10]. В процессе анализа вариабельности  $Kn^{137}\text{Cs}$  в растения, полученной по многолетним наблюдениям [9], из общей дисперсии логарифма  $Kn$  была вычтена вариабельность, обусловленная динамикой среднего значения  $Kn$  [3] и предметом рассмотрения была только случайная составляющая. Поскольку в работе [9] фактически приведены коэффициенты вариации удельного содержания  $^{137}\text{Cs}$  в растениях, то при оценке  $s_{kn}$  автором была также учтена вариабельность загрязнения опытных делянок. Она в первом приближении принималась равной статистической вариабельности безградиентных площадок  $s_n = 0,3(\pm 0,1)$ . Это своего рода нормировка на единые условия отбора сопряженных проб “почва - растение” и расчета  $Kn$ , которая позволяет корректно их сравнивать.

В результате статистического анализа, полученных значений  $s_{kn}$  ( $s_{Kn}$ ) не установлено какого-либо значимого влияния на их величину вида растений, их продуктивных частей (зерна, стеблей), а также типа почв. Различия между значениями  $s_{kn}$  в конкретный момент времени после аварии для различных растений, их частей и почв имеют случайный характер. Не получено значимых различий и между вариабельностью  $Kn$  ( $Kn$ ) цезия и стронция (см. рис. 5, **C**, **D**), хотя П. Ф. Бондарем [10] отмечено различие этих величин. По-видимому, это объясняется малыми объемами выборок (шесть значений для цезия и пять для стронция).

Таким образом, усредненная по всем использованным в анализе экспериментальным данным и по обоим радионуклидам (см. рис. 5) оценка среднего квадратического отклонения логарифма  $Kn$  ( $Kn$ ) равна  $s_{kn}$  ( $s_{Kn}$ )  $\cong 0,5(\pm 0,09)$ . Далее при расчете минимально необходимого количества сопряженных проб “почва - растение” на участках однородных по агрохимическим характеристикам это значение  $s_{kn}$ , как и приведенные ранее параметры и условия пробоотбора и измерений, будем считать базовыми.

#### Минимально необходимое число сопряженных проб для оценки медианы $Kn$ с заданной погрешностью

При известной дисперсии логарифма  $Kn$  радионуклида из почвы в растения  $s_{kn}^2$  минимальное число сопряженных проб “почва - растение”, необходимое для оценки среднего значения логарифма  $Kn$  радионуклида (медианы  $Kn$ ) с заданной относительной погрешностью  $\delta$  и доверительной вероятностью  $p$ , в соответствии со статистическими выводами [4, 5], определяется выражением

$$n \geq \left\{ \frac{u_p \cdot s_{kn}}{\ln(1 + \delta)} \right\}^2, \quad (3)$$

где  $u_p$  – квантиль нормального распределения для доверительной вероятности  $p$ . На рис. 6 приведена номограмма, которая позволяет быстро определить минимально необходимое число сопряженных проб “почва - растение” необходимое для оценки медианы  $Kn$  радионуклида с заданной относительной погрешностью  $\delta$  и доверительной вероятностью  $p = 0,95$  при принятых базовых параметрах пробоотбора и измерения образцов.

В том случае, если погрешности измерения содержания радионуклида в почве или растениях будут превосходить базовые значения, необходимо отобрать дополнительное число проб для того, чтобы компенсировать это превышение при расчете  $n$ . Оценки дисперсии логарифма плотности загрязнения почвы  $s_{izm,n}^2 \cong (0,005 \cdot \delta_{izm,n})^2$  и дисперсии логарифма удельной активности растений  $s_{izm,p}^2 \cong (0,01 \cdot \delta_{izm,p})^2$ , обусловленные только погрешностями измерения активности образцов, при выбранных базовых погрешностях измерения ( $\delta_{izm,n} = 10\% (\pm 2\sigma)$  и  $\delta_{izm,p} = 10\% (\pm \sigma)$ ) соответственно равны

