УДК 539.171

РОЗРАХУНКИ ПЕРЕРІЗІВ ПРУЖНОЇ ВЗАЄМОДІЇ АДРОНІВ І СКЛАДНИХ ЧАСТИНОК З ЯДРАМИ ПРИ ВИКОРИСТАННІ ФАЗ У КВАЗІКЛАСИЧНОМУ НАБЛИЖЕННІ

В. К. Тартаковський, О. В. Фурсаєв, В. І. Ковальчук

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Запропоновано метод розрахунку перерізів дифракційного пружного розсіяння адронів та складних частинок ядрами через фазові зсуви, які обчислюються у квазікласичному наближенні. Метод використано для розрахунку перерізів розсіяння протонів з енергіями від 182 МеВ до 1 ГеВ на ряді ядер. Розраховані кутові залежності перерізів задовільно описують експериментальні дані в околах вторинних дифракційних максимумів.

Дифракційне наближення в теорії зіткнень [1] дозволяє розраховувати характеристики (перерізи, кореляційні функції, поляризації) ядерних реакцій при достатньо високих енергіях частинок, що беруть у них участь. Амплітуда реакції зв'язана двовимірним перетвором Фур'є з функцією профілю (ФП). Отже, зіткнення можна параметризувати через феноменологічне визначення цієї функції, що й робиться у переважній більшості випадків. Вже найпростіша модельна ФП із східчастою параметризацією [1] робить можливим теоретичний аналіз пружного дифракційного розсіяння та абсорбції чорними ядрами адронів, які можуть бути як складними ядерними частинками (нуклонними кластерами ядер), так і окремими нуклонами (системами трьох кварків), тобто можуть мати структуру різних рівнів складності. При певній модифікації феноменологічної параметризації можливо також розраховувати ефекти, обумовлені напівпрозорістю ядер, дифузністю їх поверхні, кулонівською та спін-орбітальною взаємодіями й розглядати більш складні ядерні процеси (збудження, дезінтеграція ядер).

Розглянемо дифракційні ядерні процеси, виходячи з того, що ФП є проміжною (необов'язковою) ланкою, яка зв'язує потенціал взаємодії частинки та ядра з амплітудою реакції. Будемо розраховувати диференціальні перерізи дифракційного пружного адрон-ядерного розсіяння $\sigma(\vartheta)$, де ϑ - кут розсіяння в системі центра мас, параметризуючи його через потенціал взаємодії адронів (нуклонів або окремих кластерів) при зіткненні з ядрами. При цьому використаємо безпосередній зв'язок ФП $\omega(\rho)$, де ρ - параметр удару, з фазовими зсувами (фазами розсіяння) $\delta(\rho)$ радіальної хвильової функції відносно фази при відсутності силового центра [1]

$$\omega(\rho) = 1 - \exp[2i\delta(\rho)]\Xi . \tag{1}$$

Як приклад, розглянемо нуклон-ядерне розсіяння. Умовою адекватності дифракційного наближення є співвідношення $l \approx k\rho \rangle\rangle 1$, де l і k - відносні орбітальний кутовий момент і хвильове число ($h = c = 1$), що виправдовує використання квазікласичного виразу [1, 2]

$$\delta(\rho, E) = -\frac{1}{v}\int_0^\infty ds \,\left\{\mathrm{Re}\, V_N(r, E) + i\,\mathrm{Im}\, V_N(r, E)\right\}. \tag{2}$$

Тут потенціал нуклон-ядерної взаємодії $V_N(r, E)$ (вважаємо її центральною) є комплекснозначною функцією відстані $r = \sqrt{\rho^2 + s^2}$ між ядром і частинкою, що проходить ядро вздовж променя, який відповідає певному значенню ρ та енергії E частинки з відносною швидкістю v на нескінченній відстані від ядра.

