УДК 539.14

ОБ ИЗМЕНЕНИИ СТРУКТУРЫ ДЕЙТРОНОВ ПРИ ИХ СТОЛКНОВЕНИИ

Г. Ф. Филиппов, В. Н. Романов

Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова, Киев

В рамках алгебраической версии метода резонирующих групп изучается влияние силовых полей двух сталкивающихся дейтронов на дейтронные волновые функции. На основе того же подхода ставится задача об определении континуума элеменов K-матрицы при заданной энергии движения дейтронов в системе их центра масс и предлагается решение этой задачи.

1. Введение

Изучая столкновение двух дейтронов в рамках стандартного варианта метода резонирующих групп (МРГ) [1], волновые функции дейтронов обычно полагают заданными и внимание концентрируют лишь на определении волновой функции относительного движения дейтронов. Однако ввиду особой мягкости дейтронных систем можно ожидать, что на малых расстояниях между дейтронами, равных по порядку величины радиусу действия ядерных сил, волновые функции дейтронов перестраиваются и это влияет на характер движения дейтронов. Так, когда в результате сближения двух дейтронов каждый из них оказывается в силовом поле притяжения, создаваемом другим дейтроном, и расстояние между дейтронами продолжает уменьшаться, кинетическая энергия относительного движения дейтронов увеличивается, но ее рост сдерживает увеличение собственной энергии дейтронов. К тому же заметную роль в энергетическом балансе начинает играть кулоновское отталкивание между дейтронами. Оно также замедляет рост кинетической энергии и даже приводит к тому, что на самых малых расстояниях ее рост сменяется убыванием.

Чтобы учесть в рамках МРГ возбуждение дейтронов в процессе их столкновения, авторы работы [2] аппроксимировали волновую функции основного состояния и возбужденных состояний дейтронов ортогональными суперпозициями трех гауссоид. Возбужденные состояния в этом подходе моделируют непрерывный спектр. Однако они имеют быстро убывающую асимптотику и поэтому не передают развал дейтрона на два нуклона, хотя и являются средством учета поляризации дейтронов, когда расстояние между ними велико. Та же цель достигается и в многоканальных расчетах [3], когда к дейтрон-дейтронному dd подключаются два других бинарных канала - протон-тритонный pt и нейтрон-гелионный nh. Наконец, в [4, 5] вместе с бинарными каналами привлекался закрытый коллективный квадрупольный канал, также расширяющий динамическое описание дейтрон-дейтронного взаимодействия.

Между тем в [2 - 5] остался без ответа вопрос о роли трехчастичного dnp и четырехчастичного $2p2n$ каналов системы четырех нуклонов. Связь этих каналов с dd каналом приводит к реакциям $dd \to dpn$ и $dd \to 2p2n$. Описание последних может дать основу для качественных суждений о многочастичных реакциях и для количественной оценки их сечений, что до сих пор остается малоисследованной областью теории ядерных реакций.

Включить в рассмотрение динамические переменные, ответственные за изменение структуры дейтронов, и реализовать последовательный анализ процесса столкновения дейтронов удается на основе алгебраической версии МРГ (АВМРГ) [6, 7]. Это достигается за счет пополнения базиса гармонического осциллятора одноканального приближения теми состояниями, которые воспроизводят возбуждение дейтронных систем при их сближении и даже их развал как результат столкновения.

Наша задача - представить в рамках АВМРГ новый подход к описанию взаимодействия двух дейтронов, чтобы изучить и, если необходимо, устранить погрешности, появляющиеся из-за выбора приближенного выражения для волновой функции основного состояния дейтрона, учесть вклад в поляризацию дейтронов от непосредственного взаимодействия нуклонов, входящих в их состав, продемонстрировать характер изменения состояний дейтронов при их сближении, передать и упругое столкновение дейтронов, и развал одного или двух дейтронов, который может иметь место в результате дейтрон-дейтронного столкновения.