$s_{izm,n}^2 \cong 0,0025$  и  $s_{izm,p}^2 \cong 0,01$ . Используя эти оценки, дисперсии  $s_n^2$  и  $s_p^2$  для общего случая представим в виде  $s_n^2 = s_{n,0}^2 + s_{izm,n}^2 - 0,0025 \cdot i_n$  и  $s_p^2 = s_{p,0}^2 + s_{izm,p}^2 - 0,01 \cdot i_p$ , где  $s_{n,0}^2 (s_{p,0}^2)$  – дисперсия логарифма плотности загрязнения почвы (удельной активности растений) при выбранных базовых погрешностях измерения;  $i_n (i_p) = 0$  при значениях  $\delta_{izm,n} (\delta_{izm,p})$  не превосходящих базовые значения или 1 при  $\delta_{izm,n} (\delta_{izm,p})$ , превосходящих базовые значения. Тогда для консервативной оценки дисперсии логарифма  $Kn$  получаем выражение  $s_{Kn}^2 = s_{Kn,osn}^2 + s_{Kn,don}^2$ , где  $s_{Kn,osn}^2$  – дисперсия логарифма  $Kn$  при базовых значениях  $\delta_{izm,n}$  ( $\delta_{izm,p}$ );  $s_{Kn,don}^2 = s_{izm,n}^2 + s_{izm,p}^2 - 0,0025i_n - 0,01i_p$  – дисперсия, обусловленная дополнительной погрешностью измерения активности в образцах почвы и растений. Отсюда выражение для дополнительного числа сопряженных проб имеет вид

$$n_{don} \geq \left( \frac{u_p}{\ln(1+\delta)} \right)^2 \cdot s_{Kn,don}^2 . \quad (4)$$

Пример. Если активность  $^{137}\text{Cs}$  ( $^{90}\text{Sr}$ ) будет измеряться в базовых образцах почвы и растений с относительной погрешностью  $\leq 10\%$  на уровне  $\pm 2\sigma$ , то для оценки медианы  $Kn$   $^{137}\text{Cs}$  ( $^{90}\text{Sr}$ ) в цепи “почва - растение” с относительной погрешностью 25 % при доверительной вероятности  $p = 0,95$  и  $s_{Kn} = 0,5 \pm 0,09$  необходимо отобрать (запланировать) не менее 14 (в среднем) или 19 (с учетом погрешности) сопряженных проб “почва - растение” (см. рис. 6). Если активность  $^{137}\text{Cs}$  ( $^{90}\text{Sr}$ ) в образцах почвы и растений будет измеряться с большей относительной погрешностью (например, 30 % на уровне  $\pm 2\sigma$ ), то  $s_{Kn,don}^2 = 0,0325$ . В соответствии с выражением (4) необходимо дополнительно отобрать еще 2 сопряженные пробы. Отбор сопряженных проб “почва - растение” и измерение в них  $^{137}\text{Cs}$  ( $^{90}\text{Sr}$ ) должно быть выполнено при оговоренных выше базовых условиях.

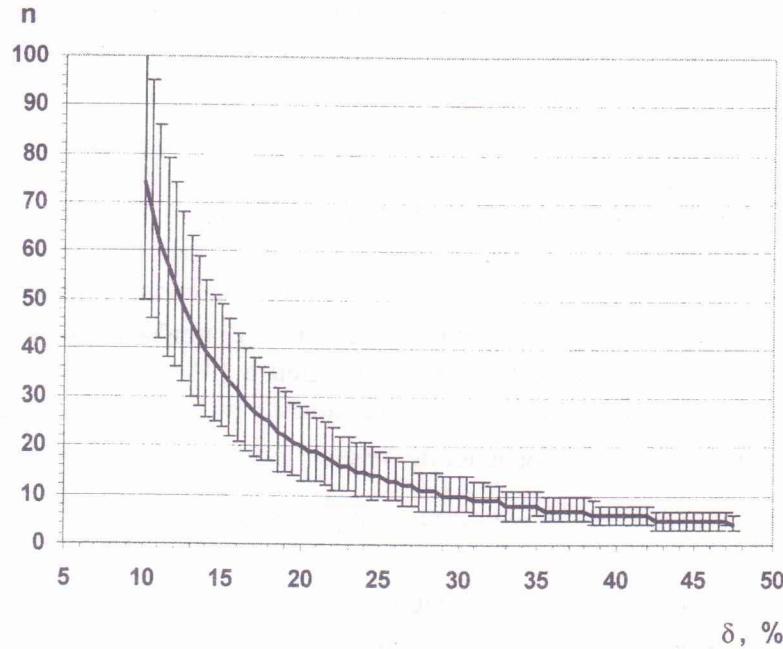


Рис. 6. Номограммы расчета минимально необходимого числа сопряженных проб “почва-растение” для оценки медианы  $Kn$  с заданной погрешностью.

