

**ДИФРАКЦІЙНЕ РОЗСІЯННЯ ДВОКЛАСТЕРНИХ ЯДЕР
НА ПРОТОНАХ З УРАХУВАННЯМ КУЛОНІВСЬКОЇ ВЗАЄМОДІЇ**

В. К. Тартаковський, О. І. Іванова

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Запропоновано метод урахування кулонівської взаємодії при розгляданні дифракційного розсіяння двокластерних ядер на протонах, коли можна використовувати наближення Глаубера. Проведено конкретні розрахунки перерізів пружного розсіяння дейтронів і ядер ${}^6\text{Li}$ на протонах при середніх енергіях, вивчено вплив кулонівської взаємодії на поведінку перерізів.

Вступ

Як відомо, амплітуда дифракційного пружного розсіяння двокластерного ядра на атомному ядрі з урахуванням кулонівської взаємодії буде логарифмічно розбігатися в тій частині, яка враховує двократне розсіяння обох кластерів [1]. Логарифмічні розбіжності в рамках дифракційної ядерної моделі виникають при врахуванні кулонівської взаємодії тому, що в цій моделі переданий імпульс \vec{q} наближено вважається перпендикулярним до імпульсу \vec{k} падаючого ядра [2, 3], тобто внаслідок невеликого відхилення від закону збереження імпульсу. Для усунення таких розбіжностей у рамках дифракційної моделі можна використовувати деякі штучні засоби [1, 4]. У цій роботі буде показано, що логарифмічні розбіжності при врахуванні кулонівської взаємодії взагалі не виникають при використанні в дифракційній моделі так званого наближення Глаубера [3, 5]. Зауважимо, що наближення Глаубера було сформульоване ще за декілька років до появи відомої загальної дифракційної теорії Глаубера - Ситенка.

Наближення Глаубера [5] справедливе в тому випадку, коли падаюче слабкозв'язане ядро має такі великі лінійні розміри, що значно перевищують розміри ядра-мішені. Умова Глаубера буде безумовно виконуватися при розсіянні кластерних ядер на ядрі атома водню, тобто на протоні. За останні роки з'являються (і плануються) експериментальні роботи із взаємодії падаючих легких ядер з протонами (див., наприклад, [6, 7]). У цій роботі в наближенні Глаубера розглядається дифракційне пружне розсіяння дейтронів і ядер ${}^6\text{Li}$ середніх енергій на протонах з урахуванням кулонівської взаємодії.

При мікроскопічних дослідженнях різних ядерних процесів урахування кулонівської взаємодії майже завжди завдає великих труднощів, зокрема пов'язаних з розбіжностями. Запропонований тут наближений метод є одним із підходів розв'язання цієї складної проблеми.

**Амплітуда розсіяння двокластерного ядра на ядрі з урахуванням
кулонівської взаємодії**

Амплітуду пружного розсіяння слабкозв'язаного ядра з двома зарядженими кластерами на атомному ядрі в дифракційному наближенні зображують у такому загальному вигляді [1, 3]:

$$F^z(\vec{q}) = F_i^z(\vec{q}) + \frac{ik}{2\pi k_1 k_2} \int d^{(2)}\vec{g} \Phi_0(\vec{g}) f_1^z(\vec{\beta}_1 \vec{q} - \vec{g}) f_2^z(\vec{\beta}_2 \vec{q} + \vec{g}), \quad (1)$$

$$F_i^z(\vec{q}) = \frac{k}{k_1} f_1^z(\vec{q}) \Phi_0(-\vec{\beta}_2 \vec{q}) + \frac{k}{k_2} f_2^z(\vec{q}) \Phi_0(\vec{\beta}_1 \vec{q}), \quad (2)$$

$$f_j^z(\vec{q}) = \frac{ik_j}{2\pi} \int d^{(2)}\vec{\rho}_j e^{i\vec{q}\vec{\rho}_j} \omega_j^z(\vec{\rho}_j), \quad j=1, 2, \quad (3)$$

$$\Phi_0(\vec{g}) = \int d^{(3)}\vec{r} \varphi_0^2(r) e^{-i\vec{g}\vec{r}}, \quad (4)$$