2. Коэффициенты разложения и система уравнений АВМРГ

Обратившись к представлению базиса гармонического осциллятора и записав определенную в рамках МРГ [6, 7] волновую функцию Ψ системы двух дейтронов в виде бесконечного ряда

$$\Psi = \sum_{n1=0}^{\nu} \sum_{n2=0}^{\nu} \sum_{n=0}^{\infty} C_{n1\,n2\,n} A[\phi_{n1}(1)\,\phi_{n2}(2) f_n], \qquad (1)$$

приходим к задаче поиска коэффициентов разложения $C_{n1\,n2\,n}$. Напомним, что $\hat{A}$ в (1) - это оператор антисимметризации, n_1 и n_2 - число квантов базисных функций $\phi_{n1}(1)$ и $\phi_{n2}(2)$ первого и второго дейтрона соответственно, а n - число квантов волновой функции f_n относительного движения дейтронов. В силу практических соображений приходится ограничиваться конечным количеством базисных функций $\phi_{n1}(1)$ и $\phi_{n2}(2)$, полагая $n_1, n_2 \le \nu$. Чтобы не перегружать изложение теми деталями, которые не влияют на принципиальную постановку задачи, ограничимся базисными состояниями с нулевым орбитальным моментом и будем пренебрегать кулоновским взаимодействием между протонами. Второе ограничение может быть снято. Кроме того, будем полагать, что суммарный спин S двух дейтронов равен нулю, а нецентральные силы отсутствуют.

Система уравнений АВМРГ для коэффициентов $C_{n1\,n2\,n}$ имеет вид

$$\sum_{n1=0}^{\nu} \sum_{n2=0}^{\nu} \sum_{n=0}^{\infty} < \tilde{n}_1 \tilde{n}_2 \tilde{n} \mid H - E \mid n_1 n_2 n > C_{n1\,n2\,n} = 0, \qquad (2)$$

$$\tilde{n}_1, \tilde{n}_2 = 0, 1, 2 \ldots \nu; \quad \tilde{n} = 0, 1, 2 \ldots \infty.$$

Построение матричных элементов $< \tilde{n}_1 \tilde{n}_2 \tilde{n} \mid H - E \mid n_1 n_2 n >$ на базисных функциях гармонического осциллятора осуществляется стандартным для АВМРГ образом с помощью производящих функций, однако проблема замыкания системы уравнений (2), т.е. перехода от бесконечного числа уравнений к системе с конечным числом, требует специального обсуждения.

Следуя общей идее АВМРГ, сначала определяем асимптотическое поведение коэффициентов $C_{n1\,n2\,n}$. Последние, если $n \ge n_0$ и $n_0 >> 1$, выражаются через неизвестную a priori K-матрицу. Пусть $\overline{C}_{n1\,n2\,n} = C_{n1\,n2\,n}$ если $n \ge n_0$. Тогда вместо (2) получим систему

$$\sum_{n1=0}^{\nu}\sum_{n2=0}^{\nu}\sum_{n=0}^{n0-1} <\tilde{n}_1\tilde{n}_2\tilde{n}\,|\,\hat{H}-E\,|\,n_1n_2n> C_{n1\,n2\,n} + \sum_{n1=0}^{\nu}\sum_{n2=0}^{\nu}\sum_{n=n0}^{\infty} <\tilde{n}_1\tilde{n}_2\tilde{n}\,|\,\hat{H}-E\,|\,n_1n_2n> \overline{C}_{n1\,n2\,n} = 0,$$

$$\tilde{n}_1,\ \tilde{n}_2 = 0,\ 1,\ 2\ldots\nu;\quad \tilde{n} = 0,\ 1,\ 2\ldots n_0. \qquad (3$$

Пока энергия E относительного движения сталкивающихся дейтронов больше энергии связи дейтрона ε, но меньше 2ε, то неизвестными величинами, которые надо найти в результате решения системы уравнений (3), являются коэффициенты $C_{n1\,n2\,n}$, $n \le n_0$ в количестве $n_0(\nu+1)^2$ и элементы K-матрицы. Связь коэффициентов $\overline{C}_{n1\,n2\,n}$ с элементами K-матрицы будет выведена в следующем разделе.

3. Асимптотика коэффициентов $C_{n1\,n2\,n}$ при $n >> 1$

В качестве единиц измерения массы, длины и энергии будем использовать массу нуклона m, осцилляторную длину r_0 и $\hbar^2 / mr_0^2$ соответственно. Тогда, в частности, если E - энергия системы двух дейтронов, а ε - энергия связи дейтрона, то возможные значения импульса k разорванной нейтрон-протонной пары ограничены условием $\frac{1}{2}k^2 \le E - \varepsilon$, пока $E \le 2\varepsilon$.

