

ПРИМЕНЕНИЕ МОДИФИЦИРОВАННОГО МЕТОДА ТОМАСА - ФЕРМИ ДЛЯ РАССМОТРЕНИЯ СВОЙСТВ ЛЕГКИХ АТОМНЫХ ЯДЕР С БОЛЬШИМ ИЗБЫТКОМ НЕЙТРОНОВ

В. А. Нестеров

Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев

Модифицированный метод Томаса - Ферми использован для расчетов интегральных характеристик легких атомных ядер с $Z = 4 - 8$, лежащих в непосредственной близости от границы нейтронной стабильности. Сделан вывод о том, что нуклоны в этих ядрах движутся в относительно гладких полях, т.е. методы, основанные на представлении о движении в средних полях сравнительно простой формы, неприменимые для рассмотрения ядер с $N \approx Z$, могут использоваться для описания свойств изотопов с большим избытком нейтронов.

Введение

Ядра с большим избытком нейтронов β -нестабильны, время жизни их обычно крайне мало, что существенно затрудняет их экспериментальное исследование. Однако развитие техники эксперимента последнего времени позволило выявить ряд необычных свойств, которые требуют своего теоретического объяснения.

Для описания свойств самых легких нейтроноизбыточных ядер обычно используются квантовые микроскопические и полумикроскопические подходы, основанные на представлении о кластеризации [1 - 11]. В рамках этих методов удалось достаточно подробно рассмотреть свойства ${}^6\text{He}$, ${}^8\text{He}$, ${}^{11}\text{Li}$. При этом, особенно при использовании полумикроскопических подходов, в которых кластеры представляются как бесструктурные частицы, обычно лишь стремятся продемонстрировать наличие у рассматриваемых ядер нейтронного гало, особенно не заботясь о том, чтобы передать интегральные характеристики ядер, в частности энергию связи. Кроме того, расчеты в этих моделях настолько сложны, что их использование существенно затруднено для нейтроноизбыточных ядер, начиная уже с $Z = 4$.

В области средних и тяжелых ядер, как обычных, так и экзотических, чаще всего применяются метод Хартри - Фока, оболочечная модель или метод Томаса - Ферми. Эти методы основаны на представлении о достаточно гладких средних полях, в которых движутся нуклоны ядра, и реализованы практически в основном для случая сферической симметрии. Но если первые два подхода используются иногда и для сравнительно легких ядер, то метод Томаса - Ферми практически никогда не применяется для ядер с $A < 40$, хотя число частиц никоим образом не входит в критерий применимости квазиклассического подхода. При конкретной реализации методов Хартри - Фока и Томаса - Ферми обычно в качестве нуклон-нуклонного взаимодействия применяются силы Скимра [12], что существенно упрощает вычисления. Сейчас известно большое количество параметризаций сил Скимра [13 - 17], среди которых часть подгонялась так, чтобы оптимальным образом передать интегральные характеристики как обычных, так и экзотических ядер.

В данной работе сделана попытка использовать нелокальное приближение модифицированного метода Томаса - Ферми с использованием сил Скимра для описания интегральных характеристик легких нейтроноизбыточных ядер с $Z \geq 4$ и лежащих в непосредственной близости от границы нейтронной стабильности. Сравнение полученных результатов с экспериментальными данными позволяет сделать вывод о применимости такого подхода для данных ядер и, соответственно, об особенностях их структуры.

Метод

Уравнения модифицированного метода Томаса - Ферми [15, 16]

$$\delta\varepsilon(\rho_n, \rho_p) / \delta\rho_p - \lambda_p = 0, \quad (1)$$

$$\delta\varepsilon(\rho_n, \rho_p) / \delta\rho_n - \lambda_n = 0 \quad (2)$$

могут быть получены из вариационного принципа, где полная энергия ядра рассматривается как функционал $\varepsilon(\rho_n, \rho_p)$ нейтронных ρ_n и протонных ρ_p плотностей. Возможность построения такого функционала следует из теоремы Гогенберга - Кона [18], справедливой для произвольной многокомпонентной системы. Функционал полной энергии ядра имеет вид

$$\varepsilon(\rho_n, \rho_p) = \int d\vec{r} (\tau + \varepsilon_{pot} + \varepsilon_{coul}), \quad (3)$$