де $F_j^z(\vec{q})$ – амплітуда в імпульсному наближенні; k_j – імпульс j -го кластера падаючого ядра ($\hbar = c = 1$); $\bar{\beta}_j = \frac{M_j}{M_1 + M_2}$; M_j – маса j -го кластера; $f_j^z(\vec{q})$ – амплітуда розсіяння j -го кластера. У випадку поглинаючого сферичного ядра-мішені залежно від кулонівської взаємодії відповідна профільна функція має вигляд

$$\omega_j^z(\rho_j) = \begin{cases} 1, & \rho_j \leq R_j \sqrt{1 - \beta_j/T_j}, \\ 1 - \exp[2i\pi_j(\rho_j)], & \rho_j > R_j \sqrt{1 - \beta_j/T_j}, \end{cases} \quad (5)$$

де ρ_j – прицільний параметр, а $R_j = r_0(A_j^{1/3} + A^{1/3})$ – радіус ядерної взаємодії j -го кластера, який складається із A_j нуклонів, з ядром-мішенню з масовим числом A , $r_0 = 1,2$ фм; T_j – відносна кінетична енергія цього кластера та ядра-мішені; $\eta_j(\rho_j) = \xi_j \ln(k_j \rho_j)$ – кулонівська фаза розсіяння j -го кластера ($k_j R_j \gg 1$), $\xi_j = \beta_j R_j / \hbar V$; $\beta_j = Z_j Z e^2 / R_j$; Z_j і Z – заряди цього кластера та ядра-мішені в одиницях заряду протона e ($\beta_j \ll T_j$); V – їх відносна швидкість. Вважаємо, що хвильова функція $\varphi_0(r)$ основного стану для відносного руху кластерів у падаючому ядрі, яка входить у структурний формфактор $\Phi_0(\vec{g})$ у формулі (4), відповідає S -стану (\vec{r} – радіус-вектор, що з'єднує обидва кластери).

Якщо навіть один кластер заряджений, зазначена вище логарифмічна розбіжність в амплітуді буде виникати в останньому доданку в рівнянні (1) з інтегралом по \vec{g} , який описує двократне розсіяння кластерів (в імпульсному наближенні розбіжності не виникають). Це добре видно, якщо підставити спочатку рівняння (5) у рівняння (3), після чого можна одержати для кластерної амплітуди вираз [3, 8, 9]

$$f_j^z(q) = iR_j(k_j R_j)^{2i\xi_j} \left\{ \frac{k_j \mathfrak{I}_1(qR_j)}{q} + \frac{2i\xi_j k_j}{q} \int_1^\infty dy y^{2i\xi_j} \mathfrak{I}_1(qR_j y) \right\}, \quad (6)$$

$$\int_1^\infty dy y^{2i\xi_j} \mathfrak{I}_1(qR_j y) = \frac{2^{2i\xi_j} e^{2i\sigma_0^{(j)}}}{(qR_j)^{1+2i\xi_j}} - \int_0^1 dy y^{2i\xi_j} \mathfrak{I}_1(qR_j y), \quad (7)$$

$$e^{2i\sigma_0^{(j)}} = \frac{\Gamma(1+i\xi_j)}{\Gamma(1-i\xi_j)} \quad (8)$$

($\sigma_0^{(j)}$ – є точна кулонівська фаза розсіяння j -го кластера для нульового значення відносного орбітального моменту), а потім рівняння(6) - (8) підставити в рівняння (1). Коли j -й кластер не заряджений ($\xi_j = 0$), то амплітуда (6) приймає відомий простий вигляд [3]

$$f_j(q) = ik_j R_j \frac{\mathfrak{I}_1(qR_j)}{q}. \quad (9)$$

Тут $\mathfrak{J}_1(qR_j)$ є функція Бесселя першого порядку. Вирази (6) - (9) будуть використані далі при розрахунках.

