

КРИТЕРІЙ АДАБАТИЧНОГО НАБЛИЖЕННЯ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧІ РОЗСІЯННЯ СЛАБКОВ'ЯЗАНИХ ЧАСТИНОК КУЛОНІВСЬКИМ ПОЛЕМ

В.П. Вербицький, Л.Я. Жукалюк, К.О. Теренецький

Розраховано електричний оптичний потенціал (ЕОП) для пружного розсіяння слабков'язаних частинок (d, ⁶He, ¹¹Li). Одержано аналітичний вираз для ЕОП у наближенні Вентцеля - Бриллюєна - Крамерса. Встановлено критерії адиабатичного наближення для задачі розсіяння слабков'язаних частинок електричним полем при підбар'єрних енергіях. Показано, що ці критерії можуть не виконуватись в околі кулонівських точок повороту.

Процеси взаємодії слабков'язаних дейтроноподібних нейтроннадлишкових іонів (СДНІ) (^{6,8}He, ^{9,11}Li тощо) з важкими атомними ядрами при суттєво підбар'єрних енергіях істотно відрізняються від взаємодії частинок з великою енергією зв'язку [1]. Так, переріз пружного розсіяння СДНІ за вказаних умов значно відрізняється від резерфордівського [2], що зумовлено виключно зміною внутрішньої структури СДНІ у зовнішньому електричному полі. Для теоретичного дослідження цієї проблеми необхідно використовувати, як мінімум, тричастинковий підхід. Тому точний розв'язок таких задач, навіть у тих випадках, коли це можливо, є дуже трудомістким і фізично непрозорим [3].

У попередніх роботах [1, 2, 4] нами було розвинено адиабатичну [5] модель пружного розсіяння СДНІ електричним полем точкового нескінченно важкого заряду. СДНІ розглядався як двочастинкова система, що складається із зарядженого та нейтрального кластерів. Умовно налітаючу частинку було названо "дейтроном" з масою m_d та енергією зв'язку ϵ_0 , а складові частинки - "протоном" і "нейтроном" з масами і зарядами m_p, Z_p і m_n відповідно. Як мішень було обрано важке магічне ($M \gg m_d$) ядро (наприклад, ²⁰⁸Pb), імовірність кулонівського збудження якого мала. Заряд мішені $Z_T \gg 1$. Згідно з адиабатичним наближенням "дейтрон" рухається по кулонівській траєкторії. У процесі руху частинка може або розвалитися на кластери, або поляризуватися (зміна внутрішнього стану частинки, яка має динамічну асиметрію в розподілі її маси та заряду, електричним полем ядра мішені). Рух "дейтрона" як цілого вважається повільним порівняно з відносним рухом "протона" та "нейтрона" в "дейтроні". Виходячи з цього, повна хвильова функція $\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r})$, що описує стан і рух СДНІ в електричному полі ядра мішені, в адиабатичному наближенні має вигляд [5]

$$\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \approx \chi(\mathbf{R})\varphi^+(\mathbf{r}, \mathbf{R}), \tag{1}$$

де R - відстань від точкового нескінченно важкого заряду до центра мас "дейтрона"; r - відносна відстань між "нейтроном" та "протоном" в "дейтроні"; $\chi(\mathbf{R})$ - хвильова функція відносного руху "дейтрона" як цілого; $\varphi^+(\mathbf{r}, \mathbf{R})$ - збурена внутрішня хвильова функція СДНІ у зовнішньому електричному полі, що залежить від R параметрично і на великих відстанях від ядра мішені переходить у незбурену внутрішню хвильову функцію $\varphi_0(r)$ налітаючої частинки. Тобто $\varphi^+(\mathbf{r}, \mathbf{R}) \xrightarrow{R \rightarrow \infty} \varphi_0(r)$, "+" означає, що по координаті r є розбіжні хвилі внаслідок розвалу.

Згідно з моделлю, в процесі пружного розсіяння "дейтрон" переходить із стаціонарного стану в квазістаціонарний, характеристики якого адиабатично залежать від положення центра маси "дейтрона" [1, 5 - 7]. При цьому внутрішня енергія частинки змінюється на деяку комплексну величину $\delta V(R)$, дійсна частина якої зумовлена

поляризованістю (зсув енергії квазістаціонарного стану відносно енергії стаціонарного), а уявна - можливістю розвалу (ширина квазістаціонарного стану) СДНІ.