Перерізи $\sigma(\vartheta)$ розраховано також згідно з квазікласичним виразом для фази [3, 4, 5]

$$\delta(\rho,E)=k\left\{\int_{b(V_N)}^{\infty}dr\sqrt{1-\frac{\rho^2}{r^2}-\varepsilon(r,E)}-\int_{b(0)}^{\infty}dr\sqrt{1-\frac{\rho^2}{r^2}}\right\}, \tag{3}$$

де $\varepsilon(r,E)\equiv 2MV_N(r,E)/k^2$, M - зведена маса нуклона та ядра, а $b(V_N)$, $b(0)$ - корені дійсних частин підкореневих виразів у (3). Різниця (3) двох інтегралів, кожний з яких є розбіжним на верхній границі (при $r\to\infty$), призводить до скінченного результату. З умови $l\gg 1$ випливає, що величина $b(V_N)$ також велика в усій області інтегрування в (3), так що значення $|V_N(r,E)|$ достатньо малі, щоб знайти відповідну границю $\delta(\rho,E)$. При $|\mathrm{Re}\,\varepsilon(r,E)|\ll 1$, враховуючи, що $b(V_N)\approx\rho(1+\frac{1}{2}\mathrm{Re}\varepsilon(r,E))\le\rho$, оскільки $\mathrm{Re}\,\varepsilon(r,E)\le 0$, та малість інтеграла

$$\int_{b(V_N)}^{b(0)}dr\sqrt{1-\frac{\rho^2}{r^2}-\mathrm{Re}\varepsilon(r,E)}\approx\frac{\rho}{2}\sqrt{(-\mathrm{Re}\,\varepsilon(\rho,E))^3},$$

маємо в (3) $b(V_N)\approx b(0)$. Замінивши в (3) змінну інтегрування r на $s=\sqrt{r^2-\rho^2}$, отримаємо (2). Подібний граничний випадок розглянуто в [3], але в даному підході припущено, що $\mathrm{Im}V_N(r,E)\neq 0$. Узгодження формул (2) і (3) при $|\mathrm{Re}\,\varepsilon(r,E)|\ll 1$ може розглядатися як певне обґрунтування такого узагальнення.

Щоб акцентувати увагу на позитивних якостях запропонованого методу, результати обчислень згідно з (2), (3) порівнюються з результатами розрахунків перерізів $\sigma(\vartheta)$ з модельними нейтрон-ядерною ФП, що відповідає чорному ядру з різкою поверхнею

$$\omega(\rho)=\theta(R-\rho), \tag{4}$$

де $R=r_o A^{1/3}$ - радіус взаємодії (нуклонним радіусом нехтуємо), $\theta(x)$ - східчаста функція

$$\theta(x)=\begin{cases}1, & x>0\\ 0, & x<0\end{cases},$$

A - масове число ядра-мішені, і протон-ядерною ФП

$$\omega(\rho)=\omega^z(\rho)=1-\theta(\rho-R)e^{2i\xi\ln(k\rho)}, \tag{5}$$

де $\xi=Ze^2/hv$ - кулонівський параметр [1], Z - заряд ядра. На рис. 1 наведено результати розрахунків перерізів $\sigma(\vartheta)$ [1, 5]

$$\sigma(\vartheta)=|f(\vartheta)|^2,\qquad f(\vartheta)=ik\int_0^{\infty}d\rho\,\rho\,\omega(\rho)\,J_0(k\rho\vartheta), \tag{6}$$

де $f(\vartheta)$ - амплітуда розсіяння протонів ядрами ^{56}Fe, ^{115}In, ^{197}Au при енергії протонів E = 182 МеВ і ядром ^{90}Zr (E = 185 МеВ). Значення $r_0\,(R)$ в одиницях Фм для кожного ядра дорівнюють, відповідно, 1.29 (4.94), 1.25 (6.08), 1.27 (7.39), 1.24 (5.56). ФП (4) відповідає кривим *1*, тоді як (5) - кривим *2*. Порівняння кривих *1* і *2* показує, що при таких значеннях E внесок кулонівської взаємодії у переріз $\sigma(\vartheta)$ поза головним максимумом є знехтовно малим (за винятком околів дифракційних мінімумів), тому обчислення згідно з (2) – криві *3* та (3) – криві *4* на рис. 1 - кулонівську взаємодію не враховувало, тобто потенціал $V_N(r,E)$ у нашому розрахунку мав суто ядерну природу й являв собою оптичний потенціал фермієвського типу [1, 6]

$$V_N(r,E) = -\frac{V(E) + iW(E)}{1 + \exp\left(\dfrac{r-R}{a}\right)}, \qquad (7)$$

де $a = 0.65$ Фм – параметр дифузності. Величини $V(E) = \mathrm{Re}\,V(E) = 14$ МеВ, $W(E) = \mathrm{Re}\,W(E) = 13.2$ МеВ було знайдено через апроксимування даних з [6].