При всех конечных значениях ν и, следовательно, ограниченном числе слагаемых в суммах по n_1 и n_2 выражение можно интерпретировать как волновой пакет, представляющий собой суперпозицию связанных состояний и состояний непрерывного спектра первого и второго дейтронов. Пусть C_{n1}^0 - коэффициенты Фурье волновой функции $\psi_0(1)$ основного состояния дейтрона, т. е.

$$\psi_0(1) = \sum_{n1=0}^{\infty} C_{n1}^0 \phi_{n1}(1), \qquad (4)$$

а C_{n1}^k - коэффициенты Фурье для состояния

$$\psi_k(1) = \sum_{n1=0}^{\infty} C_{n1}^k \phi_{n1}(1) \qquad (5)$$

непрерывного спектра с импульсом k. Последние должны быть определены как решение волнового уравнения для дейтрона и нормированы на дельта-функцию от k:

$$\sum_{n1=0}^{\infty} C_{n1}^k C_{n1}^{k'} = \delta(k-k'). \qquad (6)$$

Тогда проектирование волнового пакета (1) на состояния (4) и (5) осуществляется обычным образом и, если $n \ge n_0$ и к тому же $n_0 >> 1$, дает нам следующие соотношения для асимптотических коэффициентов $\overline{C}_{n1\,n2\,n} = C_{n1\,n2\,n}$:

$$B_n(0k) = \sum_{n1=0}^{\nu}\sum_{n2=0}^{\nu} \overline{C}_{n1\,n2\,n3} C_{n1}^0 C_{n2}^k. \qquad (7)$$

Значение целого положительного числа ν определяет количество узловых дискретных точек k_i (оно равно $\nu(\nu+2)$), в которых, используя K-матричное представление, надо задать коэффициенты $B_n(0k_i)$, положив

$$B_n(0k_i) = K_{0ki}N_{1/2}(\sqrt{2E-2\varepsilon-k_i^2})\sqrt{4n+3}), \tag{8}$$

$$B_n(00) = J_{1/2}(\sqrt{2E}\sqrt{4n+3}) - K_{00}N_{1/2}(\sqrt{2E-2\varepsilon-k_i^2})\sqrt{4n+3}).$$

Здесь K_{00}, K_{0ki} - элементы K-матрицы. Соотношение (7) вместе с выражениями для $B_n(0k_i)$ и $B_n(00)$, где $i = 1, 2 \ldots \nu$ дают нам $(\nu+1)^2$ уравнений, чтобы связать коэффициенты $\overline{C}_{n1\,n2\,n}$ при $n \geq n_0 >> 1$ с интересующими нас элементами K_{00}, K_{0ki} и $K_{ki\,ki}$ K-матрицы, а также функциями Бесселя и Неймана и в итоге замкнуть систему линейных алгебраических уравнений АВМРГ.

4. О коэффициентах $C_{n1\,n2\,n3}$ при малых значениях n

Малые значения n соответствуют малым расстояниям между дейтронами, когда их волновые функции испытывают наибольшее воздействие дейтрон-дейтронного силового поля. Для того чтобы описать изменение дейтронных состояний на этом этапе, рассмотрим разложение $\sum_{n1=0}^{\nu}\sum_{n2=0}^{\nu} C_{n1\,n2\,n}\phi_{n1}(1)\phi_{n2}(2)$ при фиксированном n. В результате ортогонального преобразования ему можно придать другую форму

$$\sum_{n1=0}^{\nu}\sum_{n2=0}^{\nu} C_{n1\,n2\,n}\phi_{n1}(1)\phi_{n2}(2) = \sum_{\alpha=1}^{\nu+1}\lambda_\alpha(n)\sum_{p=0}^{\nu}B_p^\alpha(n)\phi_p(1)\sum_{q=0}^{\nu}B_q^\alpha(n)\phi_q(2), \tag{9}$$

где λ_α - собственные значения симметричной матрицы $\| C_{n1\,n2\,n} \|$ с заданным значением n (напомним, что суммарный спин $S = 0$) и размерностью $(\nu+1)\cdot(\nu+1)$, а B_p^α, $p = 0, 1, 2 \ldots \nu$ - ее собственные векторы.