Адіабатичне наближення (квазістаціонарність стану "дейтрона" в зовнішньому полі) буде справджуватися лише тоді, коли ця комплексна добавка буде малою порівняно з енергією зв'язку СДНІ [1]:

$$|\delta V(R)/\varepsilon_0| \ll 1. \quad (2)$$

Таким чином, опис внутрішнього стану СДНІ в кулонівському полі зводиться [1, 5, 6] до розв'язку задачі про рух частинки в потенціальній ямі, спотвореній зовнішнім електричним полем. При цьому ймовірність тунелювання крізь бар'єр, що виникає, відображає прямий розвал "дейтрона" [1], а віртуальні переходи між дискретним та неперервним спектрами зумовлюють поляризованість "дейтрона" [5, 6].

Критерій застосування адіабатичного наближення якісно розглядався в роботах [1, 6, 7]. Тому необхідно зробити таку оцінку меж застосування цього наближення, яка б послідовно впливала з рівнянь задачі.

Пружне розсіяння СДНІ точковим нескінченно важким зарядом описує електричний оптичний потенціал $V_{opt}(R)$ (ЕОП) [1]

$$V_{opt}(R) = V_p(R) + \delta V(R), \quad V_p(R) = Z_p Z_T e^2 / R. \quad (3)$$

У роботі [4] в рамках адіабатичної моделі було отримано трансцендентне рівняння для розрахунку ЕОП

$$1 = \sqrt{1 - \frac{\delta V(R)}{\varepsilon_0}} \left\{ \sqrt{\frac{\varepsilon_0 - \delta V(R)}{V_{opt}(R) - \varepsilon_0}} F_0(\rho) H_0^+(\rho) - \sqrt{\frac{V_{opt}(R) - \varepsilon_0}{\varepsilon_0 - \delta V(R)}} F_0'(\rho) H_0^{+'}(\rho) \right\}, \quad (4)$$

де $H_0^+ = G_0 + iF_0$; $\rho = \alpha R(m_d/m_n) \sqrt{(V_p(R)/\varepsilon_0) + (\delta V(R)/\varepsilon_0) - 1}$; $\alpha = \sqrt{2\mu\varepsilon_0/\hbar^2}$; $\mu = m_n m_p / m_d$; $m_d = m_n + m_p$; F_0 і G_0 - регулярна та іррегулярна кулонівські функції [8].

Використовуючи ВБК наближення для кулонівських функцій [8], з (4) отримуємо аналітичний вираз для $\delta V(R)$

$$Re(\delta V(R)) = -\frac{1}{16} \frac{V_p^2(R)}{\varepsilon_0} \frac{1}{R^2 \alpha^2} \frac{m_n^2}{m_d^2}, \quad (5)$$

$$Im(\delta V(R)) = -\frac{1}{4} e^{2\gamma} V_p(R) \frac{1}{R \alpha} \frac{m_n}{m_d} \left(1 + \frac{1}{8} \frac{V_p(R)}{\varepsilon_0} \frac{1}{R \alpha} \frac{m_n}{m_d} \right), \quad (6a)$$

$$\gamma = 2\eta \left\{ [x(1-x)]^{\frac{1}{2}} + \arcsin x^{\frac{1}{2}} - \pi/2 \right\}, \quad x = (V_{opt}(R) - \varepsilon_0) / V_p(R). \quad (6b)$$

Видно, що $Re(\delta V(R)) \sim R^{-4}$. Це узгоджується з іншими аналогічними роботами (наприклад, [6, 7]), де застосовувалося адіабатичне наближення.

Уявна частина $\delta V(R)$ пропорційна ймовірності проникнення зарядженої частинки через кулонівський потенціальний бар'єр [9] (експоненційний фактор у (6a)).

Проникність бар'єра повинна бути малою, інакше порушиться умова малості ширини квазістаціонарного стану "дейтрона", і адіабатичне наближення не буде виконуватися. Тобто

застосовність наближення Вентцеля - Бриллюена - Крамерса (ВБК) органічно впливає з адіабатичного наближення. Виходячи з цього, одержано критерії застосування ВБК та адіабатичного наближень

$$\beta = \left| \left(\frac{1}{2} \frac{m_n}{m_d} \right) \frac{F_c r_d}{\varepsilon_0} \right| \ll 1, \quad (7)$$

де $F_c = Z_p Z e^2 / R^2$; $r_d = (2\alpha)^{-1}$; F_c - кулонівська сила; r_d - розмір дейтрона.