где τ , ε_{pot} и ε_{coul} - плотности кинетической, потенциальной и кулоновской энергий соответственно. В уравнениях (1) и (2) λ_n и λ_p - множители Лагранжа, которые являются химическими потенциалами для нейтронов и протонов и связаны с условиями сохранения числа нейтронов N и протонов Z в ядре

$$\int d\vec{r} \rho_{n(p)}(\vec{r}) = N(Z). \quad (4)$$

Зная выражения для плотностей кинетической, потенциальной и кулоновской энергий в формуле (3), которые приведены, например, в работах [19, 20], можно решить уравнения (1) и (2) и найти химические потенциалы и распределения нейтронной и протонной плотностей. Плотность кинетической энергии с точностью до членов второго порядка по \hbar равна $\tau = \tau_{TF} + \tau_2$, где $\tau = \tau_n + \tau_p$ - сумма плотностей кинетических энергий протонов и нейтронов. Здесь

$$\tau_{TF, n(p)} = k\rho_{n(p)}^{5/3} \quad (5)$$

есть плотность кинетической энергии нейтронов (протонов) в приближении Томаса - Ферми, $k = \frac{5}{3}(3\pi^2)^{2/3}$, а $\tau_{2n(p)}$ - градиентная поправка второго порядка по \hbar с учетом всех возможных градиентных слагаемых имеет вид:

$$\tau_{2q} = b_1 \frac{(\nabla\rho_q)^2}{\rho_q} + b_2 \nabla^2 \rho_q + b_3 \frac{(\nabla f_q \nabla \rho_q)}{f_q} + b_4 \rho_q \frac{\nabla^2 f_q}{f_q} + b_5 \rho_q \left(\frac{\nabla f_q}{f_q} \right)^2 + b_6 h_m^2 \rho_q \left(\frac{W_0}{f_q} \right)^2, \quad (6)$$

где $b_1 = 1/36$, $b_2 = 1/3$, $b_3 = 1/6$, $b_4 = 1/6$, $b_5 = -1/12$, $b_6 = 1/2$, W_0 - числовые коэффициенты, $h_m = \hbar^2/2m$, а последнее слагаемое в формуле (6) связано с учетом спин-орбитального взаимодействия

$$f_q = 1 + h_m(\alpha + \beta)\rho_q + h_m\alpha\rho_q,$$

$$\alpha = \frac{1}{4} \left[t_1 \left(1 + \frac{1}{2}x_1 \right) + t_2 \left(1 + \frac{1}{2}x_2 \right) \right], \quad \beta = \frac{1}{4} \left[t_2 \left(x_2 + \frac{1}{2} \right) + t_1 \left(x_1 + \frac{1}{2} \right) \right].$$

Здесь $t_0, t_1, t_2, t_3, x_0, x_1, x_2, x_3, \alpha, W_0$ - параметры потенциала Скирма, а $q - p$ или $p - q$ соответственно. Полностью плотность потенциальной энергии в случае сил Скирма приводить не будем ввиду ее громоздкости, а приведем лишь плотность кулоновской энергии с учетом обменного члена

$$\varepsilon_{col} = \frac{1}{2} e^2 \rho_p(r) \int d\vec{r}' \frac{\rho_p(r')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} - \frac{3}{4} e^2 \left(\frac{3}{\pi} \right)^{1/3} \rho_p^{4/3}(r).$$

В результате уравнения (1) и (2) в сферически-симметричном случае преобразуются в систему нелинейных интегродифференциальных уравнений, которая решается численно методом последовательных приближений с граничными условиями

$$\rho_q(r) \Big|_{r \rightarrow \infty} = \frac{1}{r^2} \exp(-\sqrt{|\lambda_q|} / (\hbar m b_1)),$$

а ρ_q при $r \rightarrow 0$ должно быть ограничено.

Результаты

Расчеты интегральных характеристик легких атомных ядер с $Z \geq 4$ проводились с использованием сил Скирма, зависящих от плотности. Использовалась параметризация Sly4 [17], которая успешно применяется для рассмотрения свойств как обычных, так и экзотических средних и тяжелых ядер. На рис. 1 представлены результаты расчетов энергий связи и химических потенциалов изотопов бериллия и углерода, которые демонстрируют