## Минимально необходимое число сопряженных проб для подтверждения различия между $K_n$

Снижение содержания радионуклидов в сельхозпродукции на загрязненных радионуклидами территориях требует проведения различных контрмер [12]. Для оценки их экономической и радиологической эффективности необходимы достоверные различия между  $K_n$  радионуклидов в цепи “почва - растение”. Рассмотрим задачу о статистически значимым различие двух  $K_n$ , каждый из которых оценен по своей выборке сопряженных проб “почва - растение”. В статистике такие задачи для сравниваемых средних значений  $x$  и  $y$  нормально распределенных случайных величин с неизвестными параметрами решаются на основе двухвыборочного критерия Стьюдента [4]. Примером может служить оценка наименьшей допустимой разности между средними значениями двух случайных величин. В нашем случае нормальное распределение имеют логарифмы  $K_n$  при известной дисперсии  $s_{kn}^2$ , поэтому статистика  $\frac{\bar{x}-\bar{y}}{s_{kn}\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$  имеет нормальное распределение с параметрами  $N(0; 1)$ . Отсюда

кратность отношения выборочных медиан двух  $K_n$   $d = M_e_{Kn1}/M_e_{Kn2}$  ( $M_e_{Kn1} > M_e_{Kn2}$ ) будет значимой с доверительной вероятностью  $p$  при условии

$$\ln\left(\frac{M_e_{Kn1}}{M_e_{Kn2}}\right) \geq u_p \cdot s_{kn} \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} . \quad (5)$$

Полученное соотношение позволяет при задаваемой доверительной вероятности рассчитать оптимальную связанную пару  $(n_1; n_2)$  – две серии сопряженных проб “почва - растение”, необходимых для подтверждения задаваемой кратности различия  $d$ .

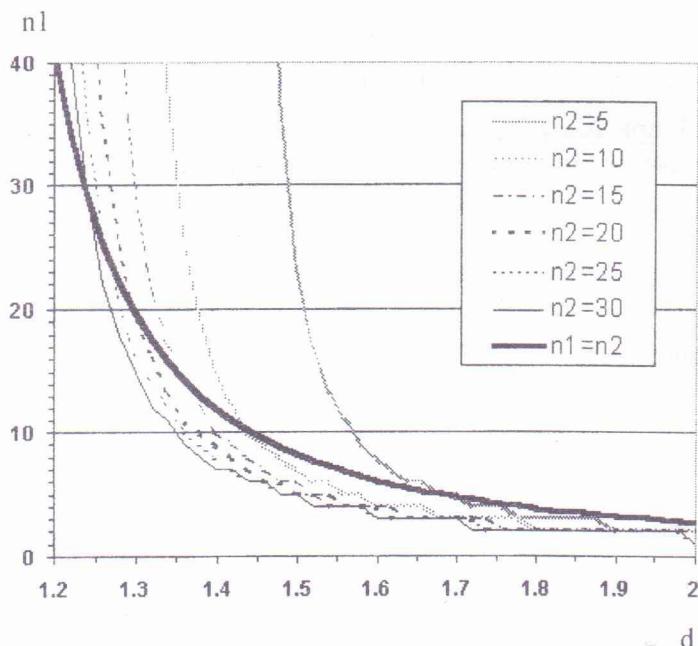


Рис. 7. Номограммы расчета минимально необходимого числа сопряженных проб “почва - растение” для подтверждения заданной кратности отношения между медианами двух  $K_n$ .

значения, что привело к ступенчатости номограммы. Чтобы не засорять номограмму, на ней не показаны возможные погрешности для  $n_1$ , которые обусловлены погрешностью оценки  $s_{kn}$ . В соответствии с правилом оценки дисперсии (погрешностей) [5] в первом приближении относительная погрешность для  $n$  ( $\delta_n$ , полагая, что  $\delta_{n1} = \delta_{n2}$ ) на уровне  $\pm \sigma$  рассчитывается по формуле

С целью быстрого определения связанной пары  $(n_1; n_2)$  минимально необходимых количеств сопряженных проб “почва - растение” для подтверждения задаваемой кратности различия между медианами двух  $K_n$  при базовом значении  $s_{kn} = 0,5 \pm 0,09$  и базовых параметрах отбора и измерения сопряженных проб “почва - растение” для доверительной вероятности  $p = 0,95$  была построены номограммы как при произвольном соотношении между  $n_1$  и  $n_2$ , (тонкие линии), так и при  $n_1 = n_2$ , (толстая линия) (рис. 7). При вычислениях прогнозируемое количество проб было округлено до ближайшего целого зна-

$$\delta_n = 2 \cdot \delta_{s_{kn}} \cdot \left( \frac{\ln(d)}{u_p \cdot s_{kn}} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{n1^2 \cdot n2^2}{n1^2 + n2^2}}, \quad (6)$$

где  $\delta_{s_{kn}}$  - относительная погрешность  $s_{kn}$ , равная в нашем случае 0,18.

