УДК 519.233.2:621.039.5

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФУНКЦИОНАЛОВ НЕЙТРОННОГО ПОТОКА, ВОЗДЕЙСТВУЮЩЕГО НА КОРПУС РЕАКТОРА, КАК ЗАДАЧА СТАТИСТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ

В.Л. Демехин, В.Н. Буканов

Показано, что оценивание функционалов нейтронного потока с помощью транспортных программ, основанных на методе Монте-Карло, является задачей статистического решения. Поэтому для корректного оценивания функционалов необходимо выбрать тип оценки, задать функцию потерь и определить функциональный вид их совместной плотности распределения вероятностей.

Введение

Обеспечение безопасной эксплуатации реакторов корпусного типа (ВВЭР, PWR и т.д.) требует знания таких характеристик поля нейтронов, воздействующих на корпус, как плотность потока нейтронов (ППН), накопленный флюенс выше некоторой заданной энергии и спектр быстрых нейтронов. Эти данные в свою очередь необходимы для получения таких интегральных характеристик материала корпуса реактора (КР), как сдвиг критической температуры хрупкости и количество смещений на атом.

Определение вышеуказанных функционалов[1] экспериментальным путем практически невозможно из-за особенностей конструкции реакторов корпусного типа. Поэтому необходимо проведение численных расчетов транспорта нейтронов в околокорпусном пространстве реактора. Получаемые в результате расчетов данные используются либо сами по себе при расчетном определении функционалов нейтронного потока, воздействующего на КР, либо в комплексе с экспериментальными – при расчетно-экспериментальном. В последнем случае определение значений интересующих функционалов производится через сравнение расчетных и экспериментально определяемых скоростей реакций активации или активностей, т.е. опять-таки функционалов.

В последнее время для проведения транспортных расчетов все более широко используются программы, основанные на методе Монте-Карло (ММК). К их числу относятся, например, MCU[1], MCNP[2], TRAMO[3], DETA[4].

Известно, что в ММК-программах для вычисления каждого конкретного функционала можно подобрать свою оптимальную схему моделирования. Очевидно, что аналогичная схема может быть подобрана и для одновременного вычисления ряда функционалов. Однако необходимо отметить, что во всех случаях результатом расчета являются не сами значения функционалов, а только их оценки. Рассмотрение этого вопроса при описании транспортных программ, как правило, ограничивается проблемами использования различных оценок нейтронного потока при регистрации нейтронных историй (по длине пробега, по числу столкновений и т.п.). В то же время статистическим методам оценивания, т.е. обработке получаемых в серии расчетов результатов, уделяется крайне мало внимания и места. Связано это, по-видимому, с кажущейся простотой данного вопроса. Но в действительности этот вопрос не так прост. Более того, как будет показано ниже, проблема получения достоверных оценок по результатам транспортного расчета является, возможно, методологически самой сложной при использовании ММК.

---

[1] В данной работе под функционалом понимается непрерывный линейный или нелинейный функционал, определяемый как линейное или нелинейное отображение векторного пространства в множество действительных или комплексных чисел [Математическая энциклопедия. Т.3 Коо-Од. – М.: Советская энциклопедия, 1982. – 1184 стб., стб. 670, 958].

Формализация задачи определение функционалов нейтронного потока

Как правило, в каждой j-й серии расчета по ММК-программе в m расчетных (в общем случае – пространственно-временно-энергетических) детекторах определяются величины групповых ППН φ_{ij}, $i = 1, ..., m$. Полученные результаты могут быть представлены в виде m-мерного вектора $\varphi_j = (\varphi_{1j}, ..., \varphi_{mj})'$ (штрихом обозначено транспонирование), являющегося реализацией случайного вектора $\Phi = (\Phi_1, ..., \Phi_m)'$. Набор из p требуемых расчетных линейных функционалов нейтронного потока (таких, например, как интегральная ППН выше заданной энергии, доза смещения или скорость реакции активации) также может быть представлен в виде случайного вектора $\mathbf{X} = (X_1, ..., X_p)'$, который связан с вектором Φ линейным преобразованием

$$\mathbf{X} = \mathbf{F}\Phi \ , \tag{1}$$

где $\mathbf{F}$ – матрица размера p×m, т.е. непрерывный линейный оператор. В случае, если требуемые расчетные функционалы являются нелинейными (например, спектральный или пространственный индексы или сдвиг критической температуры хрупкости), то $\mathbf{F}$ – некоторый непрерывный нелинейный оператор.