При розсіянні слабкозв'язаних ядер на протонах ($A=1, Z=1$) можна позбавитися від логарифмічних розбіжностей в амплітуді (1) у наближенні Глаубера, коли $\left\langle \frac{R^2}{r^2} \right\rangle \ll 1$, де R є радіус ядра-мішені (у нашому випадку - протона), а

$$\left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle = \int d^{(3)}\vec{r} \frac{1}{r^2} \varphi_0^2(r). \tag{10}$$

У цьому наближенні амплітуда розсіяння двокластерного ядра на ядрі-мішені (протоні) представляється в більш простому, ніж вираз (1), вигляді [1]

$$F_G^Z(\vec{q}) = \frac{k}{k_1} f_1^Z(\vec{q}) \Phi_0(-\beta_2 \vec{q}) + \frac{k}{k_2} f_2^Z(\vec{q}) \Phi_0(\beta_1 \vec{q}) + \frac{ik}{k_1 k_2} f_1^Z(\beta_1 \vec{q}) f_2^Z(\beta_2 \vec{q}) \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle. \tag{11}$$

При обчисленні диференціального перерізу пружного розсіяння $\sigma_e(\theta) \equiv \frac{d\sigma}{d\Omega} = |F_G^Z(\vec{q})|^2$, де θ - кут розсіяння, враховували релятивістські ефекти, тому зв'язували величину імпульсу k у системі центра інерції з даною релятивістською кінетичною енергією T падаючого ядра в лабораторній системі координат за допомогою співвідношення [10]

$$k = M \sqrt{\frac{(2m+T)T}{(m+M)^2 + 2MT}}, \tag{12}$$

де m - маса падаючого ядра, а M - маса ядра-мішені (у нашому випадку - протона).

При обчисленні формфактора виразу (4) і величини виразу (10) як хвильову функцію $\varphi_0(r)$ використовували функцію Хюльгена

$$\varphi_0(r) = \sqrt{\frac{\alpha\beta(\alpha+\beta)}{2\pi(\beta-\alpha)^2}} \frac{e^{-\alpha r} - e^{-\beta r}}{r}, \quad \alpha \equiv \frac{\beta}{\gamma} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{\frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}} \varepsilon, \tag{13}$$

де ε - енергія зв'язку падаючого ядра відносно розвалення його на два кластери, $\gamma = 7$. Тоді для $\Phi_0(g)$ і $\left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle$ одержимо вирази в явному вигляді [9, 11]

$$\Phi_0(g) = \frac{\gamma(\gamma+1)}{(\gamma-1)^2} \operatorname{arctg} \frac{(\gamma-1)^2(\gamma+1)\xi}{\gamma(\gamma+1)^2 + (3\gamma^2 + 2\gamma + 3)\xi^2 + 4\xi^4}, \quad \xi = \frac{g}{2\alpha}, \tag{14}$$

$$\left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle = \frac{2\alpha^2 \gamma(\gamma+1)}{(\gamma-1)^2} \ln \frac{2^{2(\gamma+1)} \gamma^{2\gamma}}{(\gamma+1)^{2(\gamma+1)}}. \tag{15}$$

Таким чином, для знаходження амплітуди виразу (11) залишається обчислення лише однократних інтегралів в кластерних амплітудах (6) і (7), що входять до виразу (11).

Чисельні розрахунки та обговорення результатів

У випадку падаючого дейтрона ($\varepsilon = 2,23$ MeV) обидва кластери виявляються нуклонами й лише другий з них (протон) є зарядженим ($Z_1 = 0, Z_2 = 1$), що дещо спрощує розрахунки. У падаючому ядрі ${}^6\text{Li}$ ($\varepsilon = 1,4$ MeV) обидва кластери (α -частинка і дейтрон) будуть зарядженими ($Z_1 = 2, Z_2 = 1$).

На рис. 1 і 2 наведено результати розрахунків перерізів пружного розсіяння ($\text{мб} \cdot \text{ср}^{-1}$) відповідно дейтронів та ядер ${}^6\text{Li}$ на протонах. На рис. 1а та 2а показано перерізи $\sigma_e(\theta)$ для енергії падаючих ядер 100 MeV, а на рис. 1б та 2б – для енергії 300 MeV.