Из (9) следует, что дейтроны (оба одновременно) могут быть в одном из $(\nu+1)$ состояний

$$\psi_{n,\alpha} = \sum_{p=0}^{\nu} C_p^\alpha(n)\phi_p. \tag{10}$$

Волновые функции этих состояний зависят от n и, следовательно, изменяются с изменением n. Вероятность $W(n,\alpha)$ того, что дейтроны находятся в состоянии (10), определяется выражением

$$W(n,\alpha) = \frac{\lambda_\alpha^2(n)}{\sum_{\alpha'}\lambda_{\alpha'}^2(n)}.$$

5. Результаты расчетов

Расчеты в рамках АВМРГ фазы упругого дейтрон-дейтронного рассеяния $\delta(E)$, собственных значений $\lambda_\alpha(n)$ и собственных векторов $\{B_p^\alpha\}$ были выполнены с нуклон-нуклонным потенциалом Миннесоты [8] в области энергий E от нуля до порога развала одного из дейтронов и осцилляторной длиной r_0 = 1,82 Фм. Мы полагали, что $\nu = 6$. Значения фаз, вычисленные при $\nu = 5$ и $\nu = 6$, различаются меньше, чем на 1 %.

Поведение фазы $\delta(E)$ представлено на рис. 1. Там же показано, как ведет себя фаза $\delta_0(E)$, если $\nu = 0$ и $r_0 = 1.5$ Фм. Последняя фаза быстро растет с увеличением надпороговой энергии, достигает максимума и затем начинает медленно убывать. Такой ход фазы соответствует отрицательной длине рассеяния и узкому резонансу при энергии, когда фаза имеет максимальную производную. Что же касается фазы $\delta(E)$, то она монотонно убывает, поэтому порождаемая ею длина рассеяния положительна и неглубоко под порогом должно быть связанное состояние.

Радикальное изменение поведения фазы при увеличении ν от нуля до семи объясняется следующим образом. Если $\nu = 0$, то вовлекаемые в расчет базисные состояния гармонического осциллятора дают лишь одно связанное состояние системы двух взаимодействующих дейтронов. Фактически это основное состояние ^4He, которое формирует поведение фазы $\delta_0(E)$.

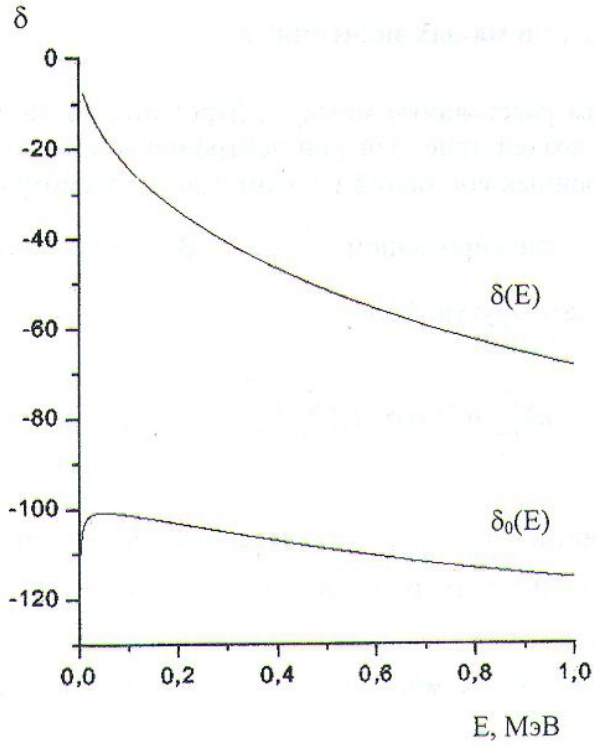

Рис. 1. Зависимость фазы (в град.) упругого рассеяния дейтрона на дейтроне от энергии относительного движения дейтронов в системе их центра масс для приближений ν = 0 и ν = 6.

Согласно нашему расчету, его энергия, отсчитанная от порога развала α-частицы на четыре нуклона, равна – 25,6 МэВ или же – 25,1 МэВ, если отсчитывать эту энергию от порога развала α-частицы на два дейтрона. Если же $\nu = 6$, то энергия основного связанного состояния изменяется незначительно (она равна теперь – 28,7 МэВ, если ее отсчитывать от порога полного развала α-частицы, или – 24,6 МэВ, если ее отсчитывать от порога развала на два дейтрона), однако появляется второе связанное состояние, расположенное гораздо ближе к порогу развала на два дейтрона, чем основное. Поэтому и наблюдается существенно иной ход фазы $\delta(E)$ по сравнению с $\delta_0(E)$.

Заметим сразу, что на самом деле у ядра ^4He только одно связанное состояние, но есть 0^+ резонанс над порогом развала ^4He по каналу "протон и тритий" и ниже порога развала по каналу "нейтрон и ^3He". В рассматриваемом приближении оба этих канала закрыты, и резонанс становится связанным состоянием. Результаты наших расчетов указывают на то, что дейтрон-дейтронный канал играет важную роль в формировании 0^+ резонансного состояния ^4He, как в приближении $\nu = 0$, когда оно оказывается над дейтрон-дейтронным порогом, так и особенно в приближении $\nu = 6$, когда оно опускается под этот порог.