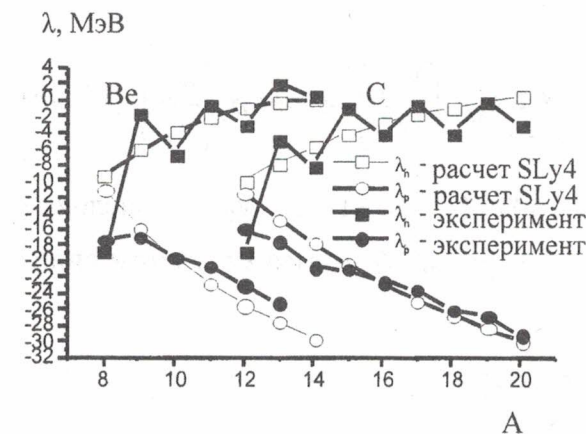
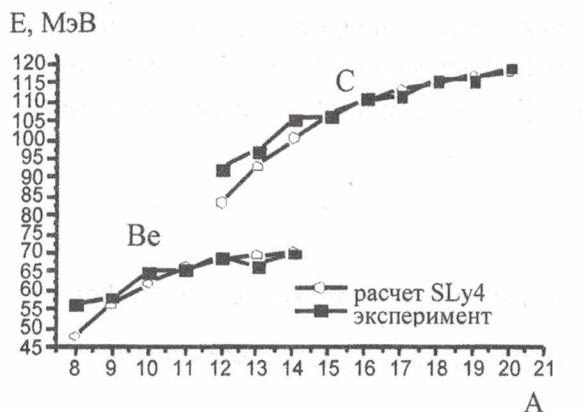


Рис. 1. Зависимость энергий связи, нейтронных и протонных химических потенциалов для разных изотопов Be и C. Экспериментальные данные взяты из работы [19].

характерные зависимости этих величин от массового числа. Кривым зависимости энергий связи от массового числа присуще то, что для ядер с примерно одинаковым числом нейтронов и протонов различия между теоретическими и экспериментальными данными очень велики. Но по мере массового числа изотопов расчетные кривые начинают в среднем достаточно хорошо воспроизводить эксперимент. Здесь, по-видимому, следует вспомнить о том, что ядро ${}^8\text{Be}$ в своем основном состоянии представляет собой два практически не перекрывающихся α -кластера, а ${}^{12}\text{C}$ - три достаточно обособленных α -кластера.

Экспериментальные данные по химическим потенциалам также в среднем передаются. Количественные различия и здесь более всего заметны для $N \approx Z$. Конечно, точно определить положение границы нейтронной стабильности, если этот термин в буквальном смысле слова применить для легких ядер, невозможно. И хотя погрешность здесь невелика, но, по какую сторону границы оказывается тот или иной изотоп, сказать точно нельзя, поскольку это обычно определяется квантовыми эффектами, которые не в полной мере учитываются в используемом подходе.

В таблице приведены результаты расчетов энергий связи, нейтронных химических потенциалов, протонных химических потенциалов, нейтронных, протонных и массовых среднеквадратических радиусов для изотопов ядер бериллия, бора, углерода и азота, лежащих в непосредственной близости от границы нейтронной стабильности. Если для изотопов первых двух ядер погрешность в вычислении энергии может составлять до пяти процентов, то для более тяжелых изотопов углерода и азота эта величина не превышает одного процента, т. е. такая, какую дает обычно ММТФ для средних и тяжелых ядер. Здесь же отметим, что полный учет градиентных поправок для легких ядер значительно важнее, чем для средних и тяжелых, и может давать до нескольких процентов вклада в энергию связи. Расчетные нейтронные химические потенциалы, как уже отмечалось выше, количественно могут заметно отличаться от экспериментальных. Как показывает опыт расчетов в рамках ММТФ, в области средних и тяжелых ядер значения среднеквадратических радиусов могут получаться несколько заниженными. Связано это с тем, что получаемые в этом подходе распределения плотности спадают в диффузной области несколько быстрее, чем это имеет место в действительности, т. е. полученные значения среднеквадратичных радиусов можно рассматривать как оценки снизу этих величин. Большие различия в величинах нейтронных и протонных радиусов могут служить указанием на наличие у данного ядра «нейтронной шубы».

Энергии связи, нейтронные химические потенциалы, нейтронные и протонные и массовые среднеквадратичные радиусы

Ядро	E , МэВ	E_{exp} , МэВ	λ_n , МэВ	$\lambda_{n,\text{exp}}$, МэВ	RMSN, фм	RMSP, фм	RMS, фм
^{12}Be	67,89	68,70	-0,95	-3,17	2,58	2,15	2,45
^{13}Be	69,14	66,64	-0,03	2,01	2,72	2,17	2,57
^{15}B	91,19	88,19	-0,96	-2,77	2,72	2,29	2,58
^{16}B	93,13	(88,10)	-0,12	(0,10)	2,81	2,31	2,67
^{18}C	115,40	115,67	-0,95	-4,18	2,83	2,41	2,70
^{19}C	116,99	115,83	-0,21	-0,16	2,92	2,44	2,78
^{21}N	139,66	138,79	-0,94	-4,61	2,94	2,53	2,81
^{22}N	141,45	140,01	-0,27	-1,22	3,02	2,54	2,88

Примечание. Величины в скобках представляют собой не экспериментальные данные [19], а результаты ядерной систематики.