Для упрощения дальнейшего изложения предположим, что функция распределения вектора Φ абсолютно непрерывна. Отметим, что обоснованность такого предположения вытекает из анализа возможной области определения случайного вектора Φ. В то же время это предположение, по сути, не ограничивает дальнейших выводов.

По определению абсолютной непрерывности существует неотрицательная плотность распределения вероятностей (ПРВ)[2] случайного вектора Φ. Обозначим ее через $f_\Phi(\varphi \mid \omega)$, где ω – вектор неизвестных параметров. Так как оператор $\mathbf{F}$ – непрерывный, то распределение случайного вектора $\mathbf{X}$ также абсолютно непрерывно и существует его ПРВ – $f_\mathbf{X}(\mathbf{x} \mid \omega)$. Получение оценки p функционалов нейтронного потока означает, что необходимо получить оценку среднего значения вектора $\mathbf{X}$, т.е. оценить вектор

$$\theta(\omega) = \int_S \mathbf{x} \, f_\mathbf{X}(\mathbf{x} \mid \omega) d\mathbf{x} \ , \tag{2}$$

где S – область определения вектора $\mathbf{X}$; как правило, $S = R_+^p$. Из формулы (2) очевидно, что в качестве вектора параметров или p его компонент может быть выбран сам вектор средних.

Для обоснования основного положения данной работы проанализируем следующую сравнительную таблицу:

Задача определения функционалов нейтронного потока	Задача статистического решения [5]
Перед тем, как дать оценку требуемых функционалов, проводится транспортный расчет для получения значений групповых ППН или функционалов. Полученное расчетное значение дает некоторую информацию о значении вектора θ (или, что то же самое, – вектора ω).	Перед тем, как выбрать решение из множества D, статистик наблюдает значение случайной величины или случайного вектора X[3], связанных с параметром W. Наблюдение X дает статистику некоторую информацию о значении W, которая помогает ему принять рациональное

[2] Если бы не предположение об абсолютной непрерывности, то в этом месте надо было бы переходить к обобщенной вероятностной плотности, определяемой в терминах теории меры как производная Радона-Никодима, и, как следствие, к терминологии и обозначениям самой теории меры.

[3] В некоторых разделах математической статистики обозначение вектора жирным шрифтом или каким-либо другим способом не является общеупотребительным, а вводится только в случае необходимости строго различить вещественнозначную и векторнозначную переменные, обозначаемые одной буквой.

Предполагается, что существует условное распределение $f_X(\mathbf{x} \mid \omega)$.

решение. Предполагается, что для всех ω, принадлежащих параметрическому пространству Ω, существует и задано условное распределение X при $W = \omega$.

Отметим, что задание условного распределения X при $W = \omega$ не является обязательным для задачи статистического решения. При его отсутствии статистик имеет дело с так называемой непараметрической задачей оценивания. С учетом данного замечания и использования в каждом из случаев своей терминологии, имеет место полное совпадение формулировок в столбцах таблицы. Поэтому расчетное определение функционалов нейтронного потока, воздействующего на корпус реактора, является типичной задачей статистического решения. Заметим, что аналогичные выводы могут быть сделаны и в отношении расчетно-экспериментального определения этих функционалов.