Если относительная погрешность измерения активности образцов почвы или растений будет больше базовых значений, то, как показано выше, в общем случае меняется дисперсия  $s_{kn}^2 = s_{kn,osc}^2 + s_{kn,don}^2$ . Соответственно минимально необходимое число сопряженных проб "почва - растение"  $n1(n2)$  изменится на величину  $\Delta n1(\Delta n2)$ . Ограничимся рассмотрением только пропорциональных изменений т.е.  $\frac{\Delta n1}{n1} = \frac{\Delta n2}{n2} = \eta$  ( $n1_2 = (1 + \eta) \cdot n1$ ;  $n2_2 = (1 + \eta) \cdot n2$ ).

При таком допущении для заданного значения  $d$  на основе выражения (5) при базовом значении  $s_{kn} = 0,5$  после несложных преобразований получаем соотношение  $\eta = 4 \cdot s_{kn}^2 - 1$ . Таким образом, при известных базовых значениях  $n1_\delta$  и  $n2_\delta$  для новой дисперсии  $s_{kn}^2$  минимально необходимое число сопряженных проб "почва - растение" ( $n1$ ;  $n2$ ) корректируется в соответствии с выражениями  $n1 = 4 \cdot s_{kn}^2 \cdot n1_\delta$  и  $n2 = 4 \cdot s_{kn}^2 \cdot n2_\delta$ . Отсюда верхние оценки (с учетом погрешности базового значения  $s_{kn} = 0,5 \pm 0,09$ ) числа сопряженных проб "почва - растение" соответственно равны  $n1_{max} \cong 1,39n1$  и  $n2_{max} \cong 1,39n2$ , где  $n1$  и  $n2$  – значения снятые с номограммы (см. рис. 6).

Пример. Пусть необходимо произвести сравнение  $Kn^{137}\text{Cs}({}^{90}\text{Sr})$  в цепи "почва - растение" для двух различных условий с доверительной вероятностью  $p = 0,95$ . Необходимо определить минимальные объемы сопряженных проб "почва - растение" (одинаковые для определения каждого коэффициента) для подтверждения кратности их отношения не менее 1,5. Если измерения активности радионуклидов в пробах почвы и растений будут проведены с погрешностями, не превосходящими базовые значения, то на основе полученной номограммы (см. рис. 7, толстая линия) необходимо отобрать в среднем не менее чем по восемь независимых сопряженных проб "почва - растение" или с учетом погрешности (6) – 12. Если измерения активности радионуклидов в пробах почвы и растений будут проведены с относительной погрешностью, равной 20 % на уровне  $\pm \sigma$  ( $s_{kn,don} \approx 0,25$ ), то необходимо дополнительно отобрать еще по две сопряженные пробы ( $n_{don} = 4 \cdot s_{kn,don}^2 \cdot n_\delta$ ). Отбор сопряженных проб следует проводить при оговоренных выше базовых условиях и параметрах. Каждая проба почвы и растений измеряется отдельно. Если рассчитанное на основе полученных результатов отношение  $d = \frac{Me_{Kn1}}{Me_{Kn2}} \geq 1,5$ , то такое различие будет статистически значимо с доверительной вероятностью не менее 0,95.

### Заключение

На основе статистического анализа полученных в УкрНИИСХР экспериментальных данных по изучению  $Kn$  цезия и стронция из почвы в растения установлено:

наблюдаемые  $Kn$  цезия и стронция в цепи "почва - растение" являются случайными величинами и удовлетворительно описываются логнормальным законом распределения вероятностей;

среднее квадратическое отклонение логарифма  $Kn$  цезия и стронция в растения в пределах однородных по радиоактивному загрязнению и агрехимическим характеристикам участков почвы не зависит от плотности выпадений, типа выпадений, вида растительности и ее различных частей; при оговоренных базовых параметрах отбора проб почвы и растений и

при измерении активности взятых от проб образцов среднее квадратическое отклонение логарифма  $Kn$  равно  $s_{kn} \cong 0,5 (\pm 0,09)$  как для цезия, так и для стронция.

На основе полученных результатов предложены методы практического априорного планирования (расчета) минимально необходимого числа сопряженных проб “почва - растение” при решении следующих радиоэкологических задач:

оценка медианы  $Kn$  с заданной погрешностью и доверительной вероятностью;

подтверждение требуемой кратности различия между медианами двух  $Kn$  при заданной доверительной вероятности.