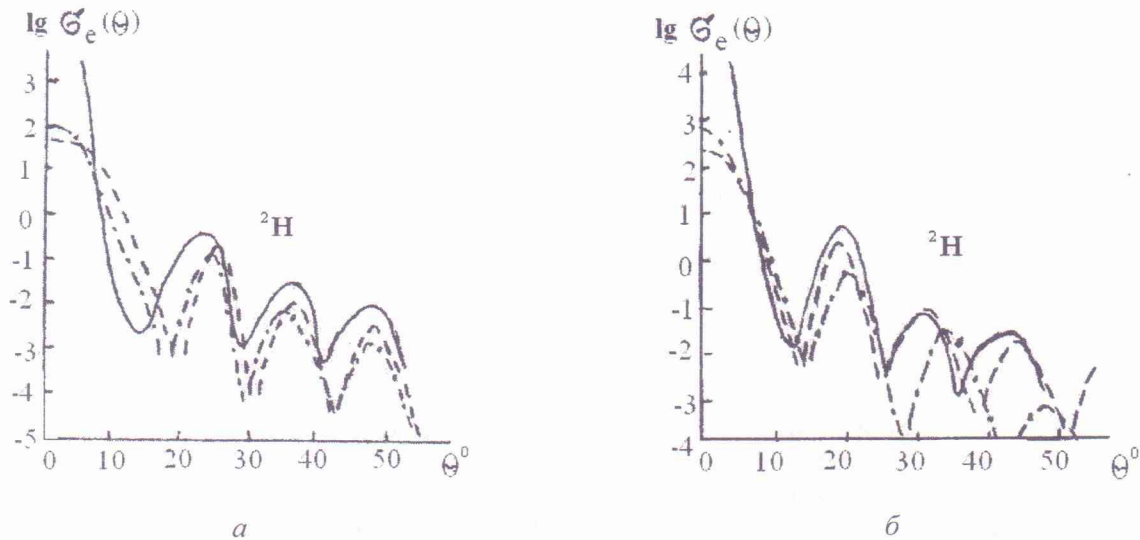


Рис. 1. Результати розрахунків перерізів пружного розсіяння ($\text{мб} \cdot \text{ср}^{-1}$) дейтронів на протонах для енергії падаючих ядер 100 MeV (а) і 300 MeV (б).

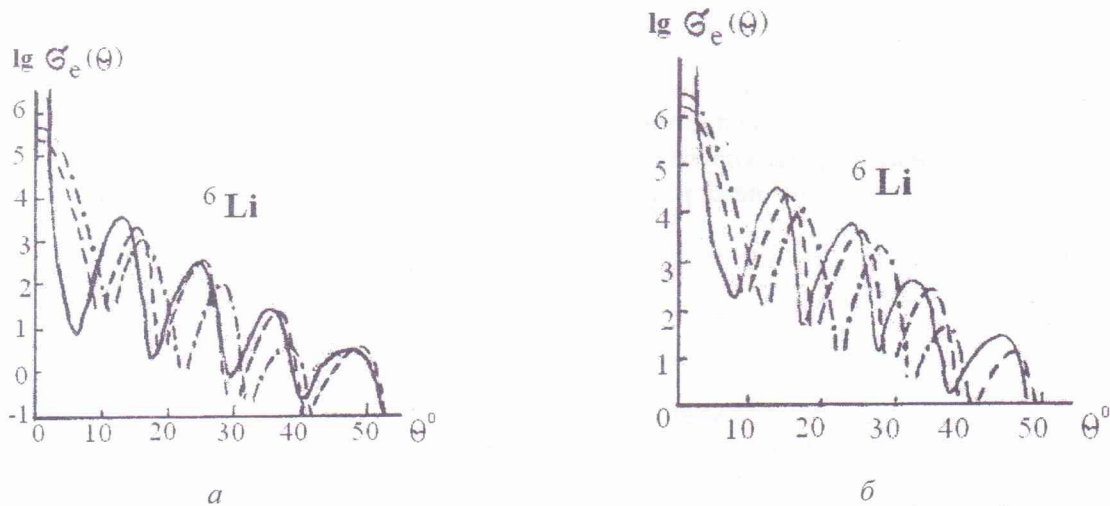


Рис. 2. Результати розрахунків перерізів пружного розсіяння ($\text{мб} \cdot \text{ср}^{-1}$) ядер ${}^6\text{Li}$ на протонах для енергії падаючих ядер 100 MeV (а) і 300 MeV (б).