На рис. 2 приведены зависимости среднеквадратичных радиусов от массового числа. Нейтронные радиусы довольно быстро возрастают практически линейным образом. Протонные изменяются очень медленно. Такое поведение этих величин характерно для поведения изотопов почти всех ядер. Хотя именно для легких ядер в окрестности $N = Z$ здесь может вносить свои коррективы кластеризация. В качестве примеров распределения нейтронных и протонных плотностей на рис. 3 приведены эти величины для ядер ^{16}B и ^{22}N . Для таких ядер большой избыток нейтронов приводит к тому, что нейтронные плотности имеют значительно более протяженный вид, чем протонные, что позволяет говорить о наличии у них «нейтронной шубы». Недостатком расчета является то, что значения плотностей несколько завышены вблизи начала координат. Связано это в основном со спин-орбитальным взаимодействием, константа которого подгонялась по экспериментальным данным для ядер значительно более тяжелых, чем рассматриваемые в работе. Константа спин-орбитального несколько завышена при одновременной перенормировке других параметров.

Определенный успех сферически симметричных квазиклассических расчетов интегральных характеристик легких атомных ядер, лежащих в непосредственной близости от линии нейтронной стабильности, позволяет предположить, что нуклоны в этих ядрах движутся в относительно гладких полях. Т. е. ярко выраженная кластеризация, присущая их изотопам с примерно равным числом протонов и нейтронов, существенно нивелируется в

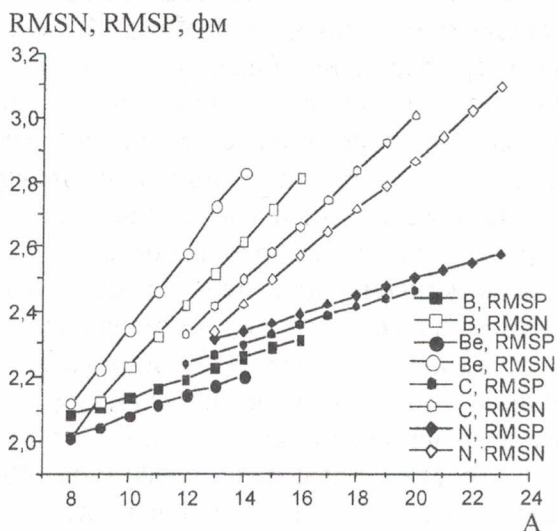


Рис. 2. Зависимости протонных и нейтронных среднеквадратичных радиусов от массового числа A для изотопов ядер Be, B, C, N.

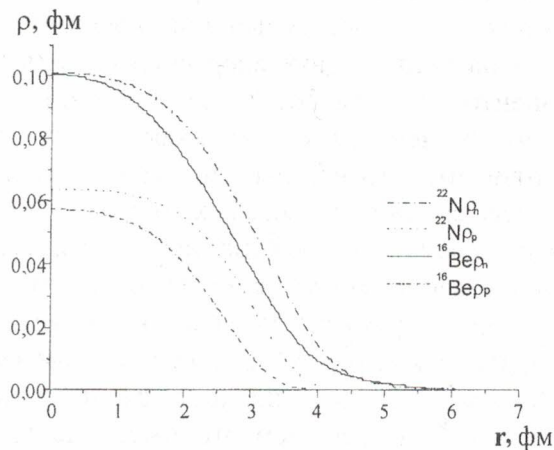


Рис. 3. Плотности распределения нейтронов и протонов в ядрах ¹⁶Be, ²²N.