Теперь обратимся к вопросу об изменении структуры дейтронных функций при

сближении дейтронов. На рис.2 представлены графики собственных функций $\psi_{n,\alpha}$ при $\alpha = 1$ и $E = 1$ МэВ, имеющих максимальный вес $W(n,\alpha)$, и график функции $\psi_{0,2}$. Для всех $n \neq 0$ $W(n, 1)$ чуть меньше единицы, однако $W(0, 1) = 0{,}483$, а $W(0, 2) = 0{,}466$. На первом этапе сближения средний квадратичный радиус дейтронов уменьшается по мере уменьшения n (почти на 33 %, когда $n = 2$), а потом начинает расти и при $n = 0$ оказывается на 32 % больше исходного, составляющего 1,453 Фм. Любое изменение дейтронных радиусов по сравнению с оптимальным исходным сопровождается уменьшением энергии связи дейтронов и, следовательно, их возбуждением, что понижает вклад кинетической энергии относительного движения дейтронов в полный энергетический баланс. Это вклад уменьшается на 12,84 МэВ, если $n = 0$, когда на возбужденные состояния с $\alpha = 2$ и весом $W(0, 2) = 0{,}466$ приходится 9,6 МэВ. Аналогичные выводы справедливы и в случае варианта с энергией $E = 2$ МэВ, для которого были выполнены расчеты по той же программе.