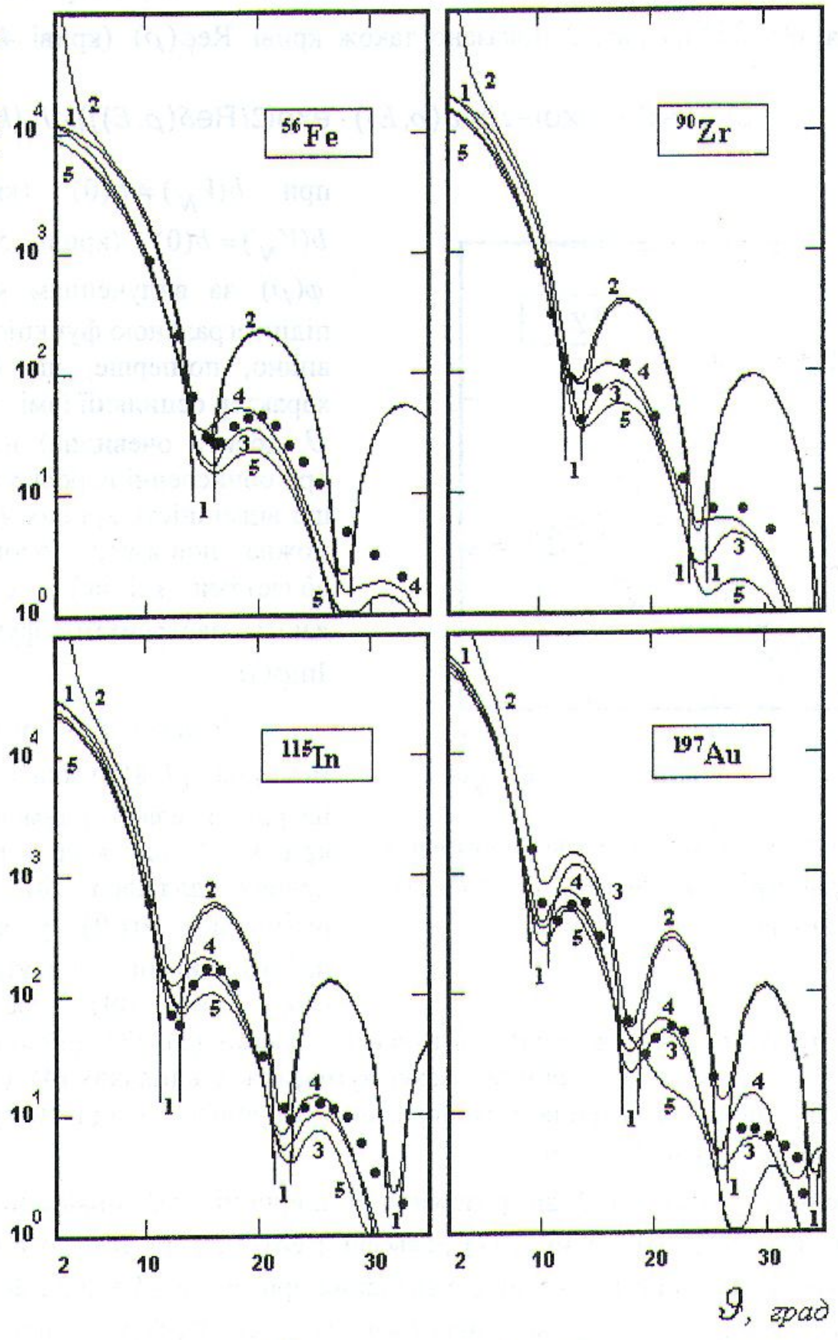

Рис. 1. Диференціальні перерізи $\sigma(\vartheta)$ пружного дифракційного розсіяння протонів на ядрах (система центра мас). Експериментальні дані з [7, 8].