Проблемы оценивания

Следствием вышеустановленного факта является возможность применения общих выводов теории решений [5] и/или теории точечного оценивания [6] к проблеме расчетного (расчетно-экспериментального) определения функционалов нейтронного потока, воздействующего на корпус реактора. В этих теориях постулируется, что наблюдения суть значения, принимаемые в выборочном пространстве S случайной величиной X (обычно векторнозначной), которая подчиняется распределению вероятностей P, заданном на параметрическом пространстве Ω, а целью является указание правдоподобного значения некоторой функции g (не обязательно вещественнозначной) от некоторого параметра W (не обязательно вещественнозначного). В качестве такого значения используется оценка функции параметра – значение задаваемой на выборочном пространстве подходящей в некотором смысле решающей функции $\delta(X)$ при $X = x$. Расплывчатая формулировка "подходящая в некотором смысле" отражает факт отсутствия однозначно определяемой меры близости получаемой оценки к истинному значению оцениваемой функции. В общем случае предполагается, что ущерб от принятия оценки $\delta(x)$ в случае, когда $W = \omega$, измеряется функцией потерь $L(g(\omega), \delta(x))$, заданной на произведении $\Omega \times D$, где D – пространство всех возможных решений. Заметим, что без потери общности данная функция может быть ограничена условиями

$$L(g(\omega), \delta(x)) \geq 0 \quad \forall(\omega, \delta) \in \Omega \times D \ , \tag{3}$$

$$L(g(\omega), g(\omega)) = 0 \quad \forall \omega \in \Omega \ . \tag{4}$$

Точность или, скорее, неточность оценки тогда измеряется функцией риска

$$\rho(g(\omega), \delta) = \int_S L(g(\omega), \delta(x)) \, f_X(x \mid \omega) \, dx \ , \tag{5}$$

которая и является характеристикой меры близости получаемой оценки к оцениваемой функции.

Естественно, что хотелось бы найти такую решающую функцию, которая бы минимизировала функцию риска при любом значении параметра. Однако в таком виде задача решения не имеет. Поэтому необходимо либо сужение класса решающих функций путем введения определенных ограничений, т.е. $\delta(X)$ ищется на пространстве $\Delta \subset D$, либо поиск решающей функции, которая бы минимизировала функцию риска в некотором всеобщем (глобальном) смысле. В первом случае накладываемые на оценку условия, например, несмещенности или эквивариантности приводят к несмещенной оценке с равномерно минимальной дисперсией или эквивариантной оценке с минимальным риском соответственно. Такие типы оценок применяются только в теории точечного оценивания. Более широкое применение имеют глобальные оценки (решающие функции) – минимаксная и байесовская. К ним соответственно приводит минимизация максимального или взвешенного среднего риска. Отметим, что широкоизвестная оценка максимального правдоподобия является по сути частным и далеко не лучшим случаем байесовской оценки, а не менее известная оценка методом наименьших квадратов, как правило, вообще не используется при статистическом оценивании из-за множества своих недостатков.

Выбор используемого типа оценки является крайне неоднозначной процедурой. Так, например, свойство несмещенности, которое в некоторых руководствах по применению ММК в теории переноса нейтронов (см., например, [8]) рассматривается как неоспоримое достоинство оценки, таковым не является. В силу информационного неравенства могут существовать смещенные оценки с гораздо меньшей, чем у несмещенной, дисперсией. Следовательно, необходим выбор между достоинствами несмещенности и более низкой дисперсии. При этом надо учитывать, что при прочих равных условиях получаемые оценки могут между собой существенно отличаться. Таким образом, для корректной интерпретации данных, представляемых как результаты расчетов функционалов, а особенно при сравнении результатов, получаемых различными программами, необходимо знание используемого типа оценки.

Следующим неопределенным элементом является функция потерь. Во-первых, применение наиболее простой и часто используемой при оценивании одного параметра квадратичной функции потерь в исследуемой проблеме вызывает некоторое сомнение. Например, потери от аварии, связанной с недооценкой какого-либо расчетного параметра, существенно превышают потери от преждевременной остановки реактора из-за переоценки этого параметра. Во-вторых, квадратичная функция потерь достаточно чувствительна к предположениям о поведении хвостов распределения, а сами эти предположения основываются обычно на малом количестве информации и поэтому не очень надежны. Для решения этой проблемы в теории оценивания предлагается использовать так называемые робастные функции потерь. В-третьих, как правило, оценке подлежит сразу несколько параметров, а одномерная квадратичная функция потерь не имеет однозначного многомерного аналога. Возникающая в этом случае ковариационная матрица в значительной степени отражает субъективизм статистика относительно важности точного оценивания того или иного параметра. Следовательно, для корректного сравнения оценок функционалов нейтронного потока, полученных разными программами, необходимым условием является знание используемых в них функций потерь.