Формула (7) складається з двох множників і оскільки $m_n / (2m_d) < 1$, то $|F_c r_d / \varepsilon_0| \ll 1$. Тобто адіабатичне наближення можна застосовувати, якщо відношення роботи зовнішньої сили на розмірі "дейтрона" до енергії зв'язку "дейтрона" набагато менше одиниці. Неважко показати, що умова (7) у випадку розсіяння дейтронів співпадає з критерієм виконання адіабатичного наближення, отриманим з якісних міркувань у роботі [1].

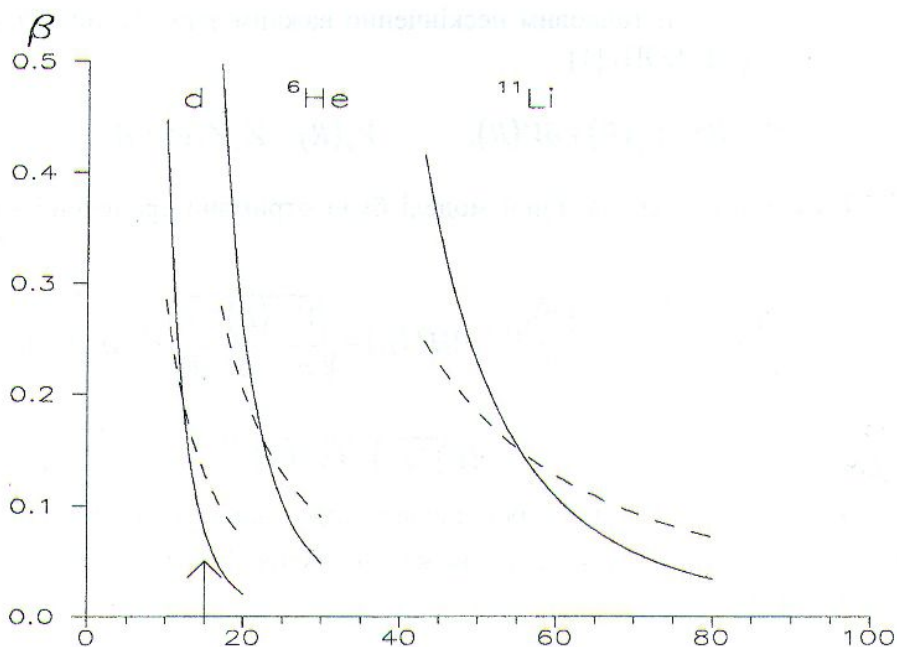


Рис. 1. Критерії застосування адіабатичного та ВБК- наближень у випадку розсіяння іонів d, ${}^6\text{He}$ та ${}^{11}\text{Li}$ електричним полем ядер ${}^{208}\text{Pb}$ при підбар'єрних енергіях.

Результати чисельних розрахунків критеріїв (7) у випадку розсіяння іонів d, ${}^6\text{He}$ та ${}^{11}\text{Li}$ електричним полем ядер ${}^{208}\text{Pb}$ при підбар'єрних енергіях $E = 8Z_p$ MeV наведено на рис 1. Штрих – ВБК-критерій (7), суцільна крива - повний ВБК-критерій з [10]. Стрілкою показано положення кулонівської точки повороту (≈ 15 фм), однакової для всіх розглянутих випадків. З рисунка видно, що для розсіяння дейтронів ВБК-наближення справедливе в усій розглянутій у задачі області, для ${}^6\text{He}$ - з 25 фм, для ${}^{11}\text{Li}$ - з 60 фм. Тобто ці критерії (за винятком дейтрона) не виконуються саме в околі кулонівських точок повороту, що може бути причиною незадовільного опису осциляцій перерізів пружного розсіяння ${}^6\text{He}$ на ${}^{208}\text{Pb}$ при $E_{{}^6\text{He}} = 16$ MeV [11], тоді як опис пружного розсіяння дейтронів ${}^{208}\text{Pb}$ при $E_d \leq 8$ MeV [2] таких проблем не викликав.