На прикладі ядра ^{90}Zr знаходження точного чисельного розв'язку (E = 185 МеВ) трансцендентного рівняння $1-(\rho^2/r^2)-\mathrm{Re}\varepsilon(r,E)=0$ і обрахування відношення $b(V_N)/b(0)$ як функції ρ показують (крива *1* на рис. 2), що для всіх ρ дійсно має місце нерівність $b(V_N) < \rho$, яку використано для одержання граничного виразу співвідношення (3). Якщо покласти в (3) $b(V_N)=b(0)$, то обчислення з потенціалом (7) перерізів $\sigma(\vartheta)$ приводить на рис. 1 до кривих *5* (для всіх чотирьох ядер). Щоб гарантувати надійність показаних на рис. 1 результатів, чисельне інтегрування проводилося двома незалежними методами: Сімпсона з достатньо малим кроком інтегрування (0.01 Фм) та Ромберга. На рис. 2 побудовано криві *2, 3* для $\mathrm{Re}\,\delta(\rho,E)$ із (3), відповідно з $b(V_N)\neq b(0)$ та $b(V_N)=b(0)$. Подібний же вигляд та приблизно такі ж значення (при E = 185 МеВ) мають і криві для $\mathrm{Im}\,\delta(\rho,E)$. Для $\vartheta=25^{\circ}$ на рис. 2 показано також криві $\mathrm{Re}\varphi(\rho)$ (криві *4, 5*) та $\mathrm{Im}\varphi(\rho)$ (криві *6, 7*), де

$$\varphi(\rho)\equiv(1-\exp(-2\,\mathrm{Im}\delta(\rho,E))\cdot\exp(2i\,\mathrm{Re}\delta(\rho,E)))\cdot J_0(k\vartheta\rho), \qquad (8)$$

при $b(V_N)\neq b(0)$ (криві *4, 6*) і $b(V_N)=b(0)$ (криві *5, 7*). Функція $\varphi(\rho)$ за вилученням множника ρ є підінтегральною функцією в (6). З рис. 2 видно, по-перше, що в даній задачі характер осциляції (зміна його при зміні ϑ досить очевидна) не є проблемою при обчисленні перерізу (6), і , по-друге, що відмінність кривих *4, 5* (див. рис. 1) можна пов'язати головним чином з областями змінної ρ, яким відповідають екстремуми функцій $\mathrm{Re}\varphi(\rho)$, $\mathrm{Im}\varphi(\rho)$.

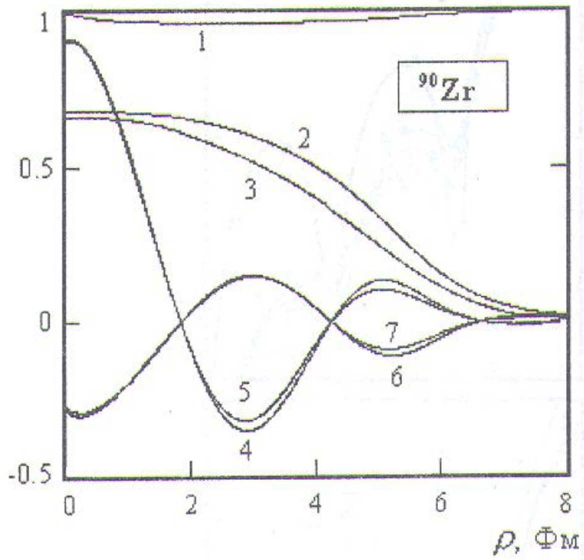

Рис. 2. Вплив вибору $b(V_N)$ на залежності фазових зсувів (3) і підінтегральних функцій в (6) від ρ. Вісь ординат безмірна.

Згідно з χ^2 - критерієм, експериментальні [7, 8] кутові залежності $\sigma(\vartheta)$ на рис. 1 мають найменші відхили від кривих *4* для ядер ^{56}Fe, ^{90}Zr та від кривих *3* для ядер ^{115}In, ^{197}Au, тобто наш розрахунок $\sigma(\vartheta)$ у квазікласичному наближенні при відсутності характерних для ФП феноменологічних параметрів (тобто будь-якої підгонки) з фазовими зсувами (2), (3) приводить до кращих результатів, у тому числі і для вторинних максимумів, ніж у випадках (4), (5) чорного ядра (криві *1, 2*). Відсутність узгодження з експериментом кривих *5* свідчить про необхідність використання виразу (3) з $b(V_N)\neq b(0)$.