И, наконец, вид функции $f_X(x\,|\,\omega)$. Его незнание приводит, как отмечалось выше, к непараметрической задаче оценивания. Для некоторых типов оценок такая задача может иметь решение. Однако при его получении на ПРВ накладываются некоторые требования – например, ограниченности дисперсии или области возможных значений случайной величины. Поэтому при использовании той или иной непараметрической оценки среднего необходимо подтверждение того, что возможная ПРВ удовлетворяет соответствующим требованиям. Таким образом, вне зависимости от того, используется параметрическая или непараметрическая оценка функционалов нейтронного потока, для обоснованности заявляемых результатов расчетов необходим тщательный анализ возможного вида функции $f_X(x\,|\,\omega)$. При этом в случае непараметрического оценивания или использования неробастной функции потерь особое внимание должно быть уделено хвостам распределения. На настоящий момент нам не удалось выявить каких-либо работ, посвященных анализу ПРВ оцениваемых ММК-программами функционалов нейтронного потока, воздействующего на КР.

Изложенные выше проблемы являются только наиболее общими при решении поставленной задачи. Дело в том, что разработка методов нахождения оптимальных оценок является предметом таких значительных по объему разделов математической статистики, как теория решений [5], теория точечного оценивания [6], теория игр [7], и некоторых других.

Тем не менее для иллюстрации необходимости, как минимум, тщательного анализа вышеизложенных проблем хотелось бы привести один из частных выводов. Так, в руководствах по применению ММК в теории переноса нейтронов в качестве оценки функционалов вида (2) предлагается использовать среднее значение выборки $\bar{x}$ (см., например, [8]). Однако если ПРВ случайного вектора X является p-мерным нормальным распределением (самый распространенный вид ПРВ случайного вектора), то эта оценка недопустима[4], если $p \geq 3$ и $L(g(\omega), \delta(x)) = h(g(\omega) - \delta(x))$, где h – выпуклая функция, удовлетворяющая некоторым слабым условиям регулярности [9]. Такой функцией является, например, функция потерь в виде среднеквадратичной ошибки. В этом случае использование $\bar{x}$ может привести к существенно большему риску, а следовательно, – к большей ошибке оценки [6].

Заключение

Таким образом, формализация в терминах математической статистики задачи определения с помощью ММК-программ функционалов нейтронного потока, воздействующего на КР, приводит к однозначному выводу о том, что она относится к задачам статистического решения. Поэтому для корректного оценивания функционалов необходимо:

1. Выбрать тип статистической оценки.
2. Задать функцию потерь.
3. Определить функциональный вид многомерной ПРВ оцениваемых функционалов.

Очевидно, что решить третью проблему можно посредством анализа получаемых в процессе расчетов данных. При этом функциональный вид ПРВ зависит, в основном, только от особенностей программного моделирования нейтронных историй. К сожалению, нам не удалось найти работ, посвященных рассмотрению этой проблемы. При описании транспортных ММК-программ она также не упоминается. Поэтому ни одну из них нельзя считать отвечающей требованиям корректности и достоверности получаемых результатов.

Решение двух первых проблем зависит, в первую очередь, от предполагаемой области применения получаемой оценки. Так, например, если интерес представляет величина максимального флюенса нейтронов на КР сама по себе, то, скорее всего, ее оценка должна быть эквивариантной относительно масштаба, а функция потерь может быть задана в виде квадратичной ошибки. Но если величина максимального флюенса будет использоваться в системе анализа безопасности реактора, то, по-видимому, требуется минимаксная оценка с несимметричной функцией потерь. Более того, если в такой системе используется некоторая функция от максимального флюенса, то именно она должна подвергаться оцениванию, что, естественно, может приводить к третьей оценке значения максимального флюенса. Следовательно, окончательные оценки могут отличаться при совершенно одинаковых исходных данных. При этом все они являются абсолютно правильными, корректными и достоверными. Поэтому для возможности правильной интерпретации публикуемых данных полученные результаты должны обязательно сопровождаться описанием способа решения двух первых проблем. Отсутствие такого описания, что имеет место во всех работах, посвященных вопросу оценивания с помощью ММК-программ функционалов нейтронного потока, воздействующего на КР, приводит к невозможности какого-то ни было бы использования приводимых оценок.