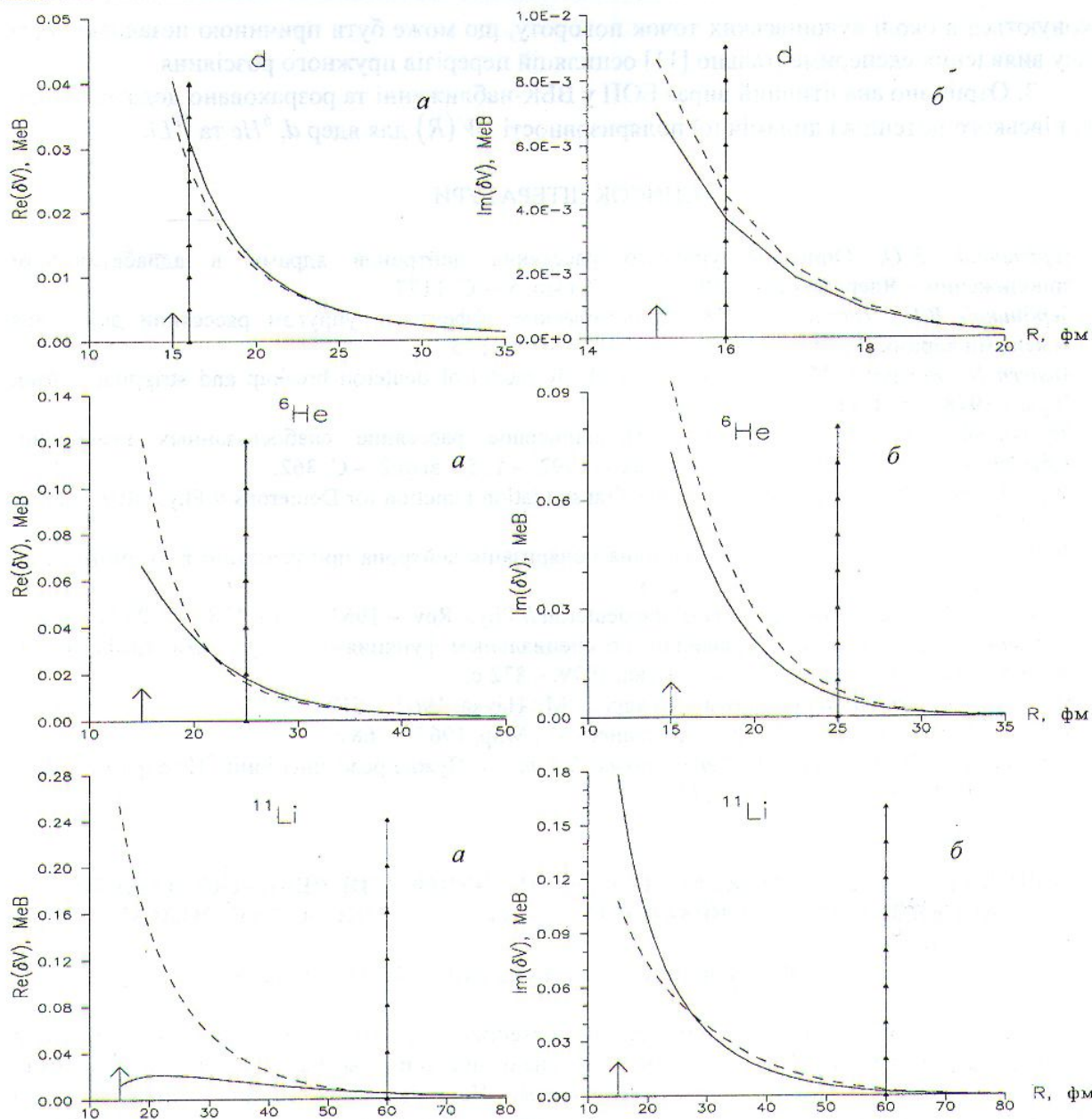


Рис. 2. Дійсна (а) та уявна (б) частини $\Delta V(R)$ для іонів d , ${}^6\text{He}$ та ${}^{11}\text{Li}$, що розсіюються ядрами свинцю.

На рис. 2 штриховою лінією показано розрахунок $\Delta V(R)$ у ВБК-наближенні для кулонівських функцій, суцільною кривою - розрахунок $\Delta V(R)$ за точним виразом для кулонівських функцій, вертикальна лінія трикутників вказує границю виконання (7). З рисунка видно, що криві непогано співпадають у межах застосування запропонованого критерію. Одержані величини $|\Delta V(R)|$ при $R > R_t$ (R_t - відстань від точкового нескінченно важкого заряду до точки повороту "дейтрона") є малими порівняно з ε_0 .