случае заметного преобладания нейтронов. Соответственно ядра, основные изотопы которых изотопы которых сильно деформированы вследствие кластеризации, могут принимать форму, близкую к сферической. Квантовые эффекты, которыми мы в квазиклассике практически пренебрегли, могут быть учтены в рамках метода Хартри - Фока, квазиклассическим пределом которого и является модифицированный метод Томаса - Ферми.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Filippov G.F.* Microscopic theory of collective resonances of light nuclei // Riv. Nuovo Cim. – 1989. – Vol. 9. – P. 1.
2. *Wurzer J., Hofman H.M.* Structure of Helium isotopes // Phys. Rev. – 1997. – Vol. C55. – P. 688.
3. *Suzuki Y., Varga K., Lovas R.G.* Microscopic multicluster description of neutron halo nuclei with stochastic variational method // Nucl. Phys. – 1994. – Vol. A571. – P. 447.
4. *Karataglidis S., Dortmans P.J., Amos K., Bennhold C.* Alternative evaluations of halos in nuclei // Nucl-th/9811045.
5. *Navratil P., Barrett B.R.* Large basis shell model calculations for p-shell nuclei // Phys. Rev. – 1998. – Vol. C57. – P. 3119.
6. *Zhukov M.V., Danilin B.V., Fedorov D.V. et al.* Bound state properties of Borromean halo nuclei // Phys. Rep. – 1993. – Vol. 231. – P. 151.
7. *Zhukov M.V., Danilin B.V., Ershov S.N. et al.* Dinamical multicluster model for electroweak and charge exchange reactions // Phys. Rev. – 1991. – Vol. C43. – P. 2835.
8. *Csoto A.* Neutron halo in ⁸He in a microscopic model // Phys. Rev. – 1993. – Vol. C48. – P. 165.
9. *Obayashy Y., Varga K., Suzuki Y.* Microscopic multicluster description of the neutron-rich helium isotopes // Phys. Rev. – 1994. – Vol. C50. – P. 189.
10. *Danilin B.V., Tompson I.J., Zhukov M.V. et al.* // ЯФ. – 2001. – Т. 64. – С. 1290.
11. *Filippov G.F.* On natures of halo in light nuclei // Там же. – С. 1311.
12. *Skyrme T.H.R.* The effective nuclear potential // Nucl. Phys. - 1959. – Vol. 9. - P. 635.
13. *Nguyen Van Giai, Sagawa N.* // Nucl. Phys. - 1980. – Vol. A371. - P. 1.
14. *Bartel J., Quentin P., Brack M. et al.* Towards a better parametrisation of Skyrme-like effective forces // Nucl. Phys. - 1982. – Vol. A386. - P. 79.
15. *Dobaczewski J., Flocard H., Treiner J.* // Nucl. Phys. - 1984. – Vol. A422. - P. 103.
16. *Tondeur F., Brack M., Farine M., Pearson J.M.* // Nucl. Phys. - 1984. – Vol. A420. - P. 297.

17. *Chabanat E.* Interactions effectives pour des conditions extremes d'isospin, Univ. Claude Bernard Lyon-1, Thesisi 1995, LYCEN T 9501, unpublished.
18. *Hohenberg P., Kohn W.* Inhomogeneous electron gas // *Phys. Rev. B.* - 1964. – Vol. 136, No. 2. - P. 864.
19. *Brack M., Guet C., Hakanson H.-B.* // *Physics Reports.* – 1985. – Vol. 123. – P. 275.
20. *Brack M., Bhaduri R.K.* *Semiclassical Physics.* – Addison-Wesley, 1997.
21. *Audi G., Wapstra A.H.* The 1993 atomic mass avaluation // *Nucl. Phys.* – 1993. – Vol. A565. – P. 1.

**ЗАСТОСУВАННЯ МОДИФІКОВАНОГО МЕТОДУ ТОМАСА – ФЕРМІ
ДЛЯ РОЗГЛЯДУ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЛЕГКИХ АТОМНИХ ЯДЕР
З ВЕЛИКИМ НАДЛИШКОМ НЕЙТРОНІВ**

В. О. Нестеров

Модифікований метод Томаса - Фермі використано для розрахунку інтегральних характеристик легких атомних ядер з $Z = 4 - 8$, що лежать безпосередньо поблизу межі нейтронної стабільності. Зроблено висновок про те, що нуклони в таких ядрах рухаються у відносно гладких полях, тобто методи, що базуються на уявленнях про рух у середніх полях відносно простої форми, які не застосовуються для розгляду ядер з $N \approx Z$, можуть бути використані для опису властивостей ізотопів із значним надлишком нейтронів.

**APPLICATION OF THE EXTENDED TOMAS – FERMI METHOD FOR THE
PROPERTIES INVESTIGATION OF LIGHT NEUTRON EXCEED ATOMIC NUCLEI**

V. A. Nesterov

The extended Tomas - Fermi method has been applied for computing of integral characteristics of the nuclei with $Z = 4 - 8$, placed near the β -stability line. It has been concluded supposed, that in such nuclei nucleons are moving in the smooth fields and methods, based on the smooth average fields conception, which cannot be used for the nuclei with $N \approx Z$, are applicable for properties description of izotopes with high neutron excess.

Поступила в редакцію 29.10.01,
после доработки – 19.02.02.