Полученные результаты могут быть основой для оптимизации отбора сопряженных проб “почва - растение” и их измерений при решении следующих задач: оценка  $Kn$  в тех или иных условиях, оценка экономической и радиологической эффективности контрмер, влияющих на  $Kn$  радионуклидов в цепи “почва - растение”.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Хомутинин Ю.В., Кацаров В.А., Жебровская Е.И. Оптимизация отбора и измерений проб при радиоэкологическом мониторинге. - Київ: ВІПОЛ, 2001. - 160 с.
- Сельскохозяйственная радиоэкология / Под ред. Р. М. Алексахина, Н. А. Корнеева. - М.: Экология, 1992. - 400 с.
- Іванов Ю.А. Радиоэкологическое обоснование долгосрочного прогнозирования радиационной обстановки на сельскохозяйственных угодиях в случае крупных ядерных аварий (на примере аварии Чернобыльской АЭС): Автореф. дис. ... докт. биол. наук. - Обнинск, 1997. - 50 с.
- Носов В.Н. Компьютерная биометрика. - М.: Изд-во МГУ, 1990. - 232 с.
- Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. - М.: Наука, 1965. - 511 с.
- Кацаров В.О., Лундин С.М., Левчук С.Є. та ін. Комплексний моніторинг забруднення сільсько-господарської продукції  $^{90}\text{Sr}$  // Вісник аграрної науки. - 2001. - № 4. - С. 38 - 42.
- Пристер Б.С., Хомутинин Ю.В., Перепелятникова Л.В. Оценка “гарантированных” коэффициентов перехода радиоактивного цезия в сельскохозяйственные культуры по агрохимическим показателям почвы // Проблемы сельскохозяйственной радиологии. - 1991. - Вып. 1. - С. 132 - 141.
- Бондарь П.Ф. Влияние почвенно-климатических условий на накопления  $^{89}\text{Sr}$  растениями из почвы и прогнозирование уровней загрязнения урожая // Агрохимия. - 1983. - № 7. - С. 69.
- Бондарь П.Ф., Лошилов Н.А., Терещенко Н.Р., Масло А.В. Количественные характеристики накопления радиоцезия в урожае сельскохозяйственных культур из дерново-подзолистой супесчаной почвы Полесья Украины // Проблемы сельскохозяйственной радиологии. - 1993. - Вып. 3. - С. 83 - 93.
- Бондарь П.Ф., Шматок И.О. Оценка биологической доступности радиоцезия и радиостронция и её влияние на накопление радионуклидов в урожае в зависимости от агрохимических свойств почв // Проблемы сельскохозяйственной радиологии. - 1996. - Вып. 4. - С. 124 - 143.
- Хомутинин Ю.В. Оптимизация пробоотбора при оценке плотности радиоактивных выпадений. // Зб. наук. праць Ін-ту ядерних досл. - 2003. - №1(9). - С. 145 - 155.
- Ведення сільського господарства в умовах радіоактивного забруднення території України внаслідок аварії на Чорнобильській АЕС (Методичні рекомендації). - Київ: Міністерство АПК України, МНС України, УНДІСГР. - 1998. - 103 с.
- Давид М. Геостатистические методы при оценке запасов руд. - Л.: Недра, 1980. - 325 с.

#### СТАТИСТИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОЕФІЦІНТІВ ПЕРЕХОДУ РАДІОНУКЛІДІВ З ГРУНТУ В РОСЛИНИ ТА МІНІМАЛЬНО НЕОБХІДНА КІЛЬКІСТЬ СПРЯЖЕНИХ ПРОБ ДЛЯ ЇХ ДОСТОВІРНОЇ ОЦІНКИ

Ю. В. Хомутінін

Оцінено статистичні характеристики коефіцієнтів переходу  $^{137}\text{Cs}$  і  $^{90}\text{Sr}$  в ланцюгу “грунт - рослина”. Розглянуто питання планування відбору спряжених проб “грунт-рослина” для оцінки коефіцієнтів переходу із заданою достовірністю. Запропоновано методи розрахунку мінімально необхідної кількості спряжених проб для надходження таких оцінок.

**STATISTICAL CHARACTERISTICS OF RADIONUCLIDES SOIL-TO-PLANT TRANSFER FACTORS AND MINIMAL NECESSARY AMOUNT OF THE COUPLED SAMPLES FOR THEIR RELIABLE ESTIMATION**

**Yu. V. Khomutinin**

Statistical characteristics of the observed  $^{137}\text{Cs}$  and  $^{90}\text{Sr}$  "soil-to-plant" transfer factors were estimated. The problems of coupled sampling of soil and plants for transfer factors estimation with needed uncertainty were considered. The methods are proposed for calculation of the minimal necessary amount of the coupled samples for the above purpose.

Поступила в редакцию 24.10.03,  
после доработки – 05.01.04.