Поводження нейтронної фази розсіяння в площині ρE показано на рис. 3, де обчислені нами для ядра ^{90}Zr згідно з (2) рельєфи $\mathrm{Re}\delta(\rho,E)$ та $\mathrm{Im}\delta(\rho,E)$ мають цілком зрозумілу спільну характеристику - швидке спадання при $\rho\geq R$ (R = 5.56 Фм). У той же час їх E-залежності для $\rho < R$ дещо відрізняються. Тоді як $\mathrm{Re}\delta(\rho,E)$ при зростанні E є монотонно спадною функцією, що відповідає зменшенню коефіцієнта заломлення [2] при зменшенні дебройлевської довжини хвилі нуклонів, поводження функції $\mathrm{Im}\delta(\rho,E)$ у площині ρE більш складне. Для $\rho \langle R$ вона стає спадною лише при $E \geq 100$ МеВ, що узгоджується з уявленнями [1] про E - залежність коефіцієнта абсорбції [2] ядром нуклонів (при $E \geq 100$ МеВ ядра вже не є чорними). Загалом, при $\rho \langle R$ в означеній області ρE маємо $\mathrm{Im}\delta(\rho,E) \langle\langle \mathrm{Re}\delta(\rho,E)$; при $\rho \geq R$ та великих E величини $\mathrm{Re}\delta(\rho,E)$ та $\mathrm{Im}\delta(\rho,E)$ приблизно однакові. Розраховані фазові зсуви (див. рис. 3) можуть бути корисними і в інших задачах розсіяння.

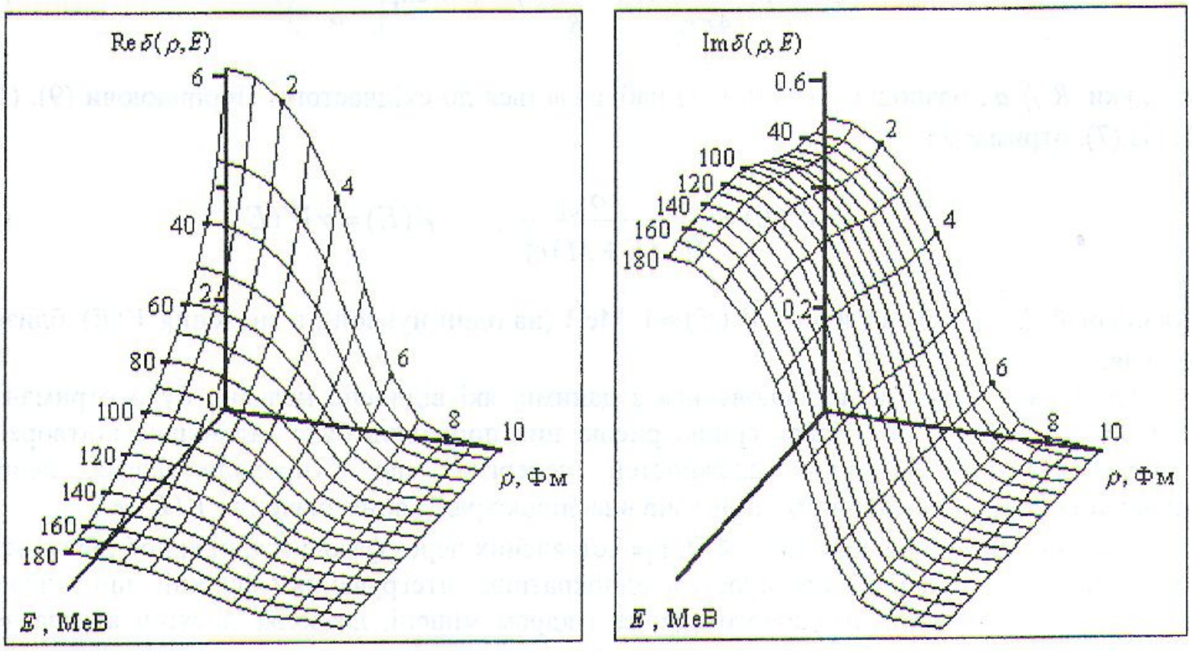

Рис. 3. Фазовий зсув як функція ρ, E. Вісь аплікат безрозмірна. Значення аргументів ρ, E наведено біля ізоліній.