---

[4] Оценка $\delta(X)$ функции $g(\omega)$ называется недопустимой, если существует такая оценка $\delta^*(X)$, что $\rho(g(\omega),\delta) \geq \rho(g(\omega),\delta^*)$ $\forall\omega\in\Omega$ и для хотя бы для одного ω имеет место строгое неравенство.

Таким образом, определение области применимости полученных как результат транспортных расчетов оценок функционалов, а также их сравнение с оценками других расчетов невозможно без четкого определения того, как решены все три вышеобозначенные проблемы. С другой стороны, решение этих проблем, а как следствие – и получаемые оценки зависят от того, для каких целей будут использоваться эти оценки. Следовательно, задача оценивания функционалов по результатам расчетов существенно отличается, например, от задач описания геометрии реактора или применения неаналоговых методов, где различные способы их решения должны приводить к одним и тем же результатам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Аннотация* пакета программ MCU // ВАНТ. Сер. Физика и техника ядерных реакторов. – 1985. – Вып. 7. – С. 61.
2. *Wagner J.C., Haghighat A., Petrovic B.G.* Monte Carlo transport calculations and analysis for reactor pressure vessel neutron fluence // Nuclear Technology. – 1996. – Vol. 114, No. 3. – P. 373.
3. *Barz H.-U., Bertram W.* Calculation of Neutron Fluence in the Region of the Pressure Vessel for the History of Different Reactors by Using the Monte-Carlo-method // Nuclear Engineering and Design. – 1992. – Vol. 137. – P. 71.
4. *Неделин О.В., Демехин В.Л., Гриценко А.В., Воробьев Е.Л.* DETA–пакет прикладных программ для расчета характеристик нейтронного поля в околокорпусном пространстве реактора ВВЭР-1000. – Киев, 1996. – 18 с. – (Препр. / НАН Украины. Ин-т ядерных исслед.; КИЯИ-96-1).
5. *Де Гроот М.* Оптимальные статистические решения. – М.: Мир, 1974. – 493 с.
6. *Леман Э.* Теория точечного оценивания. – М.: Наука, 1991. – 448 с.
7. *Фон Нейман Ю., Моргенштерн О.* Теория игр и экономическое поведение. – М.: Наука, 1970. – 778 с.
8. *Франк-Каменецкий А.Д.* Моделирование траекторий нейтронов при расчете реакторов методом Монте-Карло. – М.: Атомиздат, 1978. – 96 с.
9. *Brown L.D.* On the Admissibility of Invariant Estimators of One or More Location Parameters // Ann. Math. Statist. – 1966. – Vol. 37. – P. 1087.

ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІОНАЛІВ НЕЙТРОННОГО ПОТОКУ, ЩО ДІЄ НА КОРПУС РЕАКТОРА, ЯК ЗАДАЧА СТАТИСТИЧНОГО РІШЕННЯ

В.Л. Дємьохін, В.М. Буканов

Показано, що оцінювання функціоналів нейтронного потоку за допомогою транспортних програм, що базуються на методі Монте-Карло, є задачею статистичного рішення. Тому для коректного оцінювання функціоналів необхідно вибрати тип оцінки, задати функцію втрат і визначити функціональний вид їхньої спільної густини розподілу ймовірностей.

DETERMINATION OF FUNCTIONALS OF NEUTRON FLUX INFLUENCED ON REACTOR PRESSURE VESSEL AS A STATISTICAL DECISION PROBLEM

V.L. Dyemokhin, V.N. Bukanov

Estimating of the neutron flux functionals by a Monte Carlo transport code is shown to be a statistical decision problem. Hence, to choose an estimator, to make a loss function, and to define a joint probability density function are required for the purpose to estimate correctly of the functionals.