Суцільні криві на рисунках відповідають урахуванню як ядерної, так і кулонівської взаємодії падаючих ядер з ядрами мішені, а також урахуванню двократного розсіяння обох кластерів. Штрихові криві розраховано без урахування кулонівської взаємодії, але з урахуванням двократного розсіяння кластерів. Штрих-пунктирні криві одержано без урахування кулонівської взаємодії в імпульсному наближенні, тобто з нехтуванням двократного розсіяння.

Порівнюючи суцільні та штрихові криві, бачимо, що врахування кулонівської взаємодії призводить не тільки до резерфордівської розбіжності перерізів при $\theta \rightarrow 0$, але й до заповнення дифракційних мінімумів і помітним змінам в області вторинних максимумів. Урахування двократного розсіяння призводить до збільшення перерізів у дифракційних максимумах та їх зсуву.

Подібним, порівняно нескладним методом, можна розглядати розсіяння на протонах з урахуванням кулонівської взаємодії багатьох інших двокластерних ядер як стабільних, так і короткоживучих, у тому числі перевантажених нейтронами або протонами, і таких екзотичних, як найлегших гіперядер з малою енергією зв'язку відносно розвалення на два фрагменти.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Евланов М.В., Соколов А.М., Тартаковский В.К.* // Ядер. физика. - 1996. - Т. 59, № 4. - С. 679.
2. *Ахиезер А.И., Ситенко А.Г.* // ЖЭТФ. - 1957. - Т. 32. - С. 794.
3. *Ситенко А.Г.* Теория ядерных реакций. - М.: Энергоатомиздат, 1983.
4. *Kovalchuk V.I., Tartakovsky V.K., Ivanova O.I.* // Збірник наук. праць Ін-ту ядерних досл. - 2003. - № 1 (9). - С. 19 - 23.
5. *Glauber R.* // Phys.Rev. - 1955. - Vol. 100. - P. 242.
6. *Oset E., Shiino E., Toki H.* // Phys.Lett. - 1989. - Vol. B 224, No. 3. - P. 249.
7. *Зарубин П.И.* // ЭЧАЯ. - 1995. - Т.26. - С. 523.
8. *Тартаковский В.К., Чередниченко В.О., Вишневський Ю.С.* // Вісн. Київського ун-ту. - 1991. - Вип. 4. - С. 87.
9. *Градиштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. - М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1962.
10. *Челлен Г.* Физика элементарных частиц. - М.: Наука, 1966.
11. *Гюнтер Н.М., Кузьмин Р.О.* Сборник задач по высшей математике. - М.: Гостехиздат, 1949.

ДИФРАКЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ ДВУХКЛАСТЕРНЫХ ЯДЕР НА ПРОТОНАХ С УЧЕТОМ КУЛОНОВСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

В. К. Тартаковский, О. И. Иванова

Предложен метод учета кулоновского взаимодействия при рассмотрении дифракционного рассеяния двухкластерных ядер на протонах, когда возможно использование приближения Глаубера. Проведены конкретные расчеты упругих сечений рассеяния дейтронов и ядер ${}^6\text{Li}$ на протонах при средних энергиях, изучено влияние кулоновского взаимодействия на поведение сечений.

THE DIFFRACTION SCATTERING OF TWO-CLUSTER NUCLEI ON PROTONS WITH TAKING INTO ACCOUNT THE COULOMB INTERACTION

V. K. Tartakovsky, O. I. Ivanova

While studying the diffraction scattering of two-cluster nuclei on protons the method of inclusion the Coulomb interaction and the Glauber approximation is suggested. The calculation of cross section scattering of deuterons and ${}^6\text{Li}$ nuclei on protons at intermediate energies is made. The effects of Coulomb interaction to the behavior of cross section have been studied.

Надійшла до редакції 22.10.03,
після доопрацювання – 11.12.03.