Подібні обчислення проведено також і для високих енергій падаючих протонів. Поширення оптичної моделі ядра на релятивістську область значень E ([9] та посилання там) дозволяє розраховувати перерізи розсіяння протонів ядрами ^{16}O (E = 1 ГеВ), ^{40}Ca (E = 0.5 ГеВ), ^{92}Zr, ^{116}Sn (E = 0.8 ГеВ). Узагальнений комплексний потенціал при релятивістських енергіях не визначається однозначно [10], хоча із загальних міркувань відомі деякі його властивості. Для таких енергій E (порядку 1 ГеВ) виконується наближене співвідношення (у лабораторній системі відліку) [1]

$$V_N(r, E) = -\frac{2\pi}{E+M} f(0)\rho_N(r) , \qquad \int d\vec{r}\, \rho_N(r) = A , \tag{9}$$

де M - нуклонна маса, $\rho_N(r)$ - густина нуклонів ядра (вважаємо $A \rangle\rangle 1$),

$$f(0) = \frac{k\sigma_{tot}}{4\pi}(i+\gamma) \tag{10}$$

- амплітуда нуклон-нуклонного розсіяння на нульовий кут [1]. Повний переріз нуклон-нуклонної взаємодії $\sigma_{tot} \approx$ 45 мб для 0.5 ГеВ $\langle E \langle$ 3 ГеВ, а відношення $\gamma = \mathrm{Re}\, f(0)/\mathrm{Im}\, f(0)$ для 0.5 ГеВ $\langle\ E\ \langle$ 1.5 ГеВ приймає значення $0.05 \rangle \gamma \rangle -0.65$. Параметри γ та σ_{tot} визначаються експериментально [11].

Поправка до кінематичного фактора при переході від лабораторної системи відліку до системи центра мас у випадку релятивістського руху падаючого нуклона і значень $A \geq 16$

порівняно невелика [12, 13]. Її вплив на результати розрахунку перерізів $\sigma(\vartheta)$ виявляється значно меншим, ніж вплив невизначеності значень параметрів σ_{tot}, γ (особливо γ), не говорячи про інші невизначеності та припущення в [1].

При $A \rangle\rangle 1$ наближений вираз для нуклонної густини має вигляд [6]

$$\rho_N(r) = \frac{3}{4\pi r_0^3}\,(1+\frac{\pi^2 a^2}{R^2})^{-1}\,(1+\exp\left[\frac{r-R}{a}\right])^{-1}. \tag{11}$$

Оскільки $R \rangle\rangle a$, розподіл густини (11) наближається до східчастого. Порівнюючи (9), (10), (11) із (7), отримаємо

$$W(E) = \frac{3}{8\pi}\,\frac{k\sigma_{tot}}{(E+M)r_0^3}\;, \qquad V(E) = \gamma\, W(E). \tag{12}$$

Для енергій $E \approx 1$ ГеВ величина $W(E) \approx 1$ МеВ (на один нуклон), а значення $V(E)$ близько до нуля.

Обчислені перерізи порівнювалися з даними, які відносно недавно було отримано в експериментах [14 - 21]. Характерною рисою цих порівнянь було задовільне відтворення експериментальних кутових залежностей перерізів, що супроводжувалося певним заповненням усіх дифракційних мінімумів внаслідок врахування значення $V(E) \neq 0$.

Таким чином, використання ФП, представлених через фазові зсуви, які обчислюються у квазікласичному наближенні простим однократним інтегруванням функції, що залежить від потенціалу взаємодії падаючого адрона з ядром мішені, дозволяє досягти адекватного опису експериментальних кутових залежностей перерізів пружного розсіяння нуклонів ядрами як при порівняно невеликих (^{56}Fe, ^{90}Zr, ^{115}In, ^{197}Au), так і при релятивістських (^{16}O, ^{40}Ca, ^{92}Zr, ^{116}Sn) енергіях. Якісне узгодження досягається як в околі першого (головного), так і в околах вторинних дифракційних максимумів без введення будь-яких підгінних параметрів. Як на наш погляд, запропонований нами метод може бути актуальним при дослідженні у дифракційному наближенні зіткнень з ядрами також і складних сильно взаємодіючих частинок: дейтронів та інших дво- і трикластерних слабкозв'язаних (у тому числі й екзотичних) ядер, що може мати місце, наприклад, в разі використання радіоактивних пучків.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Ситенко А.Г.* Теория ядерных реакций. – М.: Энергоатомиздат, 1983.
2. *Барашенков В.С., Тонеев В.Д.* Взаимодействия высокоэнергетических частиц и атомных ядер с ядрами. – М.: Атомиздат, 1972.
3. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика (нерелятивистская теория). – М.: Наука, 1989.
4. *Доценко И.С., Сосов Ю.В., Тартаковский В.К.* Нахождение нуклон-нуклонных фаз рассеяния методом фазовых функций. - Киев, 1992. – 13 с. - (Препр. / АН УССР. Ин-т теорет. физики; ИТФ-92-2Р).
5. *Тартаковський В.К., Фурсаєв О.В., Ковальчук В.І.* // Збірник наукових праць інституту ядерних досліджень. – Київ, 1999. - С. 23.
6. *Бор О., Моттельсон Б.* Структура атомного ядра. – М.: Мир, 1971. - Т. 1.
7. *Ingemarsson A., Tibell G.* // Physica Scripta. – 1971. – Vol. 4, No. 6. - P. 235.
8. *Johansson A., Svanberg U., Hodgson P.E.* // Arkiv fur Fysik. - 1961. - Vol. 19, No. 39. - P. 541.
9. *Никитин В.А.* // ЭЧАЯ. – 1970. – Т. 1, вып. 1. - С. 7.
10. *Logunov A.A., Tavkhelidze A.N.* // Nuovo cim. – 1963. – Vol. 29. - P. 380.
11. *Ситенко О.Г., Тартаковський В.К.* Теорія ядра. – К.: Либідь, 2000.