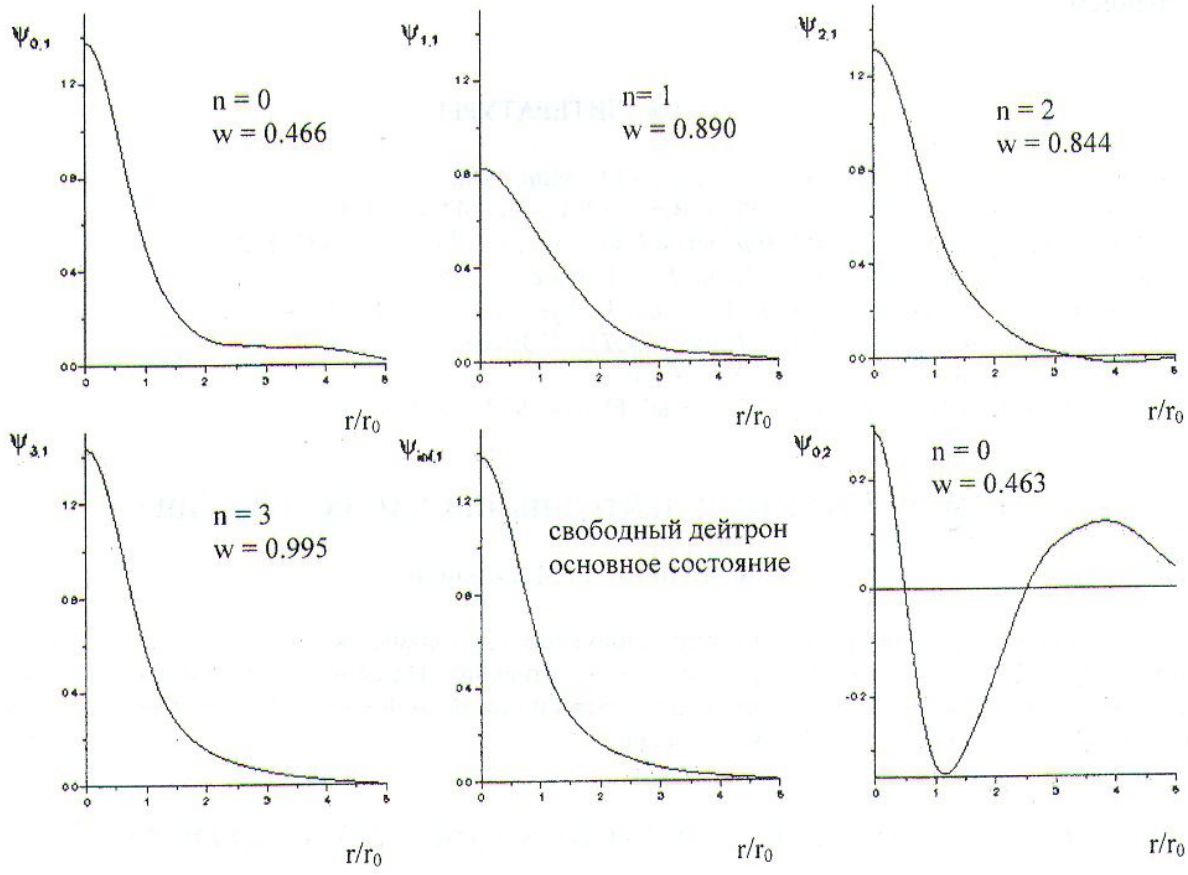

Рис. 2. Радиальная зависимость волновых функций $\psi_{0,1}$, $\psi_{1,1}$, $\psi_{2,1}$, $\psi_{3,1}$, $\psi_{\infty,1}$, $\psi_{0,2}$, найденная в результате диагонализации матриц коэффициентов сталкивающихся дейтронов.

6. Заключение

При анализе неупругих процессов, сопровождающих столкновения дейтронов с энергией, превышающей порог их развала, приходится иметь дело с волновыми пакетами, декомпозиция которых дает информацию об эффективных сечениях упругого и неупругого рассеяний. Предложена новая схема, на основе которой можно найти элементы K-матрицы или S-матрицы рассеяния, когда рассматриваются переходы в континуум состояний непрерывного спектра при фиксированной энергии системы двух взаимодействующих дейтронов. Выведена замкнутая система конечного числа алгебраических уравнений,

решение которой приводит к элементам K-матрицы, представляющим собой непрерывные функции от энергии развалившихся в результате столкновения дейтронов. Расчеты элементов такой K-матрицы предполагается представить в следующей публикации.

Вычислена фаза упругого дейтрон-дейтронного рассеяния в области энергий относительного движения двух дейтронов, не превосходящих порог развала дейтрона. Исследовано поведение волновых функций сближающихся дейтронов на малых расстояниях между ними. Данные об этом поведении содержатся в коэффициентах Фурье разложения волновой функции по базисным состояниям гармонического осциллятора. Изложен и реализован подход, позволяющий извлечь такие данные и определить характер изменения дейтронных функций.

Это явление может иметь место и в более сложных системах, рассматриваемых в рамках МРГ, когда учет деформации волновых функций кластеров, усиливая взаимодействие между кластерами, приводит или к появлению резонанса, который не виден, если деформация не учитывается, или же к тому, что резонанс оказывается связанным состоянием.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Вильдермут К., Тан Я.* Единая теория ядра. - М.: Мир, 1980.
2. *Kanada H., Kaneko T., Tang Y.C.* // Phys. Rev. - 1991. - Vol. 43. - P. 371.
3. *Василевский В.С., Рыбкин И.Ю., Филиппов Г.Ф.* // ЯФ. - 1990. - Т. 51. - С. 112.
4. *Филиппов Г.Ф., Василевский В.С., Бруно М.* // Там же. - С. 1551.
5. *Vasilevsky V.S., Filippov G.F., Arickx F. et al.* // J. Phys. - 1992. - Vol. G18 - P. 1227.
6. *Филиппов Г.Ф., Василевский В.С., Чоповский Л.Л.* // ЭЧАЯ. - 1984. - Т. 15. - С. 1338.
7. *Filippov G.F.* // Nuovo Cim. - 1989 - Vol. 9. - P. 1.
8. *Thompson D.R., LeMere M., Tang Y.C.* // Nucl. Phys. - 1977. - Vol. A286. - P. 53.

ПРО ЗМІНУ СТРУКТУРИ ДЕЙТРОНІВ ПІД ЧАС ЇХ ЗІТКНЕННЯ

Г. Ф. Філіпов, В. М. Романов

У рамках алгебраїчної версії методу резонуючих груп вивчається вплив силових полів двох дейтронів на дейтронні хвильові функції під час їх зіткнення. На основі того ж підходу ставиться задача про визначення континуума елементів K-матриці при заданій енергії руху дейтронів у системі їх центра мас і пропонується розв'язок цієї задачі.

ON THE STRUCTURE OF DEUTERONS UNDER THEIR COLLISION

G. F. Filippov, V. N. Romanov

The influence of the force fields of colliding deuterons on deuteron wave functions is studied within the framework of the algebraic version of the resonating group method. The problem of the determination of the continuum of K-matrix elements at fixed kinetic energy of the deuterons in the center-of-mass system is formulated and solved.