Висновки

1. Одержано критерії застосування адиабатичного та ВБК-наближень, що практично співпадають у важливій для розглянутої задачі області енергій взаємодії.

2. Проведено розрахунки цих критеріїв у випадку розсіяння іонів d , ${}^6\text{He}$ та ${}^{11}\text{Li}$ електричним полем ядер ${}^{208}\text{Pb}$ при підбар'єрних енергіях. Встановлено, що критерії не

виконуються в околі кулонівських точок повороту, що може бути причиною незадовільного опису виявлених експериментально [11] осциляцій перерізів пружного розсіяння.

3. Отримано аналітичний вираз ЕОП у ВБК-наближенні та розраховано додатковий до кулонівського потенціал динамічної поляризованості $\delta V(R)$ для ядер d , ${}^6\text{He}$ та ${}^{11}\text{Li}$.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Теренецький К.О. Описание упругого рассеяния дейтронов ядрами в адиабатическом приближении // Ядер. физика. – 1983. – Т. 37, вып. 5. – С. 1177.
2. Вербицкий В.П., Теренецький К.О. Динамические эффекты в упругом рассеянии дейтронов тяжелыми ядрами // УФЖ. – 1990. – Т. 35. – № 4. – С. 515.
3. Austern N., Vincent C.M., Farrel J.P. Three-body model of deuteron breakup and stripping // Ann. Phys. – 1978. – Vol. 114. – P. 93.
4. Вербицкий В.П., Теренецький К.О. Подбарьерное рассеяние слабосвязанных нейтронно-избыточных легких ионов // Ядер. физика. – 1992. – Т. 55, вып.2. – С. 362.
5. Oppenheimer J.R., Phillips M. Note on the Transmutation Function for Deuterons.// Phys. Rev. – 1935. – Vol. 43. – P. 500.
6. Абелішвілі Т.Л., Ситенко О.Г. Электрична поляризація дейтрона при розсіянні в кулонівському полі // УФЖ. – 1961. – Т. 6. – № 1. – С. 3.
7. Clement C.F. Electric polarizability of the deuteron // Phys. Rev. – 1962. – Vol. 128. – P. 2724.
8. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. – М.: Наука, 1979. – 832 с.
9. Маляров В.В. Основы теории атомного ядра. – М.: Наука, 1967. – 512 с.
10. Фреман Н., Фреман П.У. ВКБ-приближение. – М.: Мир, 1967. – 168 с.
11. Вербицкий В.П., Немець О.Ф., Теренецький К.О. та ін. Пужне розсіяння іонів ${}^6\text{He}$ ядрами ${}^{208}\text{Pb}$ // УФЖ. – 1998. – Т. 43. – № 3. – С. 268.

КРИТЕРИЙ АДИАБАТИЧЕСКОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ СЛАБОСВЯЗАННЫХ ЧАСТИЦ КУЛОНОВСКИМ ПОЛЕМ

В.П. Вербицкий, Л.Я. Жукалюк, К.О. Теренецький

Рассчитан электрический оптический потенциал (ЭОП) для упругого рассеяния слабосвязанных частиц (d , ${}^6\text{He}$, ${}^{11}\text{Li}$). Получено аналитическое выражение для ЭОП в рамках приближения Вентцеля - Бриллюена - Крамерса. Установлены критерии адиабатического приближения для задачи рассеяния слабосвязанных частиц электрическим полем при подбарьерных энергиях. Показано, что эти критерии могут не выполняться в окрестности кулоновских точек поворота.

THE CRITERION OF ADIABATIC APPROXIMATION FOR THE WEAKLY-BOUND PARTICLES COULOMB ELASTIC SCATTERING PROBLEM

V.P. Verbitsky, L.Ya. Zhukalyuk, K.O. Terenetsky

Electric optical potential (EOP) for the weakly-bound particles (d , ${}^6\text{He}$, ${}^{11}\text{Li}$) elastic scattering has been calculated in the adiabatic approximation. The analytic Wentzel-Kramers-Brillouin expression for EOP has been obtained. The criterion of adiabatic approximation for the weakly-bound particles elastic scattering problem are received. It is shown that these criterion can not be fulfilled in the vicinity of the Coulomb turning points.