12. *Гольданский В.И., Никитин Ю.П., Розенталь И.Л.* Кинематические методы в физике высоких энергий. – М.: Наука, 1987.
13. *Никитиу Ф.* Фазовый анализ в физике ядерных взаимодействий. – М.: Мир, 1983.
14. *Alkhazov G.D., Belostotsky S.L., Vorobyov A.A. et al.* // Phys. Repts. – 1978. – Vol. 42, No. 2. – P. 89.
15. *Алхазов Г.Д., Белостоцкий С.Л., Воробьев А.А. и др.* Экспериментальные данные по упругому и неупругому рассеянию протонов с энергией 1 ГэВ на ядрах. – Л., 1979. – 21 с. - (Препр. / АН СССР. ЛИЯФ; № 531).
16. *Alkhazov G.D., Belostotsky S.L., Donchenkov O.A. et al.* // Nucl. Phys. A – 1982. – Vol. 381, No. 3. – P. 430.
17. *Hoffmann G.W., Ray L., Barlett M.L. et al.* // Phys. Rev. Lett. – 1981. – Vol. 47, No. 20. – P. 1436.
18. *Rahbar A., Ass B., Bleszynski E. et al* // Phys. Rev. Lett. – 1981. – Vol. 47, No. 25. – P. 1811.
19. *Alkhazov G.D.* // Z. Phys. A – 1982. – Vol. 305, No. 2. – P. 167.
20. *Baker F.T., Scott A., Crimm M.A. et al.* // Nucl. Phys. A – 1983. – Vol. 393, No. 3. – P. 283.
21. *Hoffmann G.W., Blanpied G.S., Coker W.R. et al.* // Phys. Rev. Lett. B – 1978. – Vol. 76, No. 4. – P. 383.

РАСЧЕТЫ СЕЧЕНИЙ УПРУГОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АДРОНОВ И СЛОЖНЫХ ЧАСТИЦ С ЯДРАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФАЗ В КВАЗИКЛАССИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

В. К. Тартаковский, А. В. Фурсаев, В. И. Ковальчук

Предложен метод расчета сечений дифракционного упругого рассеяния адронов и сложных частиц ядрами через фазовые сдвиги, вычисляемые в квазиклассическом приближении. Метод использован для расчета сечений рассеяния протонов с энергиями от 182 МэВ до 1 ГэВ на ряде ядер. Рассчитанные угловые зависимости сечений удовлетворительно описывают экспериментальные данные в окрестностях вторичных дифракционных максимумов.

THE CROSS SECTIONS CALCULATIONS OF HADRONS AND COMPLEX PARTICLES ELASTIC SCATTERING ON NUCLEI WITH PHASE USING IN QUASI-CLASSIC APPROXIMATION

V. K. Tartakovsky, A. V. Fursayev, V. I. Kovalchuk

The method of nuclear elastic scattering cross sections calculation has proposed for incident hadrons and complex particles within quasi-classic approximation using scattering phases. The calculations have performed for proton-nucleus elastic scattering cross sections from 182 MeV to 1 GeV. The calculating cross sections angular dependencies describe satisfactorily the experimental data behavior in secondary maxima neighbourhood.